

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. М.В. ЛОМОНОСОВА**

Факультет вычислительной математики и кибернетики

**ПРОГРАММА
вступительного экзамена в аспирантуру
по специальности**

От экзаменуемого требуется: знание материала, предусмотренного в общей части и соответствующем специальном разделе; умение кратко изложить содержание работы, представленной в качестве реферата, и владение всем кругом вопросов связанных с узкой областью, к которой относится реферат.

1. Общая часть.

1. Непрерывные функции одной переменной и их свойства. Равномерная непрерывность. Равностепенная непрерывность семейства функций. Теорема Арцела.
2. Функции многих переменных. Полный дифференциал. и его геометрический смысл. Достаточные условия дифференцируемости. Градиент.
3. Определенный интеграл. Интегрируемость непрерывной функции. Первообразная непрерывной функции. Приближенное вычисление определенных интегралов. Формулы трапеций и Симпсона, оценки погрешностей. Понятие о методе Гаусса.
4. Числовые ряды. Сходимость рядов. Критерий Коши. Достаточные признаки сходимости (Коши, Деламбера, интегральный, Лейбница).
5. Абсолютная и условная сходимость ряда. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Перестановка членов ряда. Теорема Римана. Умножение рядов.
6. Ряды и последовательности функций. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов (непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование).

7. Собственные и несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость по параметрам и ее признаки. Непрерывность, интегрирование и дифференцирование интегралов по параметру.
8. Мера множества. Измеримые функции. Интеграл Лебега и его основные свойства.
9. Степенные ряды в действительной и комплексной области. Радиус сходимости. Теорема Коши-Адамара. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов (почленное интегрирование и дифференцирование). Разложение элементарных функций.
10. Функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.
11. Элементарные функции комплексного переменного z^n , e^z , $\frac{az+b}{cz+d}$, и даваемые ими конформные отображения. Простейшие многозначные функции \sqrt{z} , $\text{Ln}(z)$.
12. Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряд Тейлора.
13. Ряд Лорана. Полус и существенно особая точка. Вычеты. Основная теорема о вычетах и ее применение.
14. Линейные преобразования. Квадратичные формы. Приведение их к каноническому виду линейными преобразованиями в комплексной и действительной областях. Закон инерции.
15. Линейная зависимость и независимость векторов. Ранг матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений, теорема Кронекера-Капелли. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений.
16. Ортогональные преобразования в евклидовом пространстве и ортогональные матрицы. Свойства ортогональных матриц.
17. Характеристический многочлен линейного преобразования векторного пространства. Собственные числа и собственные векторы. Свойства собственных чисел и векторов симметрических матриц. Понятие о методе ортогональных вращений решения полной проблемы собственных значений.

18. Итерационные методы решения уравнения $f(x) = 0$ (хорд, Ньютона). Принцип сжатых отображений в полных метрических пространствах и его применение.
19. Линейные операторы, норма линейного оператора. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений (методы простой итерации и Зейделя).
20. Гильбертово пространство. Линейные и билинейные функционалы в гильбертовом пространстве. Линейные уравнения с вполне непрерывным оператором.
21. Интегральные уравнения Фредгольма 2-ого рода. Теорема Фредгольма. Интегральные уравнения с симметричным ядром.
22. Ортогональные системы функций. Ряды Фурье по ортогональной системе функций, неравенство Бесселя, сходимость ряда Фурье. Достаточные условия равномерной сходимости рядов Фурье по тригонометрической системе функций. Влияние гладкости функции на порядок коэффициентов Фурье.
23. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения, системы уравнений первого порядка и уравнения n -ого порядка.
24. Линейные дифференциальные уравнения n -ого порядка. Линейное однородное уравнение. Линейная независимость функций. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Общее решение неоднородного уравнения.
25. Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами (однородные и неоднородные).
26. Устойчивость по Ляпунову решений обыкновенных дифференциальных уравнений. Теорема об устойчивости по первому приближению. Второй метод Ляпунова.
27. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера. Вариационная задача с подвижными концами. Условия трансверсальности.
28. Градиентные методы поиска экстремума.
29. Формализация понятия алгоритма (машины Тьюринга, нормальные алгоритмы Маркова). Алгоритмическая неразрешимость.

