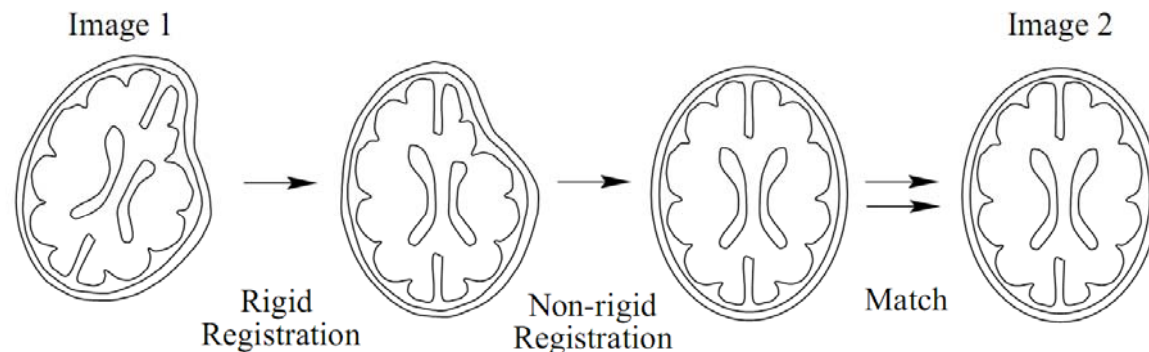


Задача совмещения

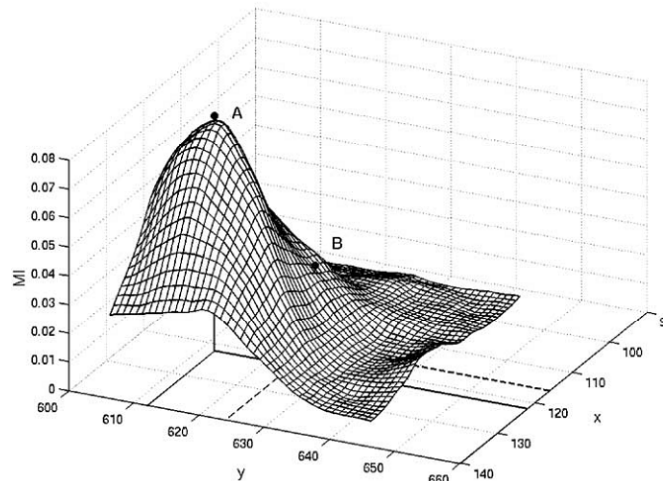
Задача: Найти преобразование, наилучшим образом совмещающее два изображения.

- Что понимается под «преобразованием»?
- Что значит «наилучшим образом»?
- Как найти?



Максимизация взаимной информации

$$T^* = \arg \max_{T \in \Omega} MI(A, T(B))$$



← утопия

Ω – пространство аффинных преобразований (6-мерное)

$$MI = \sum_{i,j=0}^n p_{A,T(B)}(i, j) \log \frac{p_{A,T(B)}(i, j)}{p_A(i) p_{T(B)}(j)}$$

$$p_{A,T(B)}(i, j) = \frac{1}{N^2} \left| \left\{ (x, y) \mid A_{xy} = i, \underline{T(B)_{xy} = j} \right\} \right|$$

Функционал: свойства

$$T^* = \arg \max_{T \in \Omega} F(T)$$

- $\dim(\Omega)=6$
- Вычисление F – дорогая операция
- F – общего вида
- F – гладкая
- F' неизвестна

Нужна *оптимизация без производных* (в высоких размерностях).

Powell's methods

$$T^* = \arg \max_{T \in \Omega} F(T) \quad \dim(\Omega) = n$$

- Храним значения F в m опорных точках
- На каждом шаге k по опорным точкам приближаем F квадратичной функцией Q_k (от $\sim n^2$ параметров)
- Максимизируем Q_k
- Обновляем опорные точки
- Повторяем до достижения требуемой точности

На практике требует $O(m)$ вычислений F .

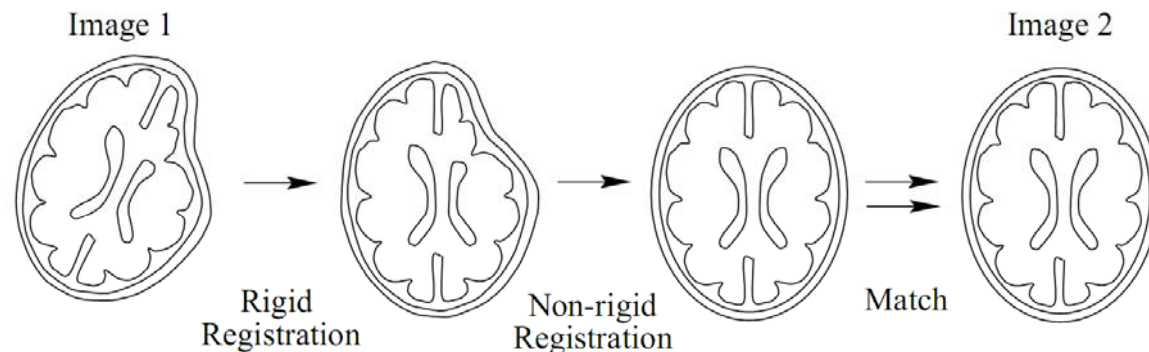
У метода NEWUOA $m = 2n + 1$.

