Построение хабов для рынка электроэнергии [a]

Еремеев А. В.

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН

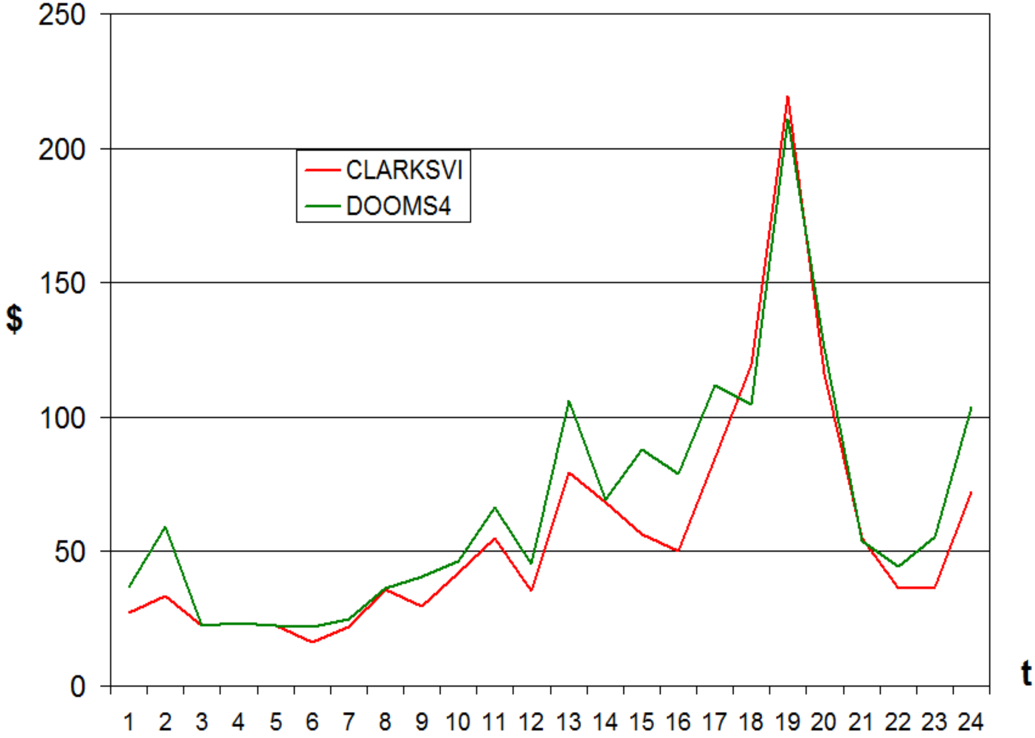
Работа выполнена при финансовой поддержке проекта РНФ 15-11-10009.

---

[a] **P.A. Borisovsky, A.V. Eremeev, E.B. Grinkevich, S.A. Klokov and N.A. Kosarev.** Trading hubs construction in electricity markets using evolutionary algorithms. Pattern Recognition and Image Analysis. 2014, Vol. 24, Issue 2, - P. 270-282.

Узловые цены на электроэнергию

В условиях маржинального узлового ценообразования на современных рынках электроэнергии цена не может быть единой, она меняется от одного узла сети к другому и от часа к часу.



