Построение карты связности функциональных групп в задаче декодирования сигналов головного мозга

Вареник Наталия

Московский физико-технический институт
Физтех-школа прикладной математики и информатики
Кафедра интеллектуальных систем

Научный руководитель: д.ф.-м.н. В.В. Стрижов

Москва, 2022

Графовое представление сигналов

Задача: Построить модель анализа активности головного мозга, учитывающую пространственную структуру сигналов.

Мозг представляет собой динамическую систему, в которой информация постоянно обрабатывается и передается в другие взаимосвязанные регионы. Группы активности составляют сложную сеть с иерархической пространственной и функциональной организацией.

Проблема: Из-за отсутствия регулярности структуры сигнала на сферической поверхности мозга CNN не могут быть эффективно применены для учета пространственной информации.

Решение: Предлагается рассмотреть графовое представление сигналов для учета функциональных взаимосвязей различных частей мозга в пространстве. Такое предсталение обоснованно нерегулярной структурой физической и функциональной связи различных областей мозга.

Исследуются методы построения карты связности электродов для ее последующего использования графовой моделью GCN.

Основные работы

Детерминированные методы оценки связи сигналов

- *Sakkalis V., Tsiaras V., Tollis I.* Assessment of Linear and Nonlinear Synchronization Measures for Analyzing EEG. // Journal of Healthcare Engineering, 2010

Моделирование последовательностей пространственной структуры

- *Ruiz, L., Gama, F., & Ribeiro, A.* Gated Graph Recurrent Neural Networks. // IEEE Transactions on Signal Processing, 2020
- *Seo Y., Defferrard M., Vandergheynst P., Bresson X.* Structured Sequence Modeling with Graph Convolutional Recurrent Networks. // Neural Information Processing, 2018

Постановка задачи построения карты связности

$\underline{\mathbf{X}} = \left[\mathbf{X}_m\right]_{m=1}^{M}$, $\mathbf{X}_m \in \mathbb{R}^{E \times N}$ — исходный сигнал, N — число отсчетов времени, E — число электродов, M — число испытаний.

Дополнительно известна матрица координат электродов $\mathbf{Z} \in \mathbb{R}^{E \times 3}$.

Рассмотрим ненаправленный динамический граф:

$$\mathcal{G}(m, t) = \Big(\mathcal{V}(m, t), \mathcal{E}(m, t), \mathbf{A}_{\underline{\mathbf{X}}, \mathbf{Z}}(m, t)\Big),$$

в котором $\mathcal{V}(m, t)$ есть множество электродов, множество ребер $\mathcal{E}(m, t)$ и их веса определяются из матрицы связности $\mathbf{A}_{\underline{\mathbf{X}}, \mathbf{Z}}(m, t)$.

Требуется найти функцию:

$$\mathbf{A}_{\underline{\mathbf{X}}, \mathbf{Z}}(m, t) : M \times T' \to \mathbb{R}_{+}^{E \times E}, \; T' \subseteq T, \; T = \{t_n\}_{n=1}^{N}.$$

Постановка задачи декодирования

Данные сигналов: $\underline{\mathbf{X}} = \left[\mathbf{X}_m\right]_{m=1}^{M}$, $\mathbf{X}_m = [\mathbf{x}_t]_{t\in T}$, $\mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^E$, $T = \{t_n\}_{n=1}^{N}$, где N — число отсчетов времени, $E = 62$ — число электродов, M — число испытаний;
Координаты электродов: $\mathbf{Z} = [\mathbf{z}_k]_{k=1}^{E}$, $\mathbf{z}_k \in \mathbb{R}^3$;
Целевая переменная: $\mathbf{y} = [y_m]_{m=1}^{M}$, $y_m \in \{1, \dots C\}$, C — число классов.
Априорный штраф за плотность матрицы:

$$\underline{\mathbf{A}}^*_{\underline{\mathbf{X}},\mathbf{Z}} = \arg\min_{\underline{\mathbf{A}}_{\underline{\mathbf{X}},\mathbf{Z}}} \Big| \|\underline{\mathbf{A}}_{\underline{\mathbf{X}},\mathbf{Z}}\|_1 - p \Big|,\ \ p - \text{степень разреженности.}$$

