

# Локально-аппроксимирующие модели в анализе сигналов головного мозга

Маркин Валерий Олегович

Московский физико-технический институт  
Физтех-школа прикладной математики и информатики  
Кафедра интеллектуальных систем

Научный руководитель: д.ф.-м.н. В.В. Стрижов

Москва, 2020

# Локальная модель для декодирования сигналов электрокортикограммы

По записям электрических импульсов головного мозга требуется восстановить траекторию движения руки. Гипотеза о связи движения волнового фронта в пространстве с траекторией кисти.

## Проблема

Исходное признаковое пространство избыточно, признаки сильно коррелированы.

## Предлагаемое решение

Построить локальную модель, учитывающую пространственную структуру сигнала. Использовать параметры модели как новое признаковое описание.

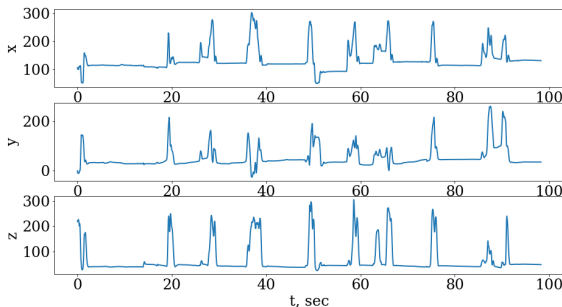
## Центральная гипотеза

Траектория движения кисти определяется движением волнового фронта (перемещением зоны активности по поверхности моторной зоны коры головного мозга).

- Chao Z.C., Nagasaka Y., Fujii N. (2010). *Long-term asynchronous decoding of arm motion using electrocorticographic signals in monkeys.* // Frontiers in Neuroengineering.
- Motrenko A.P., Strijov V.V. *Multi-way feature selection for ecog-based brain-computer interface.* // Expert Systems with Applications.
- Isachenko R.V., Strijov V.V. *Quadratic Programming Optimization with Feature Selection for Non-linear Models*// Lobachevskii Journal of Mathematics.

# Декодируемые сигналы электрокортикограммы

- Сигналы  $\mathbf{s}(t) \in \mathbb{R}^{N_{ch}}$ .  $N_{ch}$  – число электродов
- Координаты электродов  $\mathbf{Z} = \{(\mathbf{z}_j \in \mathbb{R}^2, j \in \{1 \dots, N_{ch}\})\}$
- Положение кисти в пространстве  $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^3$



Координата руки



Пространственное  
расположение  
электродов

Chao ZC, Nagasaka Y, Fujii N (2010). "Long-term asynchronous decoding of arm motion using electrocorticographic signals in monkeys." *Frontiers in Neuroengineering* 3:3.

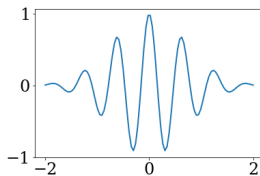
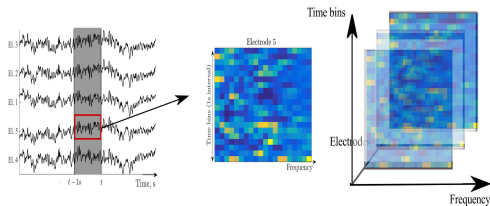
# Преобразование электрокортикограммы

Процесс построения частотно-временного описания  $\underline{X}_m$  использует вейвлет-преобразование.

Вейвлет-преобразование сигнала  $s(t)$  с вейвлетом  $\psi(t)$ :

$$\psi_{m,n} = a_0^{-m/2} \psi \left( \frac{t - nb_0}{a_0^m} \right)$$

$$T_{m,n} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi$$



Вейвлет Морле

## Постановка задачи локальной аппроксимации

**Основная идея:** для описания каждого момента времени учесть его предысторию, пространственные и частотные свойства сигнала.

### Схема преобразований

$$\mathbf{s}(t) \in \mathbb{R}^{N_{\text{ch}}} \xrightarrow[\text{transform}]{\text{wavelet}} \underline{\mathbf{X}}_m \in \mathbb{R}^{N_{\text{ch}} \times T \times F} \xrightarrow[\text{model}]{\text{local}} \underline{\Theta}_m \in \mathbb{R}^{N_f \times T \times F}$$

Метод локальной аппроксимации состоит в построении признакового описания момента времени на основе решения задачи (1).