Колебание цены двух узлах на рынке PJM (США) за сутки 13.02.07

Мотивация

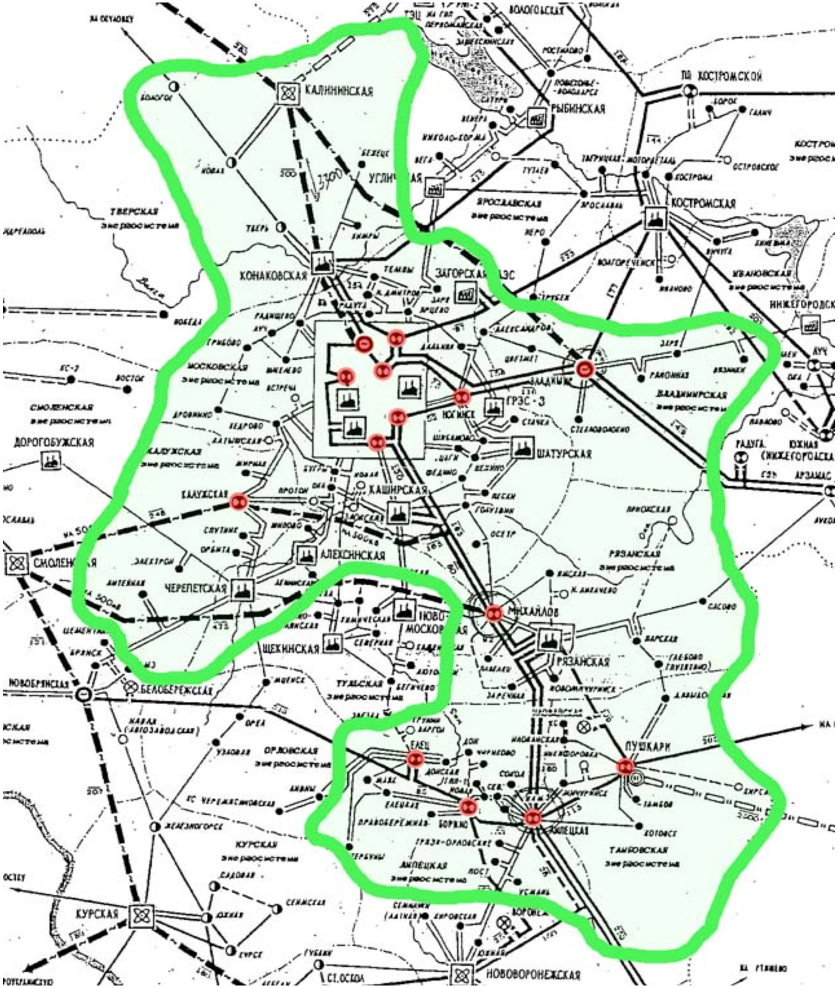
Участники рынка заинтересованы в определении одного или нескольких ценовых индексов с целью хеджирования своих рисков фьючерсными контрактами на эти индексы.

Индекс может определяться как среднее значение узловых цен по некоторому множеству узлов с «типичной» динамикой цен для некоторого региона.

Множество таких узлов называют **торговым хабом**.

Будем полагать, что цена $\boldsymbol{c_{Ht}}$ хаба $\boldsymbol{H}$ в час $\boldsymbol{t}$ – среднее арифметическое цен по множеству узлов хаба.

Пример хаба из 14 узлов



Торговые хабы на рынках электроэнергии США (обозначепны кругами)

Участники рынка

Участник рынка представляет собой производственное предприятие, генератор или сеть электроснабжения населенного пункта.

Участник $\boldsymbol{r}$ владеет одним или несколькими узлами электроэнергетической сети и покупает или продает электроэнергию по цене $\boldsymbol{p_r}$.

Входные данные

- $\boldsymbol{R}$ – множество участников рынка.
- $\boldsymbol{V^r}$ – множество узлов участника $\boldsymbol{r \in R}$.
- Вектор цен $(\boldsymbol{c_{i1}, \ldots, c_{iT}})$ задан для каждого из узлов $\boldsymbol{i = 1, \ldots, n}$.
- Вектор цен $(\boldsymbol{p_{r1}, \ldots, p_{rT}})$ задан для каждого из участников $\boldsymbol{r \in R}$.
- $\boldsymbol{m}$ – заданное число хабов.
- Весовые коэффициенты $\boldsymbol{w_r^{(t)}}$, пропорциональные объемам торговли участника $\boldsymbol{r}$ в час $\boldsymbol{t}$.

Прикрепление узлов к хабам

Определим расстояние от цены хаба $\boldsymbol{c_{Ht}}$ до цены участника $\boldsymbol{r}$ как

$$\boldsymbol{d(r, H) = \sum_{t=1}^{T} w_r^{(t)} (p_{rt} - c_{Ht})^2,}$$

где

$$\boldsymbol{c_{Ht} = \frac{1}{|H|} \sum_{k \in H} c_{kt},\ t = 1, \ldots, T.}$$

Участник $\boldsymbol{r}$ прикрепляется к хабу $\boldsymbol{j}$, дающему минимум $\boldsymbol{d(i, H_j)}$.

В таком случае участник $\boldsymbol{r}$ принадлежит *области предпочтения* хаба $\boldsymbol{H_j}$, обозначаемой через $\boldsymbol{G_j}$.

Входные данные (продолжение)

Чем больше число узлов хаба, тем более стабильна и предсказуема его цена. Поэтому задается

- $\boldsymbol{n_{min}}$ – минимальное допустимое число узлов хаба.