Рассматривается класс графовых рекуррентных нейронный сетей:

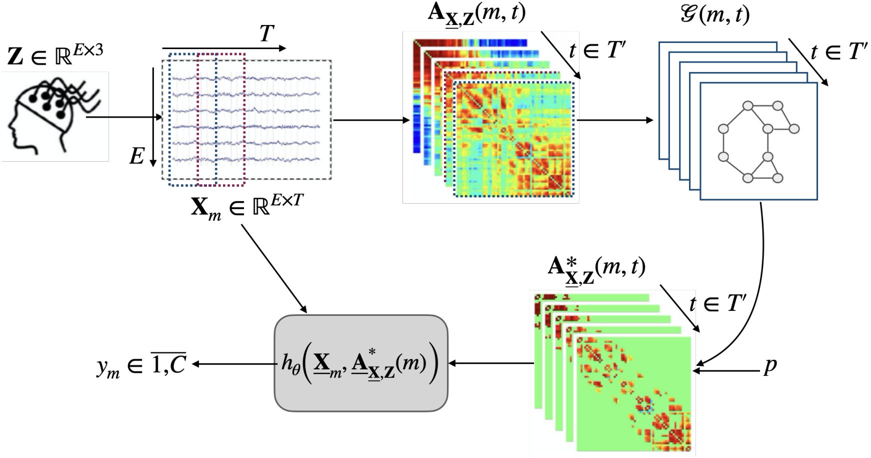
$$h_{\boldsymbol{\theta}} : (\underline{\mathbf{X}}, \underline{\mathbf{A}}^*_{\underline{\mathbf{X}},\mathbf{Z}}) \to \mathbf{y}.$$

Функция ошибки — кросс – энтропия:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M}\left[\sum_{c=1}^{C} \mathbb{1}(y_m = c)\log(p_m^c)\right],\ \text{где } p_m^c = h_{\boldsymbol{\theta}}\Big(\mathbf{X}_m, \underline{\mathbf{A}}^*_{\underline{\mathbf{X}},\mathbf{Z}}(m)\Big).$$

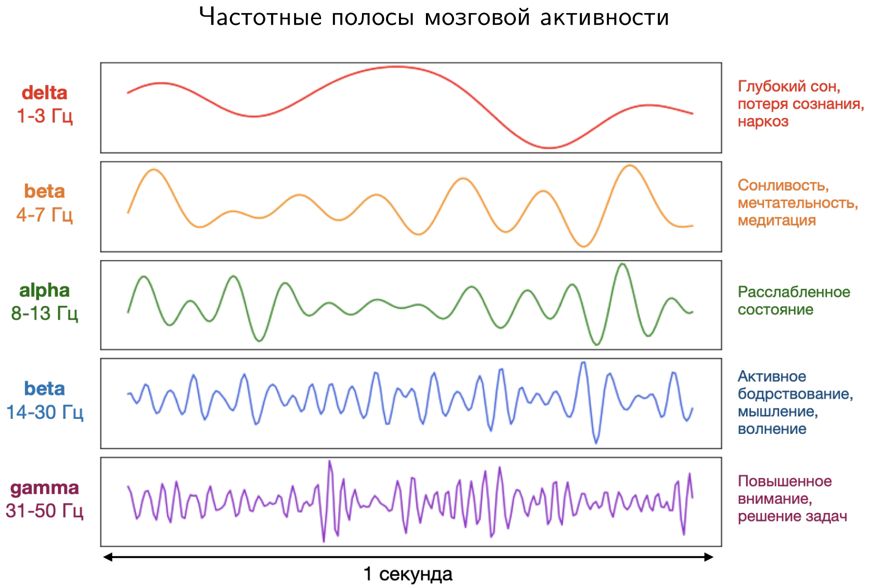
Внешний критерий качества: точность.