Применим для высоких размерностей ($n \leq 400$)

Задача совмещения

Задача: Найти преобразование, наилучшим образом совмещающее два изображения.

- Что понимается под «преобразованием»?
- Что значит «наилучшим образом»?
- Как найти?



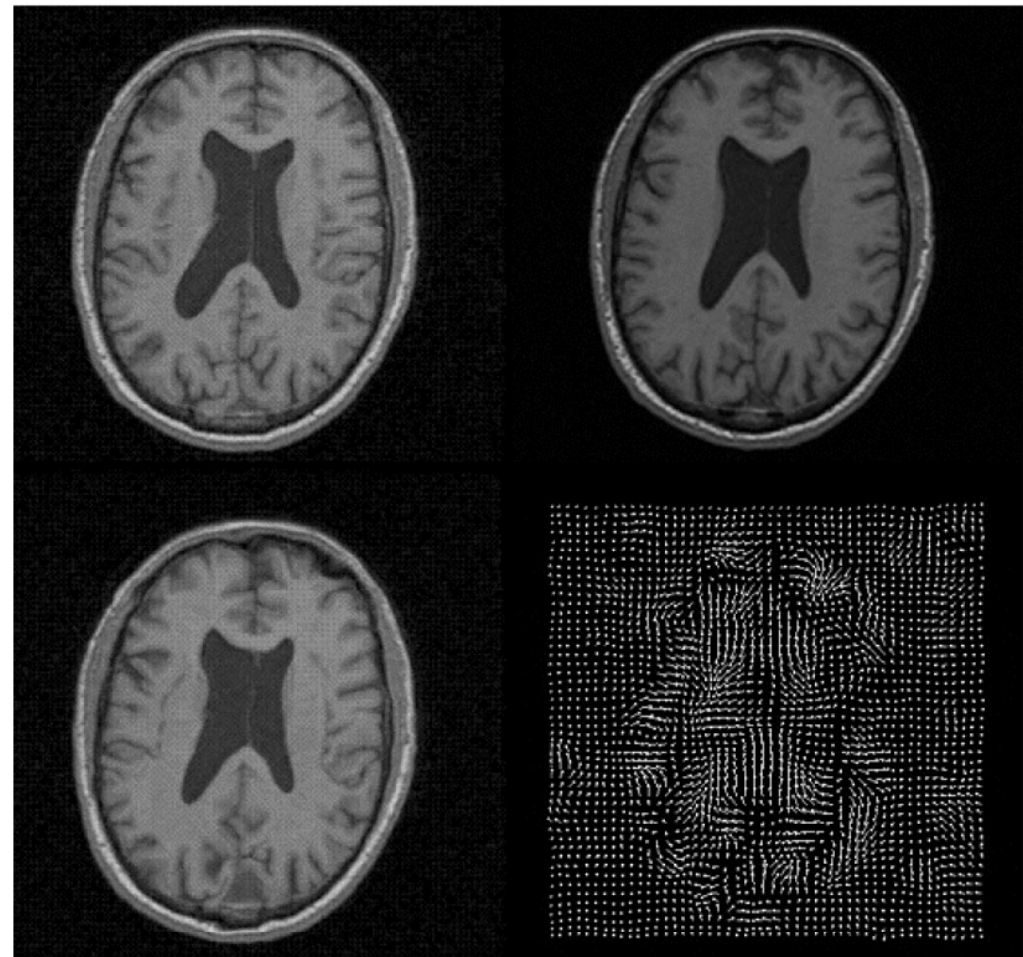
Эластические преобразования

поле деформаций

$$T(B)_{ij} = B_{T_{ij}^x, T_{ij}^y}$$

B

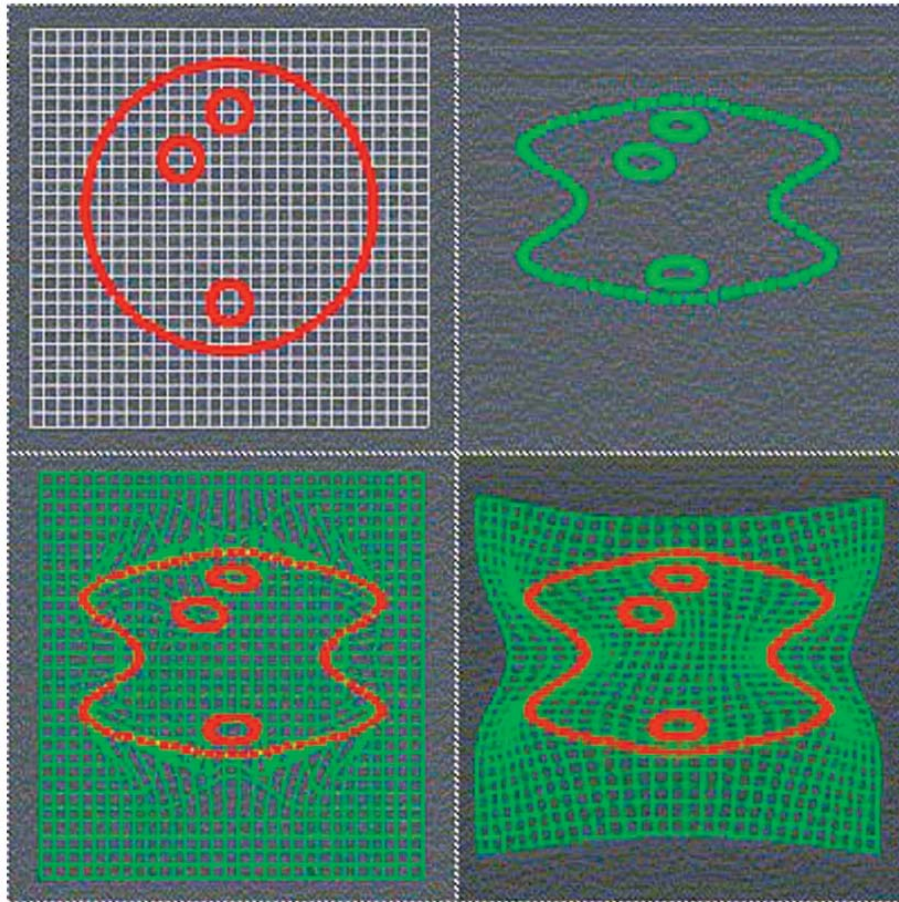
A



$T(B)$

$T = (T^x, T^y)$

Штраф неупругих деформаций



bad

ok

$$D_{smooth}(T) = \iint \left(\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)^2 \right) dx dy$$

$$F(T) = MI(A, T(B)) - \lambda D_{smooth}(T)$$

Эластическая регистрация