Важным параметром уровня конкуренции рынка является индекс Герфиндаля-Гиршмана (HHI). Пусть $\boldsymbol{W_r}$ – средний объем продажи электроэнергии участником $\boldsymbol{r}$.

$$HHI_j^{gen} = \sum_{r \in G_j} \left(\frac{100 \cdot W_r}{\sum_{r' \in G_j} W_{r'}} \right)^2, \quad j = 1, \ldots, m. \tag{1}$$

Индекс HHI для потребителей HHI_j^{con} определяется аналогично.

Высокие значения HHI показывают, что рынок делят несколько крупных участников.

- Считается, что хабы с HHI > 1800 имеют чрезмерный уровень концентрации.

Постановка задачи

Найти набор хабов $\boldsymbol{H_1, \ldots, H_m}$ такой, что

$$|\boldsymbol{H_j}| \geq \boldsymbol{n_{min}}, \quad \boldsymbol{j = 1, \ldots, m},$$

$$HHI_j^{\boldsymbol{gen}} \leq \mathbf{1800}, \quad \boldsymbol{j = 1, \ldots, m.}$$

$$HHI_j^{\boldsymbol{con}} \leq \mathbf{1800}, \quad \boldsymbol{j = 1, \ldots, m.}$$

Критерий: среднеквадратическое отклонение цен хабов от цен участников

$$\boldsymbol{f(H_1, \ldots, H_m) = \frac{1}{T \cdot |R|} \sum_{j=1}^{m} \sum_{r \in G_j} \sum_{t=1}^{T} w_r^{(t)} (p_{rt} - c_{H_j,t})^2 \to \min.}$$

Сложность задачи без ограничения по HHI

Теорема 1. (Борисовский, Еремеев 2007) *Задача выбора узлов одного хаба NP-трудна при* $\boldsymbol{T = 2}$, $\boldsymbol{R = \{1, \ldots, n\}}$, $\boldsymbol{p_{it} = c_{it}}$ *для всех* $\boldsymbol{i = 1, \ldots, n,\ t = 1, 2}$.

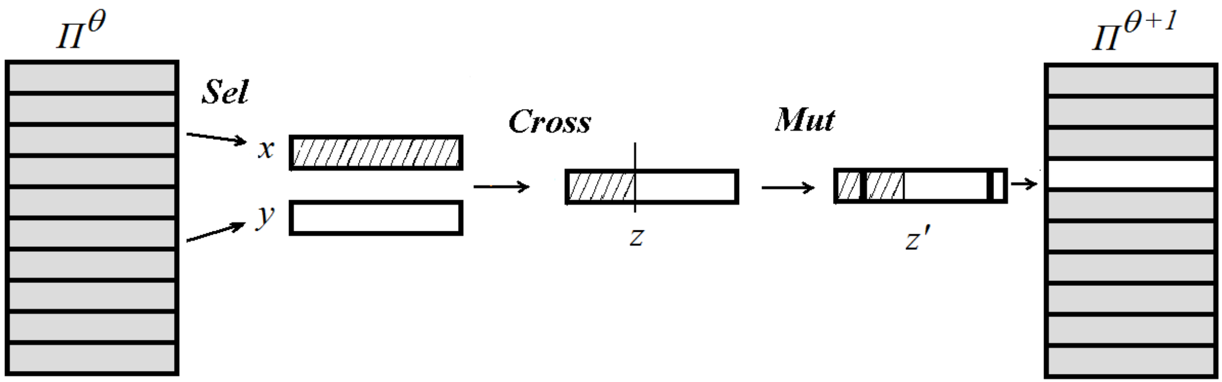
Теорема 2. *При любом фиксированном* $\boldsymbol{m \geq 1}$ *и единичных весах* $\boldsymbol{w_r^{(t)}}$ *задача выбора узлов хабов*

- *NP-трудна в сильном смысле и*
- *для нее не существует FPTAS, если P$\neq$NP.*

Генетический алгоритм (GA)

1. Построить начальную популяцию $\mathbf{\Pi^0}$ случайным образом. $\boldsymbol{\theta := 0}$.
2. Пока не выполнено условие остановки, выполнять:
   2.1 $\mathbf{\Pi^{\theta+1} := \Pi^{\theta}}$. Выбрать родительские решения $\mathbf{x}, \mathbf{y}$ из $\mathbf{\Pi^{\theta}}$.
   2.2 $\mathbf{z} := \boldsymbol{Cross}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$.
   2.3 $\mathbf{z}' := \boldsymbol{Mut}(\mathbf{z})$.
   2.4 Выбрать решение $\mathbf{x}$ с наибольшим $\boldsymbol{f}(\mathbf{x})$ в $\mathbf{\Pi^{\theta+1}}$ и заменить на $\mathbf{z}'$
   2.5 $\boldsymbol{\theta := \theta + 1}$.
3. Результат – решение с наименьшим $\boldsymbol{f}(\mathbf{x})$ среди найденных.