Графовое представление сигнала



Построение и использование графовой структуры

Ритмы головного мозга



Физическое расстояние и линейная корреляция

Обозначим $\mathbf{x} = \mathbf{x}_{mi}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{x}_{mj}$ строки матрицы $\mathbf{X}_m$ соответствующие сигналам в отрезке времени $[t_n - T_w, \ t_n]$ в m-ом испытании для i и j электрода с координатами $\mathbf{z}_i, \mathbf{z}_j$.

Евклидово расстояние: ввиду постоянства координат электродов положим $d_{ij}(m, t) = d_{ij}$, где

$$d_{ij} = ||\mathbf{z}_i - \mathbf{z}_j||_2^2, \ \ i, j \ \ \text{— номера электродов},$$

$$\mathbf{A}^*_{\underline{\mathbf{X}}, \mathbf{Z}}(m, t) = \left[a_{ij}\right] \in \mathbb{R}_+^{E \times E}, \ \ a_{ij} = \begin{cases} d_{ij}, & \text{если } d_{ij} \leq \rho(p) \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Линейная корреляция Пирсона:

$$\tilde{r}_{ij}(m, t_n) = \frac{\sum\limits_{k=t_n-T_w}^{t_n} (x_k - \overline{\mathbf{x}})(y_k - \overline{\mathbf{y}})}{\sqrt{\sum\limits_{k=t_n-T_w}^{t_n} (x_k - \overline{\mathbf{x}})^2 \sum\limits_{k=t_n-T_w}^{t_n} (y_k - \overline{\mathbf{y}})^2}}, \ \ r_{ij}(m, t_n) = |\tilde{r}_{ij}(m, t_n)|,$$

$$\mathbf{A}^*_{\underline{\mathbf{X}}, \mathbf{Z}}(m, t) = \left[a_{ij}(m, t)\right] \in \mathbb{R}_+^{E \times E}, \ \ a_{ij}(m, t) = \begin{cases} r_{ij}(m, t), & \text{если } r_{ij}(m, t) \geq \rho(p) \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Спектральная когерентность

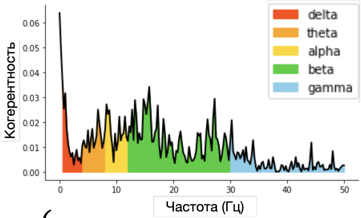
Обозначим $\mathbf{x} = \mathbf{x}_{mi}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{x}_{mj}$ строки матрицы $\mathbf{X}_m$ соответствующие сигналам в отрезке времени $[t_n - T_w, \; t_n]$ в m-ом испытании для i и j электрода. Тогда:

$$\gamma_{ij}(m, t_n, f) = \frac{|S_{\mathbf{xy}}(t_n, f)|^2}{S_{\mathbf{xx}}(t_n, f) S_{\mathbf{yy}}(t_n, f)},$$

$S_{\mathbf{xx}}(t_n, f), S_{\mathbf{xy}}(t_n, f)$ — авто и кросс – спектральная функции плотности.

Рассмотрим
частотную полосу $[f_1, f_2]$:

$$\gamma_{ij}(m, t_n) = \int\limits_{f_1}^{f_2} \gamma_{ij}(m, t_n, f) df,$$



$$\mathbf{A}^*_{\underline{\mathbf{X}},\mathbf{Z}}(m, t) = \left[a_{ij}(m, t)\right] \in \mathbb{R}_+^{E \times E}, \; a_{ij}(m, t) = \begin{cases} \gamma_{ij}(m, t), & \text{если } \gamma_{ij}(m, t) \geq \rho(p) \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Частично направленная когерентность