### Локальная модель временного ряда

Локальной моделью  $\mathbf{x}(t)$  называется параметрическое или непараметрическое отображение интервала  $[t - \Delta t, t]$

$$\mathbf{g}(\gamma) : \mathbf{x}[t - \Delta t, t] \longrightarrow \hat{\mathbf{x}}[t - \Delta t, t]$$

где  $\gamma$  - параметры локальной модели, которые находятся решением оптимизационной задачи.

$$\|\mathbf{x} - \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}, \gamma)\| \longrightarrow \min_{\gamma} \quad (1)$$

## Локальная аппроксимация нормальным распределением

Заданы координаты каждого электрода на плоскости

$Z = \{(\mathbf{z}_j \in \mathbb{R}^2, j \in \{1 \dots, N_{ch}\})\}$ . Локальная модель

$$g(\xi, A, \mu, \Sigma) = A \exp\left(-\frac{1}{2}(\xi - \mu)^T \Sigma^{-1}(\xi - \mu)\right).$$

Решением оптимизационной задачи  $\sum_{i=1}^{N_{ch}} \|\mathbf{x}_i - g(\mathbf{z}_j, A, \mu, \Sigma)\| \rightarrow \min_{\gamma=[A, \mu, \Sigma]}$  будет

$$\mu = \frac{\sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j \mathbf{z}_j}{\sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j},$$

$$\Sigma = \frac{1}{n} \mathbf{Z}^T \text{diag}(\mathbf{x}) \mathbf{Z}.$$

В качестве новых признаков для описания сигнала используются параметры нормального распределения  $\mu$ ,  $\Sigma$ , а так же их производные по времени.

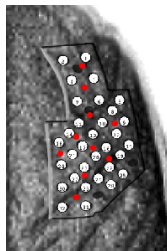
## Модель на основе функций радиального базиса (альтернативная модель)

Помимо координат электродов выбраны дополнительно  $n_{\text{basis}}$  точек на плоскости  $\hat{\mathbf{Z}} \in \mathbb{R}^{n_{\text{basis}} \times 2}$ . Локальная модель имеет вид

$$g(\xi, \gamma) = \sum_{j=1}^{n_{\text{basis}}} \gamma_j \exp(-\|\xi - \hat{\mathbf{z}}_j\|).$$

Вектор весов базисных компонент  $\gamma$  находится решением оптимизационной задачи:

$$\sum_{i=1}^n \|\mathbf{x}_i - g(\mathbf{z}_i, \gamma)\|_2^2 \rightarrow \min_{\gamma}.$$





## Решение задачи декодирования методом проекции в скрытое подпространство

Размерность признакового пространства  $N_f \times T \times F \approx 1000$ , причем признаки сильно коррелированы. Используется, PLS.

Предполагается линейная зависимость признаков и целевой переменной

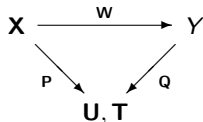
$$\underset{1 \times r}{\mathbf{y}} = \underset{1 \times n}{\mathbf{x}} \cdot \underset{n \times r}{\boldsymbol{\Theta}^*} + \underset{1 \times r}{\boldsymbol{\varepsilon}},$$

$$\boldsymbol{\Theta}^* = \arg \max_{\boldsymbol{\Theta}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\Theta}\|_2.$$

Алгоритм PLS находит матрицы  $\mathbf{T}, \mathbf{U} \in \mathbb{R}^{m \times l}$ , описывающую исходные матрицы  $\mathbf{X}$  и  $\mathbf{Y}$ . Метод позволяет учитывать зависимость исходной и целевой переменных.

$$\underset{m \times n}{\mathbf{X}} = \underset{m \times l}{\mathbf{T}} \cdot \underset{l \times n}{\mathbf{P}} + \underset{m \times n}{\mathbf{F}} = \sum_{k=1}^l \underset{m \times 1}{\mathbf{t}_k} \cdot \underset{1 \times n}{\mathbf{p}_k} + \underset{m \times n}{\mathbf{F}},$$

$$\underset{m \times r}{\mathbf{Y}} = \underset{m \times l}{\mathbf{U}} \cdot \underset{l \times r}{\mathbf{Q}} + \underset{m \times r}{\mathbf{E}} = \sum_{k=1}^l \underset{m \times 1}{\mathbf{u}_k} \cdot \underset{1 \times r}{\mathbf{q}_k} + \underset{m \times r}{\mathbf{E}}.$$



Коэффициент корреляции между двумя временными рядами:

$$r(s(t), \hat{s}(t)) = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^T \frac{(s(t_j) - \mu_s)(\hat{s}(t_j) - \mu_{\hat{s}})}{\sigma_s, \sigma_{\hat{s}}},$$