Выбор родителей на шаге 2.1 выполняется $\boldsymbol{s}$-турнирной селекцией: выбрать $\boldsymbol{s}$ решений из $\mathbf{\Pi}$ с равномерным распределением и «лучшее» среди них назначить родительским.



Кодировка решений

Решение $\mathbf{x} = (\boldsymbol{H}_1^{\mathrm{x}}, \dots, \boldsymbol{H}_m^{\mathrm{x}})$ кодируется вектором $(\boldsymbol{h}_1, \dots, \boldsymbol{h}_n)$, где $\boldsymbol{h}_i$ – номер хаба, в который включается узел $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{i} = \mathbf{1}, \dots, \boldsymbol{n}$:

$$\boldsymbol{h}_i = \boldsymbol{j} \Leftrightarrow \boldsymbol{i} \in \boldsymbol{H}_j^{\mathrm{x}}.$$

Часть узлов могут не входить ни в один из хабов, что обозначается через $\boldsymbol{h}_i = \mathbf{0}$.

Функция приспособленности

Для каждого хаба $\boldsymbol{H}_j^{\mathrm{x}}$ определим:

- Число недостающих узлов $\boldsymbol{d_j = \max\{0, n_{\min} - |H_j^{\mathrm{x}}|\}}$.
- Превышение индекса HHI для генераторов и потребителей:

$$\boldsymbol{D_j^{gen} = \max\{0, \mathit{HHI}_j^{gen} - 1800\},}$$

$$\boldsymbol{D_j^{con} = \max\{0, \mathit{HHI}_j^{con} - 1800\}.}$$

Приспособленность:

$$\boldsymbol{F(\mathrm{x}) = f(H_1^{\mathrm{x}}, \dots, H_m^{\mathrm{x}}) +}$$

$$\boldsymbol{C \cdot \sum_{j=1}^{m} \left(\mathrm{sgn}(d_j) + \mathrm{sgn}(D_j^{gen}) + \mathrm{sgn}(D_j^{con}) + \frac{d_j}{n_{min}} + \frac{D_j^{gen} + D_j^{con}}{D_{max}} \right)}$$

где

$$\boldsymbol{C = \max\{c_{it} : t = 1, \dots, T,\ i = 1, \dots, n\},}$$

$$\boldsymbol{D_{max} - \text{const}.}$$

Оператор кроссинговера

1) Два родительских решения *согласовываются* таким образом, что хабы с одинаковыми номерами имеют наименьшую симметрическую разность между собой.

2) Применяется стандартный равномерный кроссинговер: для каждого узла номер хаба выбирается равновероятно из двух вариантов, имеющихся в родительских решениях для этого узла.

Оператор мутации

Каждый узел с вероятностью $\boldsymbol{p_{mut}}$ подвергается мутации.

С равной вероятностью мутируемый узел относится к одному из хабов или остается неприкрепленным.

Алгоритм локального поиска (LS)

LS – модификация известного метода кластеризации «$\boldsymbol{K}$ средних», (MacQueen, 1967) с учетом специфики задачи выбора узлов хабов.

LS начинает работу с заданного набора хабов $\boldsymbol{H_1, \ldots, H_m}$ и итеративно перемещает некоторый узел из одного хаба в другой, при условии что это уменьшает значение функции $\boldsymbol{F}$.

Тестовые примеры

Использовались реальные данные рынка «на сутки вперед» ЕЭС России, где присутствуют около 200 участников.

Число узлов для формирования хабов составило 1161 в европейской зоне и 325 – в сибирской.

Период с 2007 по 2009 использован для задач E' и S' (Европа и Сибирь). Периоды по одному году (2008 или 2009) использовались в задачах E8, E9, S8 и S9.