Обозначим $\mathbf{x}_m(t) = [x_{m1}(t), \dots, x_{mE}(t)]^\mathsf{T}$ набор одновременно наблюдаемых временных рядов в отрезке времени $[t_n - T_w,\ t_n]$ в m-ом испытании. Векторная регрессионная модель порядка q:

$$\mathbf{x}_m(t) = \sum_{k=1}^{q} \mathbf{W}_k \mathbf{x}_m(t-k) + \mathbf{b}(t),\ \ b(t) \in \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{S}).$$

Строится преобразование Фурье матрицы коэффициентов:

$$\mathbf{W}(f) = \sum_{k=1}^{q} \mathbf{W}_k e^{-i2\pi fk}, \text{ где } f \text{ — частота.}$$

Тогда:

$$\pi_{j\to i}(m, t_n, f) = \frac{\frac{1}{\sigma_i}|\overline{\mathbf{W}}_{ij}(f)|}{\sqrt{\sum\limits_{k=1}^{q} \frac{1}{\sigma_k^2} \overline{\mathbf{W}}_{kj}(f) \overline{\mathbf{W}}_{kj}^H(f)}},\ \ \overline{\mathbf{W}}(f) = \mathbf{I} - \mathbf{W}(f),\ \ \sigma_i^2 = \mathbf{S}_{ii},$$

$$\pi_{ij}(m, t_n) = \frac{1}{2}\Big(\int\limits_{f_1}^{f_2} \pi_{i\to j}(m, t_n, f)df + \int\limits_{f_1}^{f_2} \pi_{j\to i}(m, t_n, f)df \Big),\ \ [f_1, f_2] \text{ — частота.}$$

Мера синхронизации фаз

Обозначим $x(t)$, $y(t)$ динамические системы, соответствующие наблюдениям сигнала $\mathbf{x}_{mi}$ и $\mathbf{x}_{mj}$ в отрезке времени $[t_n - T_w,\ t_n]$ в m-ом испытании.

Две динамические системы могут иметь синхронизацию фаз, даже если их амплитуды независимы. Синхронизация фаз понимается как:

$$|\phi_x(t) - \phi_y(t)| = const.$$

Аналитическое представление сигнала:

$$H(t) = x(t) + i\tilde{x}(t), \text{ где } \tilde{x}(t) - \text{преобразование Гильберта } x(t).$$

Фаза аналитического сигнала:

$$\phi(t) = \arctan\left(\frac{\tilde{x}(t)}{x(t)}\right).$$

Тогда для двух сигналов равной продолжительности:

$$p_{ij}(m, t_n) = \left|\frac{1}{T_w}\sum_{k=1}^{T_w} \exp(s(\phi_x(k\Delta t) - \phi_y(k\Delta t)))\right|, \text{ где}$$

$$\Delta t \ \text{— шаг по времени}, s = \sqrt{-1}.$$

Модель GCN LSTM

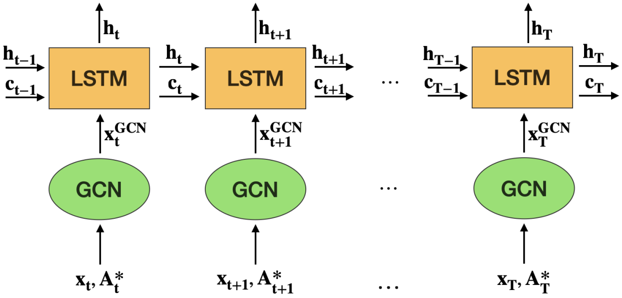
Опустим номер испытания m и обозначим в момент времени t:

$$\mathcal{G}(m,t) = \mathcal{G}_t,\ \mathcal{V}(m,t) = \mathcal{V}_t,\ \mathcal{E}(m,t) = \mathcal{E}_t,$$