$$T^* = \arg \max_{T \in \Omega} (MI(A, T(B)) - \lambda D_{smooth}(T))$$

$$MI = \sum_{i,j=0}^n p_{A,T(B)}(i, j) \log \frac{p_{A,T(B)}(i, j)}{p_A(i) p_{T(B)}(j)}$$

$$D_{smooth}(T) = \iint \left(\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)^2 \right) dx dy$$

$\Omega = ?$

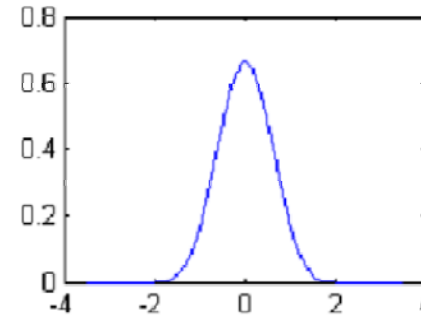
Сплайны

Функцию деформации предлагается искать в виде:

$$g(x, y) = \sum_{k \in K} \bar{c}_k b_k(x, y)$$

В качестве базисных функций выбраны кубические В-сплайны:

$$\beta_3(x) = \begin{cases} 2/3 - (1 - |x|/2)x^2, & 0 < |x| \leq 1, \\ (2 - |x|)^3 / 6, & 1 < |x| < 2, \\ 0, & |x| \geq 2. \end{cases}$$