Для Европы: $\boldsymbol{n_{min} = 100}$, $\boldsymbol{m = 3}$ либо $\boldsymbol{4}$.
Для Сибири: $\boldsymbol{n_{min} = 80}$, $\boldsymbol{m = 2}$ либо $\boldsymbol{3}$.

Настройки алгоритмов[a]

GA тестировался с 4 независимыми запусками, каждый распараллелен на 2 потока. Здесь $N = 200, s = 5, p_{mut} = 2/n$.

LS выполняется независимо на каждом из 8 процессоров и лучшее решение является результатом.

Ограничение времени счета:

	E$'$	E8	E9	E$'$	E8	E9	S$'$	S8	S9	S$'$	S8	S9
m	3	3	3	4	4	4	2	2	2	3	3	3
Время (ч)	4	1	1	4	1	1	2	0.5	0.5	2	0.5	0.5

[a] GA и LS реализованы на языке Java и тестировались на 8-ядерном Xeon E5420 QuadCore 2.5 GHz.

Число локальных оптимумов

Обозначим число локальных оптимумов через $\boldsymbol{\nu}$.

- **В задачах S', S8 и S9 при $\boldsymbol{m = 2, 3}$** во всех 150 независимых испытаниях локальный поиск возвращал различные локальные оптимумы (число шагов от 3 до 7).

  Нижняя граница[a] для $\boldsymbol{\nu}$ с доверительным уровнем 95% оказывается равной **3755**.

- **В задачах $\mathbf{E'}$, E8 и E9** число локальных оптимумов не оценивалось, т.к. времени счета оказалось недостаточно для достижения локального оптимума.

[a]Статистические оценки для $\boldsymbol{\nu}$ получены с использованием методов из [Eremeev, Reeves, 2003].