$$\mathbf{A}^*_{\underline{\mathbf{X}},\mathbf{Z}}(m,t) = \mathbf{A}^*_t,\ \mathbf{x}_{mt} = \mathbf{x}_t \ \text{— } t\text{-й столбец матрицы } \mathbf{X}_m.$$

$$\mathbf{x}_t^{GCN} = \mathrm{GCN}(\mathbf{x}_t) = g_{\boldsymbol{\eta}} *_{\mathcal{G}_t} \mathbf{x}_t = g_{\boldsymbol{\eta}}(\mathbf{L}^*_t)\mathbf{x}_t = \sum_{k=0}^{K-1} \eta_k T_k(\tilde{\mathbf{L}}^*_t)\mathbf{x}_t,\ \tilde{\mathbf{L}}^*_t = 2\mathbf{L}^*_t/\lambda_t^{max} - \mathbf{I},$$

$$\mathbf{L}^*_t \in \mathbb{R}^{E\times E} \ \text{— матрица Лапласа, } T_k(\tilde{\mathbf{L}}^*_t) \ \text{— полином Чебышева.}$$



Итоговая модель декодирования

Вычислительный эксперимент

Гипотеза: Учет пространственной и функциональной структуры сигнала улучшает качество модели декодирования.

Цели:

1. Построить матрицы связей электродов рассматриваемыми методами,
2. Оценить качество работы пространственно – временной модели на основе полученных матриц.

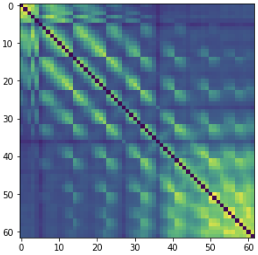
Данные: Выборка SEED по распознаванию эмоций. В качестве стимулов использовались отрывки видео, вызывающие определенные эмоциональные отклики (позитивный, негативный или нейтральный). ЭЭГ сигнал измерялся 62 электродами, частота дискретизации 200 Hz.

Признаки: дифференциальная энтропия в 5 частотных диапазонах delta (1 – 3Гц), theta (4 – 7Гц), alpha (8 – 13Гц), beta (14 – 30Гц), gamma (31 – 50Гц):

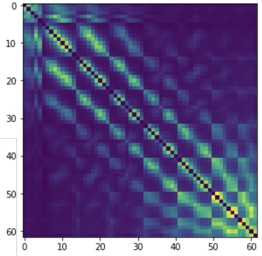
$$DE(X) = -\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \log\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}\right) dx,$$

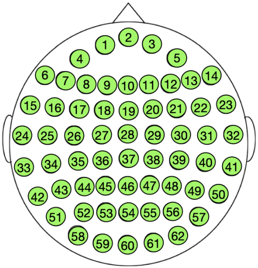
$$X \in \mathcal{N}(\mu, \sigma^2) \text{ — временной ряд.}$$