30. Структура и состав вычислительной системы (аппаратура + программное обеспечение).
31. Основные компоненты архитектуры ЭВМ (процессор, устройства памяти, внешние устройства).
32. Операционные системы, основные функции. Типы операционных систем.
33. Парадигмы программирования (функциональное, императивное, объектно-ориентированное программирование).
34. Базы данных. Основные понятия реляционной модели данных. Реляционная алгебра. Средства языка заросов SQL.
35. Функции алгебры логики. Реализация их формулами. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма.
36. Схемы из функциональных элементов и простейшие алгоритмы их синтеза. Оценка сложности схем, получаемых по методу Шеннона.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ильин В.А., Поздняк Э.Г. Основы математического анализа. ч. 1 и ч. 2.
2. Кудрявцев Л.Д. Математический анализ. ч. 1 и ч. 2.
3. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии.
4. Воеводин В.В. Линейная алгебра.
5. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного.
6. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексного переменного.
7. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре.
8. Курош А.Г. Курс высшей алгебры.
9. Колмолгоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа.
10. Шилов Г.Е. Введение в теорию линейных пространств.
11. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
12. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений.
13. Петровский И.Г. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям.
14. Эльсгольц Л.З. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление.

15. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики.
16. Соболев С.Л. Уравнения математической физики.
17. Петровский И.Г. Лекции по уравнениям в частных производных.
18. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. т. 1 и т. 2.
19. Бахвалов Н.С. Численные методы.
20. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем.
21. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. т. 1 и т. 2.
22. Крамер Г. Математические методы статистики.
23. Яблонский С.В. Методические разработки по курсу «Элементы дискретной математики». Ротапринт.
24. Лупанов О.Б. О синтезе некоторых классов управляющих систем. «Проблемы Кибернетики», вып. 10, стр.63-97.
25. Журавлев Ю.И. Теоретико-множественные методы в алгебре логики. «Проблемы Кибернетики», вып. 8, стр.5-43.
26. Мальцев А.И. Вычислимые функции.
27. Карлин С. Математические методы в теории игр, программировании и экономике.
28. Васильев Ф.П. Лекции по методам решения экстремальных задач.
29. Гермейер Ю.Б. Введение в теорию исследования операций.
30. Алгоритмический язык АЛГОЛ-60. Пересмотренное сообщение. «Мир», 1965.
31. Флорес А. Организация вычислительных машин, 1972.
32. Хомский Н. Формальные свойства грамматик. «Кибернетический Сборник», 1966, вып. 2.
33. Гусев, Смирнова. Языки, грамматики и абстрактные модели (обзор). «Автоматика и Телемеханика», 1968, N 4,5.
34. Ренделл Б., Рассел Л. Реализация АЛГОЛ-60, 1967.
35. Лавров С.С., Гончарова Л.И. Автоматическая обработка данных, 1971.
36. Языки программирования (сборник), «Мир», 1972.
37. Джермейн К. Программирование на IBM-360, 1973.
38. Любимский Э.З., Мартынюк В.В., Трифонов Н.П. Программирование.- М.: Наука, 1980.
39. Абрамов В.Г., Трифонов Н.П., Трифонова Г.Н. Введение в язык Паскаль.-М.: Наука, 1988.
40. Языки программирования. Т Пратт. М. Зелкович. Питер.2002.
41. Операционные системы. У. Столингс. Вильямс.2002.
42. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику.-М.: Наука, 1986.
43. Введение в системы БД. К. Дейт. Вильямс. 2001.
44. Организация ЭВМ. К. Хамахер, З. Вранешич, С. Заки, Питер, 2003.
45. Архитектура компьютера. Э. Таненбаум. Питер. 2002. 4-издание.

В. Для специальностей: "математическая логика" и

"математическая кибернетика":

1. Вопросы функциональной полноты в K -значной логике. Теорема о полноте для P_2 . Теорема Кузнецова. Алгоритмы распознавания полноты в P_K . Теорема Слупецкого. ([23] ч.1. гл.1,2).
2. Методы синтеза управляющих систем. Упрощение дизъюнктивных нормальных форм. Асимптотически оптимальные методы синтеза схем. Методы получения нижних оценок. ([23] ч.4).
3. Вопросы независимости, непротиворечивости и дедуктивной полноты на примере исчисления высказываний, теорема дедукции.
4. Автоматы и машины Тьюринга. Классы рекурсивных функций. Эквивалентность понятий частично рекурсивная функция и функция, вычисляемая по Тьюрингу.
5. Двойственность в задачах математического программирования и ее связь с теорией игр.
6. Понятие оптимальных стратегий в исследовании операций и методы их отыскания. Необходимые условия оптимальности.
7. Матричные игры и методы их решения.
8. Исследование моделей "оборона-нападение" и "численный поиск экстремума".