Средние отклонения цен в решениях, полученных LS и GA

Сибирская зона

	S'	S8	S9	S'	S8	S9
m	2	2	2	3	3	3
LS	44.36	47.16	52.07	50.57	-	56.49
GA	44.47	47.04	51.94	47.12	47.65	53.45

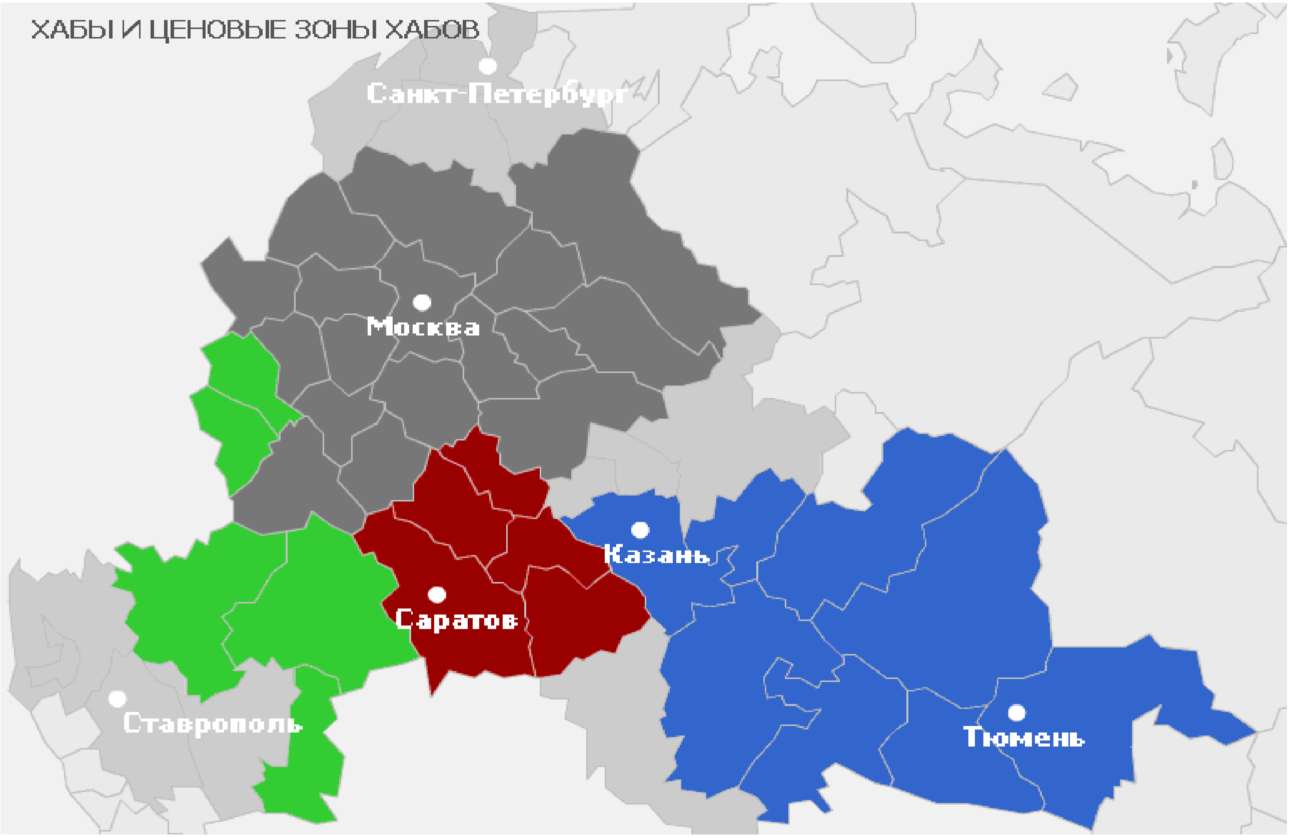
Европейская зона

	E'	E8	E9	E'	E8	E9
m	3	3	3	4	4	4
LS	57.88	54.17	55.51	54.66	52.02	52.8
GA	58.04	54.14	55.45	56.36	52.17	53.21

При выборе Хабов для Московской энергетической биржи

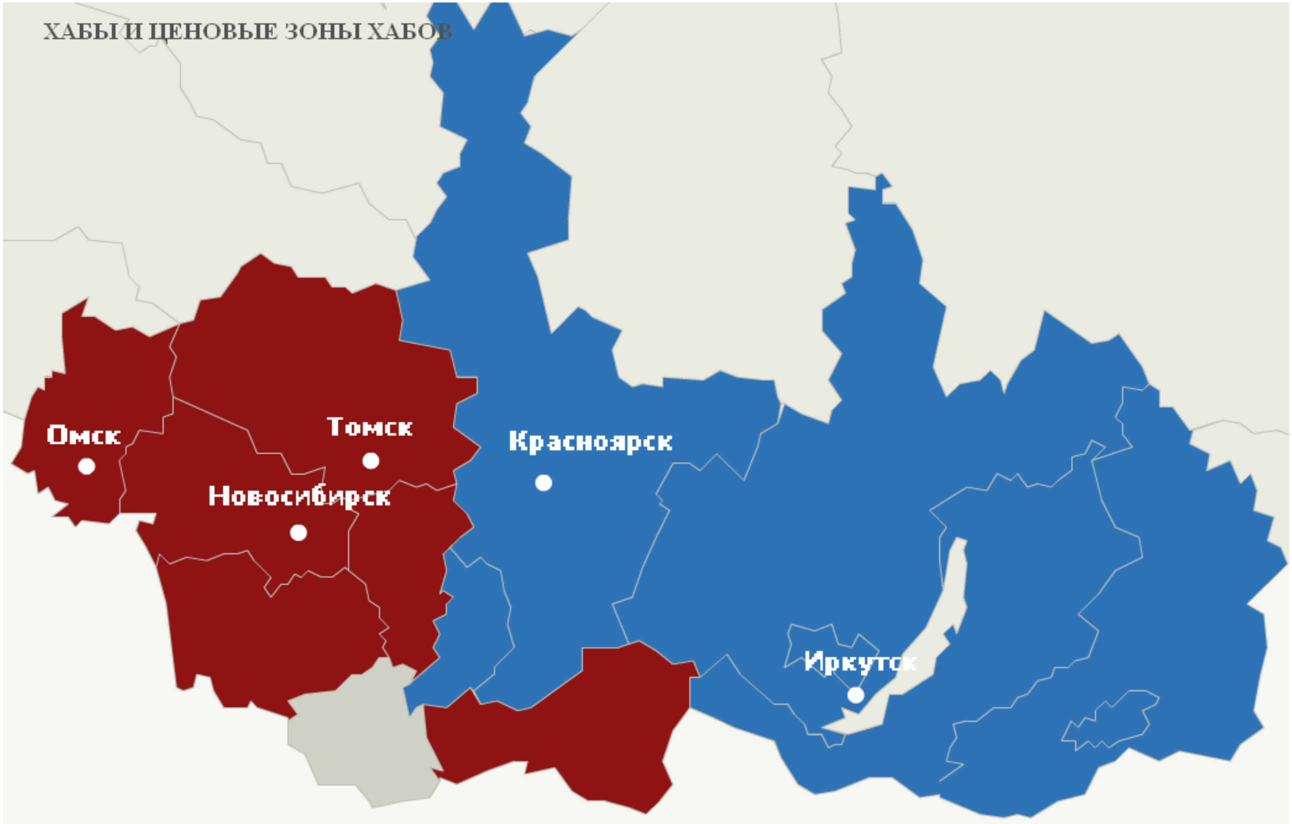
- в сибирской зоне использовался **GA**;
- в европейской зоне использовалась **комбинация GA+LS**.