Корреляция Пирсона r_{ij}

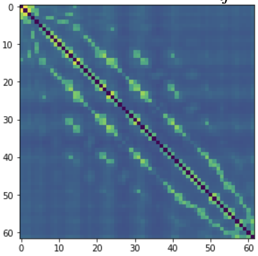


Когерентность γ_{ij}

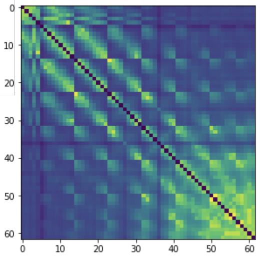




Частично направленная когерентность π_{ij}



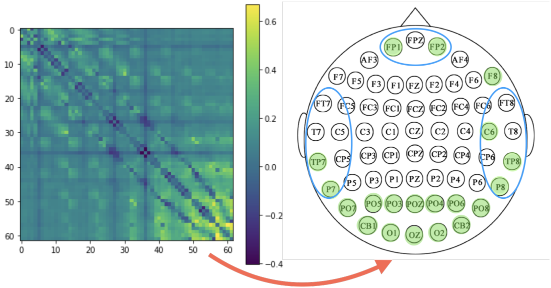
Синхронизация фаз p_{ij}



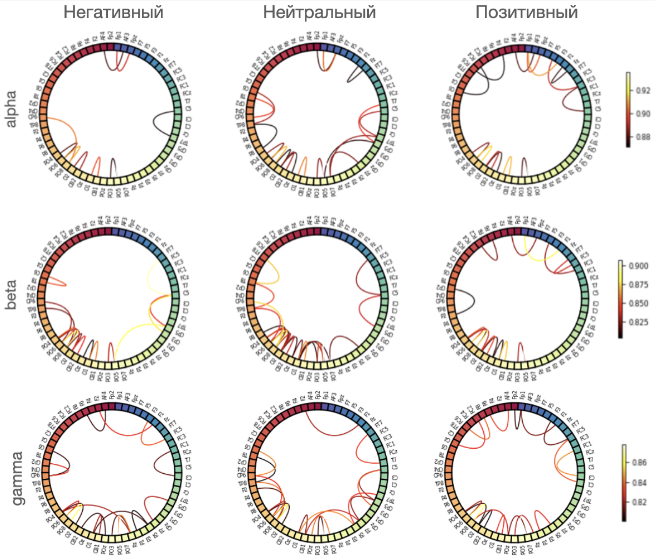
Результаты декодирования сигналов

Модель	Точность	Потери
LSTM	0.869 ± 0.010	0.268 ± 0.014
GCN LSTM: d_{ij}	0.894 ± 0.013	0.220 ± 0.012
GCN LSTM: r_{ij}	$\mathbf{0.914 \pm 0.011}$	$\mathbf{0.183 \pm 0.009}$
GCN LSTM: γ_{ij}	0.898 ± 0.010	0.214 ± 0.013
GCN LSTM: π_{ij}	0.898 ± 0.007	0.213 ± 0.012
GCN LSTM: p_{ij}	$\mathbf{0.925 \pm 0.008}$	$\mathbf{0.173 \pm 0.014}$

Разница наилучшей матрицы связности с базовой и соответствующие электроды, синим выделены целевые области ответственные за эмоциональные состояния:

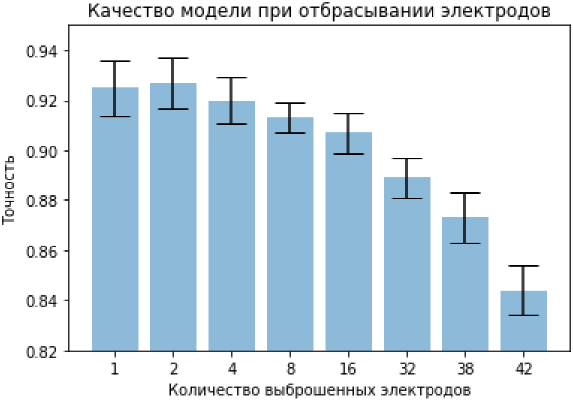


Нейробиологическая интерпретация



Zheng W. L. et al. Identifying stable patterns over time for emotion recognition from EEG
Saarimaki H. et al. Discrete neural signatures of basic emotion

Применение к определению эффективного набора электродов



Видна избыточность исходного набора электродов, можно сделать вывод о возможности искючения $\sim 25\%$ электродов при небольшой петере в качестве декодирования.

Выносится на защиту

1. Исследовано графовое представление сигнала, построена динамическая графовая структура.
2. Проведено сравнение различных методов оценки карты связности.
3. Предложена графово – рекуррентная модель для решения задачи декодирования.
4. Показана целесообразность использования информации о пространственной и функциональной структуре сигнала.
5. Проведена нейробиологическая интерпретация.
6. Рассмотрено применение графовой структуры к отбору эффективного набора электродов.