где

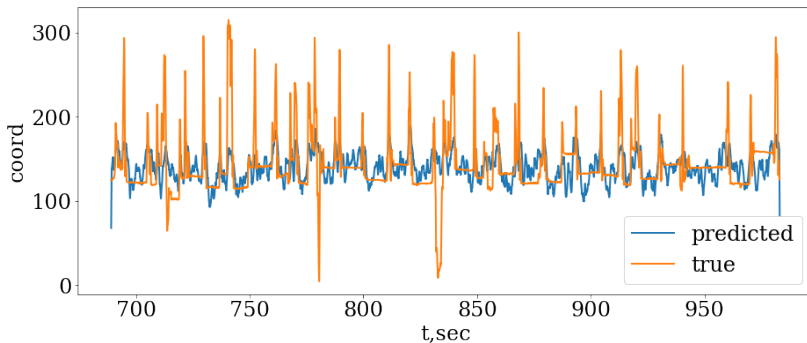
$$\mu_s = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^T T, \quad \sigma_s^2 = \frac{1}{T-1} \sum_{j=1}^T T(s - \mu_s)^2.$$

Для оценки качества локальной аппроксимации используем  $r(x_j(t), \hat{x}_j(t))$  — корреляцию истинного и восстановленного сигналов на каждом электроде.

Для оценки качества предсказания  $r(y_j(t), \hat{y}_j(t))$  — корреляцию истинной и предсказанной траектории руки.

## Описание экспериментов

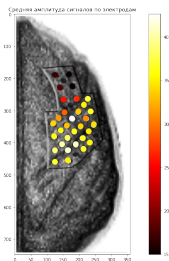
- Требуется восстановить координату движения конечности по сигналу электрокортикограммы.
- 5 временных рядов по 20 минут, первые 15 минут обучение, остальные 5 минут — тест.
- Критерий качества: коэффициент корреляции между предсказанной траекторией и истинной.



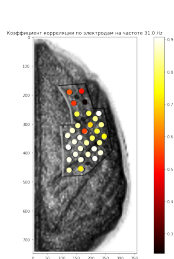
Зависимость предсказанной и истинной траекторий от времени

## Оценка качества локальных моделей

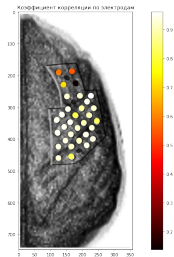
Эксперимент показал, что для всех моделей  $\bar{r} \approx 0.8$  что говорит о способности используемой пространственной локальной модели адекватно аппроксимировать сигнал. Белые точки на рисунке соответствуют лучшему качеству аппроксимации в данной точке.



Без обработки



Фурье-преобразование

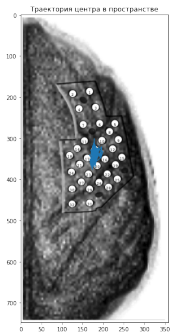


Вейвлет-преобразование

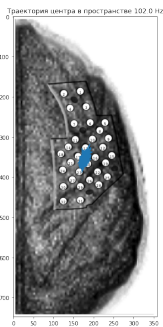
Корреляция исходного и восстановленного ряда на разных электродах

## Выбор локальной модели

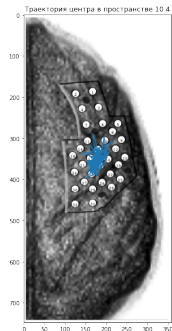
Из рисунков следует, что перемещение волнового фронта наилучшим образом видно после применения вейвлет-преобразования.



Без обработки



Фурье-преобразование

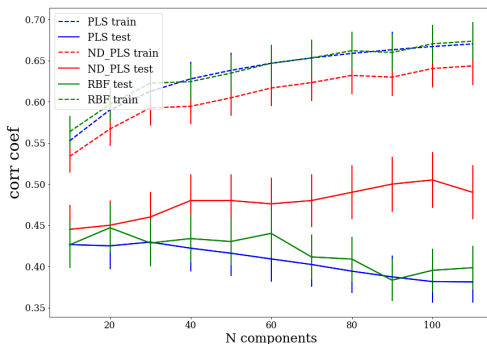


Вейвлет-  
преобразование

Траектория центра волны после применения преобразований к сигналу

## Сравнение методов декодирования

Проведено сравнение результатов работы алгоритма PLS на данных содержащих только частотно-временное описание сигнала,  $\underline{X}_m$ , и данных, дополнительно учитывающих пространственную структуру,  $\underline{\Theta}_m$ .



Метод предложенный в работе меньше переобучается и дает лучшие результаты.

- Предложен метод, учитывающий пространственную структуру сигнала в задаче анализа ECoG.
- Разработанный подход понижает размерность задачи в 3 - 6 раз.
- Проведен численный эксперимент, показывающий эффективность предложенного решения.
- Подтверждена гипотеза об избыточности признаков и необходимости понижения размерности.