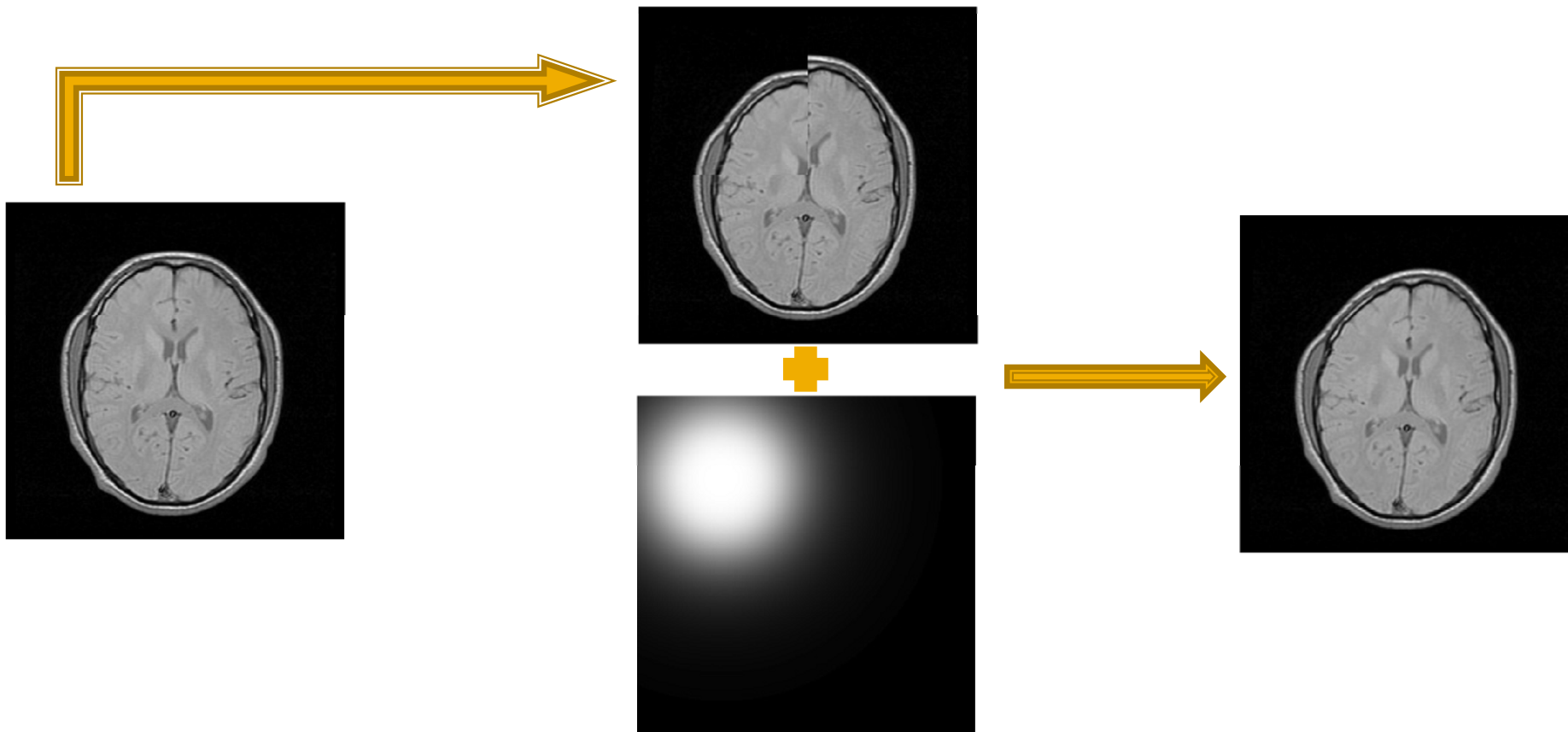
$$g(x, y) = \sum_{(k_x, k_y) \in K} \bar{c}_{k_x, k_y} \beta_3(x/h_x - k_x) \beta_3(y/h_y - k_y)$$

Центры В-сплайнов расположены на решетке $(k_x h_x, k_y h_y)$

Размерность Ω – от нескольких десятков до нескольких сотен.