Хабы Московской энергетической биржи (европейская зона)



Источник: www.mosenex.ru

Хабы Московской энергетической биржи (сибирская зона)



Источник: www.mosenex.ru

Заключение

- Предложена новая постановка задачи выбора узлов хабов с ограничениями на размер хабов и уровень концентрации рынка.
- Доказана NP-трудность задачи и сложность аппроксимации.
- Предложено два эвристических алгоритма: алгоритм локального поиска и генетический алгоритм.
- Проведен вычислительный эксперимент на многопроцессорной ЭВМ, показавший что алгоритмы взаимно дополняют друг друга.
- Представляет интерес дальнейшее исследование сложности аппроксимации и разработка приближенных алгоритмов решения задачи.

Спасибо за внимание!

Сложность задачи

Теорема 2. (Еремеев, Тарасенко, 2010) *Задача выбора узлов хабов NP-трудна* **в сильном смысле** *при* $\boldsymbol{m = 1}$ *и |R|=1.*

Доказательство основывается на сведении к рассматриваемой задаче NP-полной в сильном смысле задачи ВЕРШИННОЕ ПОКРЫТИЕ.

ВЕРШИННОЕ ПОКРЫТИЕ: дан граф $\boldsymbol{G = (V, E)}$ и число $\boldsymbol{k \leq |V|}$. Требуется выяснить, существует ли $\boldsymbol{C \subseteq V}$, $\boldsymbol{|C| = k,}$ такое что каждое $\boldsymbol{e \in E}$ инцидентно хотя бы одной вершине из $\boldsymbol{C}$.

Идея доказательства

Исходные данные задачи ВЕРШИННОЕ ПОКРЫТИЕ преобразуются в исходные данные задачи выбора узлов хаба с $\boldsymbol{m = 1}$ и единичными $\boldsymbol{w_1^{(t)}}$:

$$\text{узлы} \leftrightarrow \text{вершины графа } \boldsymbol{G};$$

$$\text{часы} \leftrightarrow \text{ребра графа } \boldsymbol{G};$$

$$\boldsymbol{n_{min} = k;}$$

$$\boldsymbol{p_1^{(t)} = \frac{1}{2k},\ t = 1, \ldots, T;}$$

$$\boldsymbol{c_i^{(t)}} = \begin{cases} \boldsymbol{1,} & \text{если ребро } \boldsymbol{e_t} \text{ инцидентно вершине } \boldsymbol{v_i}, \\ \boldsymbol{0,} & \text{иначе,} \end{cases}$$

$$\boldsymbol{i = 1, \ldots, n,\ t = 1, \ldots, T.} \tag{2}$$

Лемма. *Вершины* $\boldsymbol{v_k}$ *и* $\boldsymbol{v_l}$ *смежны в графе* $\boldsymbol{G} \Leftrightarrow \boldsymbol{\sum_{t=1}^{T} c_k^{(t)} c_l^{(t)} > 0.}$

Многопроцессорная реализация

GA был адаптирован для многопроцессорных ЭВМ. Выполнение шагов 2.1-2.4 происходит независимо на разных процессорах:

2.1 Выбрать родительские решения $\mathbf{x}, \mathbf{y}$ из $\mathbf{\Pi}$.
2.2 $\mathbf{z} := \boldsymbol{Cross}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$.
2.3 $\mathbf{z}' := \boldsymbol{Mut}(\mathbf{z})$.
2.4 Выбрать «худшее» решение $\mathbf{z}$ в $\mathbf{\Pi}$ и заменить на $\mathbf{z}$.

Узким местом при синхонизации является обновление популяции.