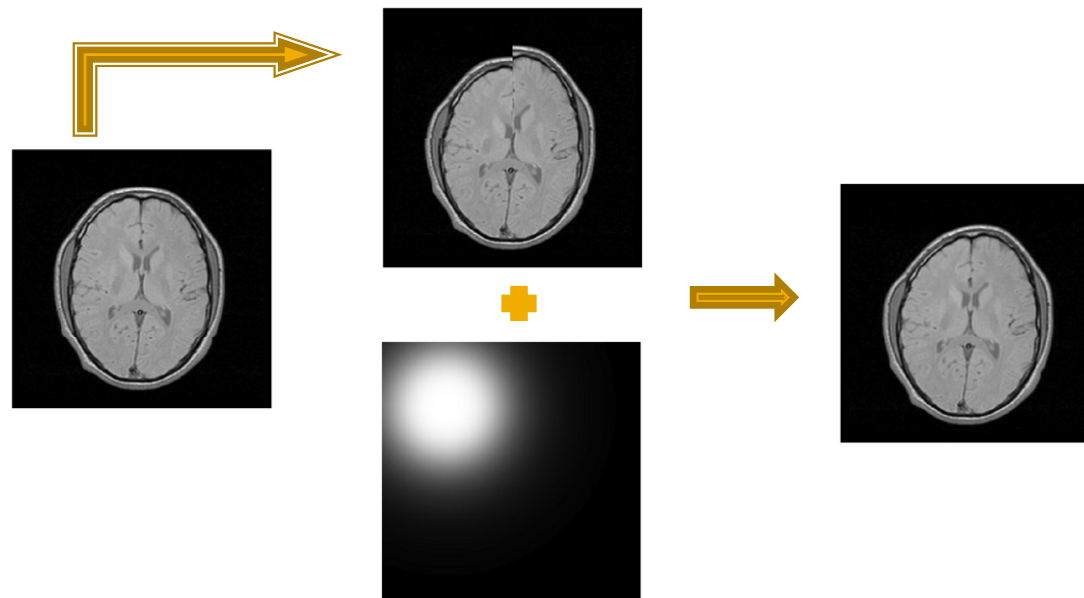
Локальная регистрация

Вместо того, чтобы задавать всё поле деформаций одним глобальным набором параметров, будем строить поле постепенно, из локально-оптимальных афинных преобразований.

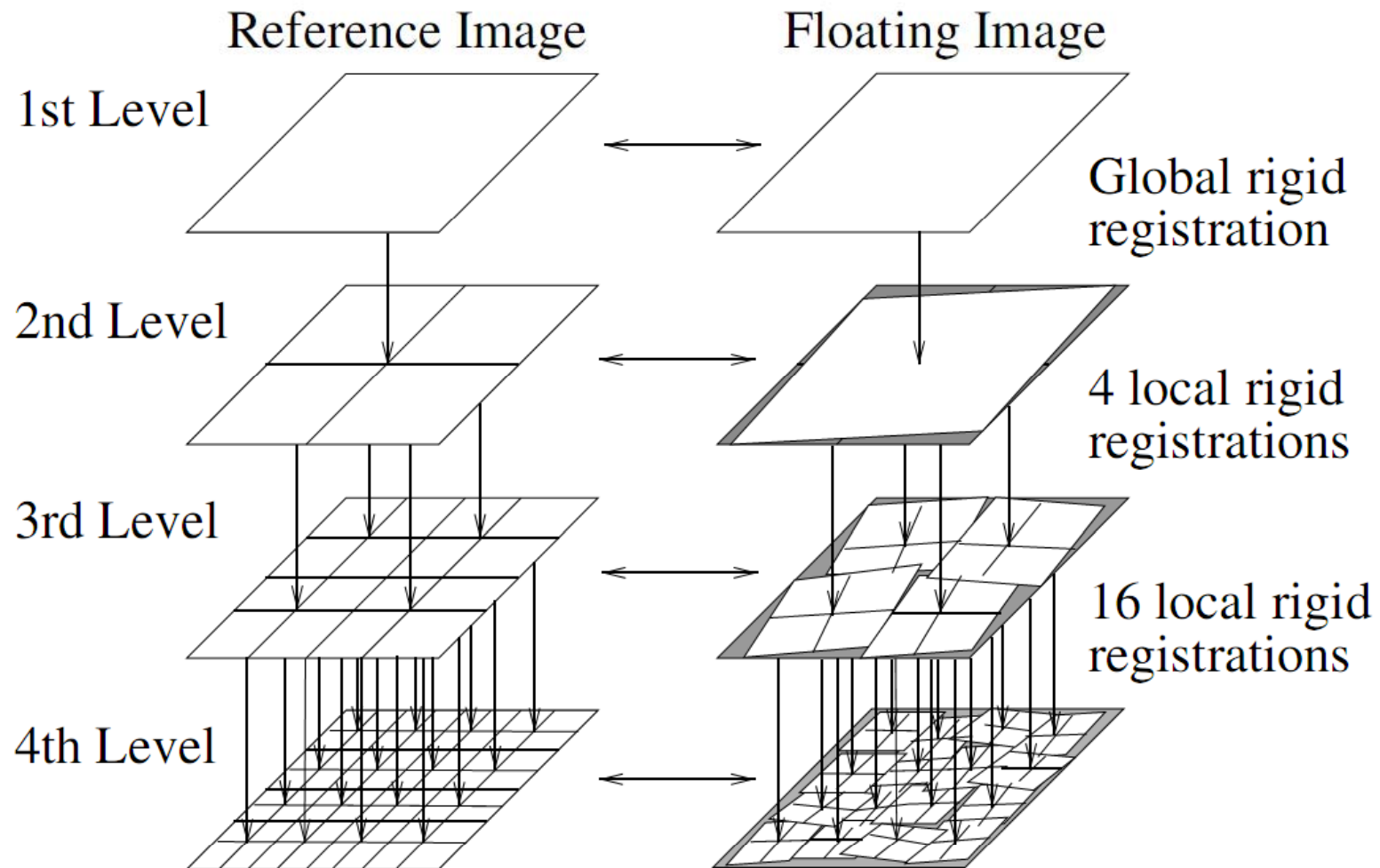


Плюсы

- Оптимизация каждый раз ведётся в 6-мерном пространстве
- Трансформируемые патчи меньших размеров (быстрее)
- Контроль за мелкими деталями
- Локальный эффект каждого преобразования



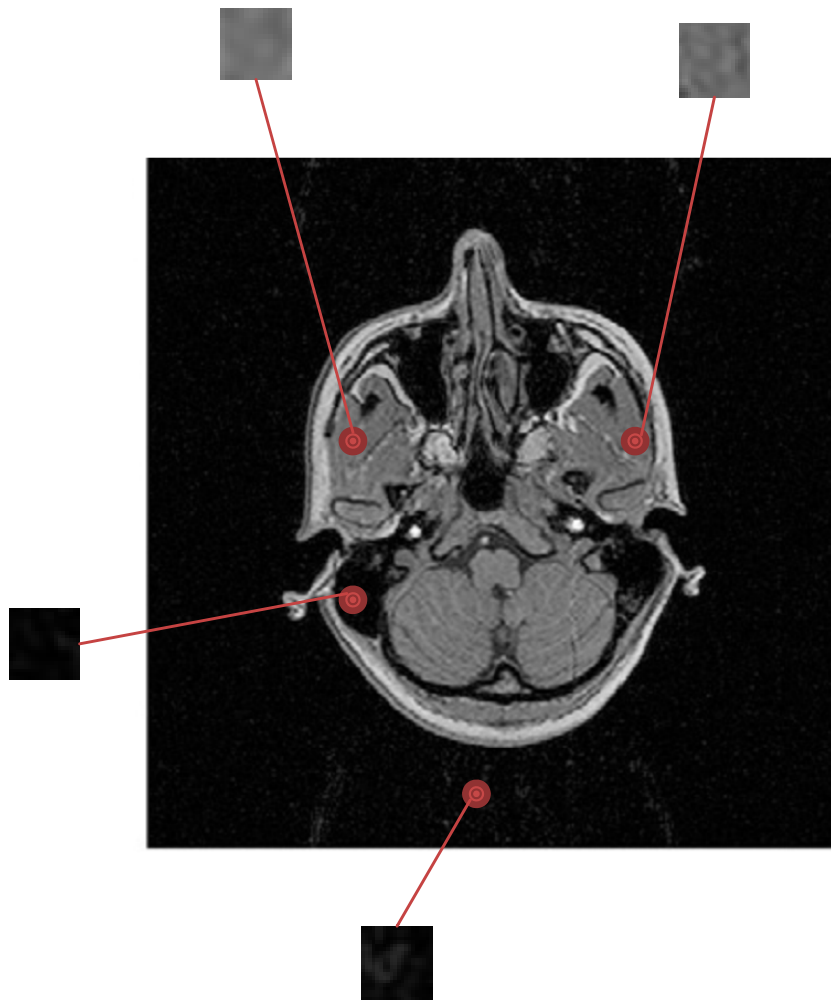
Иерархическое построение поля



Детали реализации

- Отбор содержательных частей изображения
- Взаимная информация на маленьких патчах

Бессодержжательные участки [1 / 2]



Патчи, лишённые структуры:

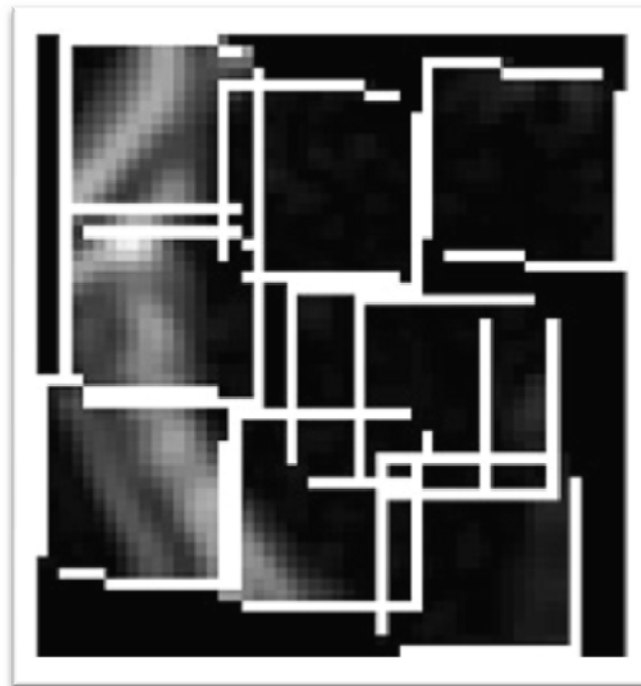
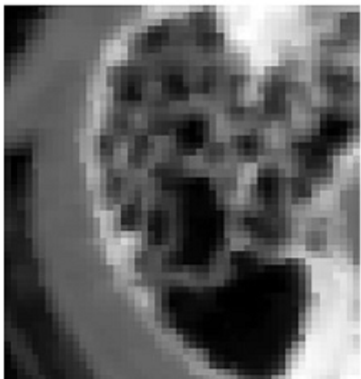
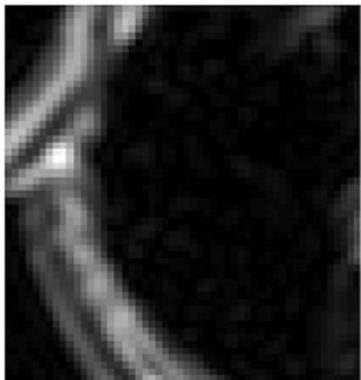
- однотонные участки
- содержащие только шум

Минусы:

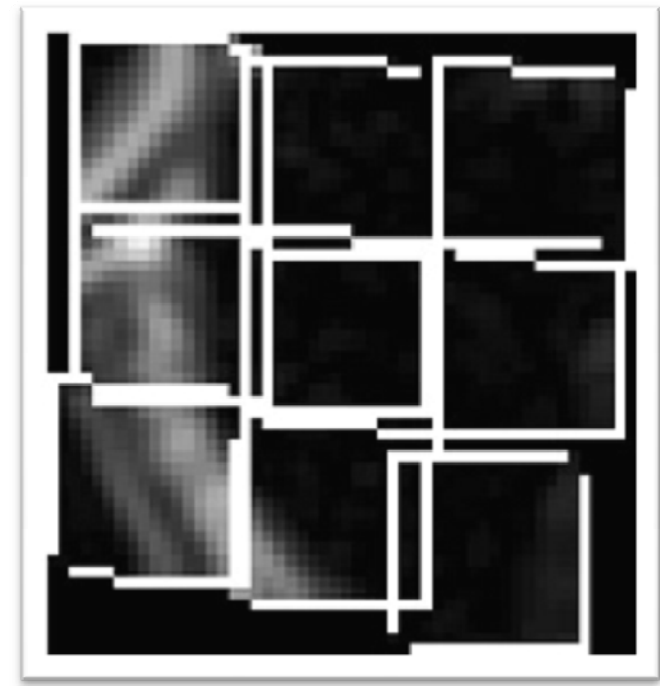
- их регистрация тоже занимает время
- шум, наложившись на структуру, может дать ложный пик MI

Бессодержжательные участки [2 / 2]

Если не обрабатывать бесструктурные патчи, поле деформаций становится более гладким :



все патчи



только со
структурой

Как определить, есть ли структура?

Коэффициент пространственной автокорреляции Moran's I:

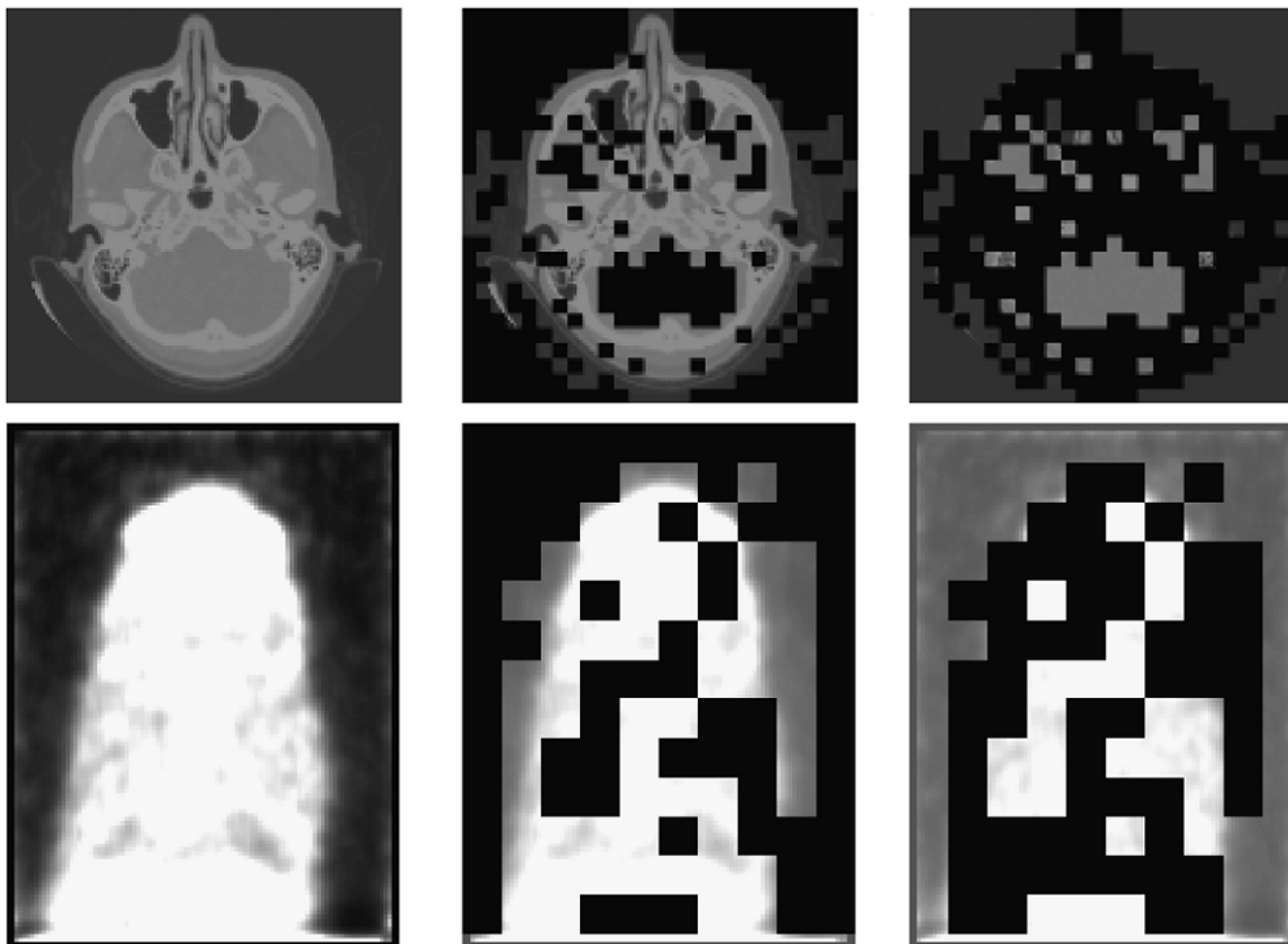
для патча $X = \{x_i; i = 1, \dots, N\}$

$$I(X) = \frac{N}{\sum_{i,j=1}^N w_{ij}} \cdot \frac{\sum_{i,j=1}^N w_{ij} \cdot (x_i - \mu_x) \cdot (x_j - \mu_x)}{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu_x)^2}, \quad w_{ij} = \frac{1}{\text{dist}(x_i, x_j)}$$

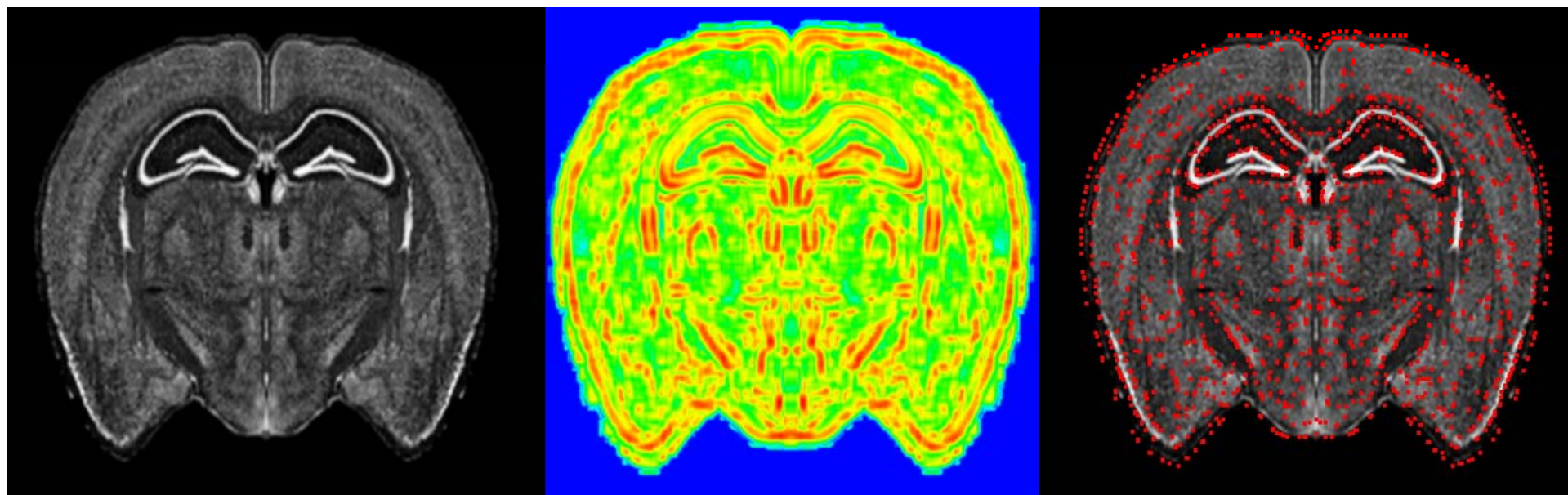
ср.: $CC(A, B) = \frac{1}{N\sigma_A\sigma_B} \sum_{i,j} (A_{ij} - \mu_A)(B_{ij} - \mu_B)$

Отбрасывание патчей без структуры

Отбрасываем патчи с Moran's I меньше некоторого порога:



Выбор положения патчей

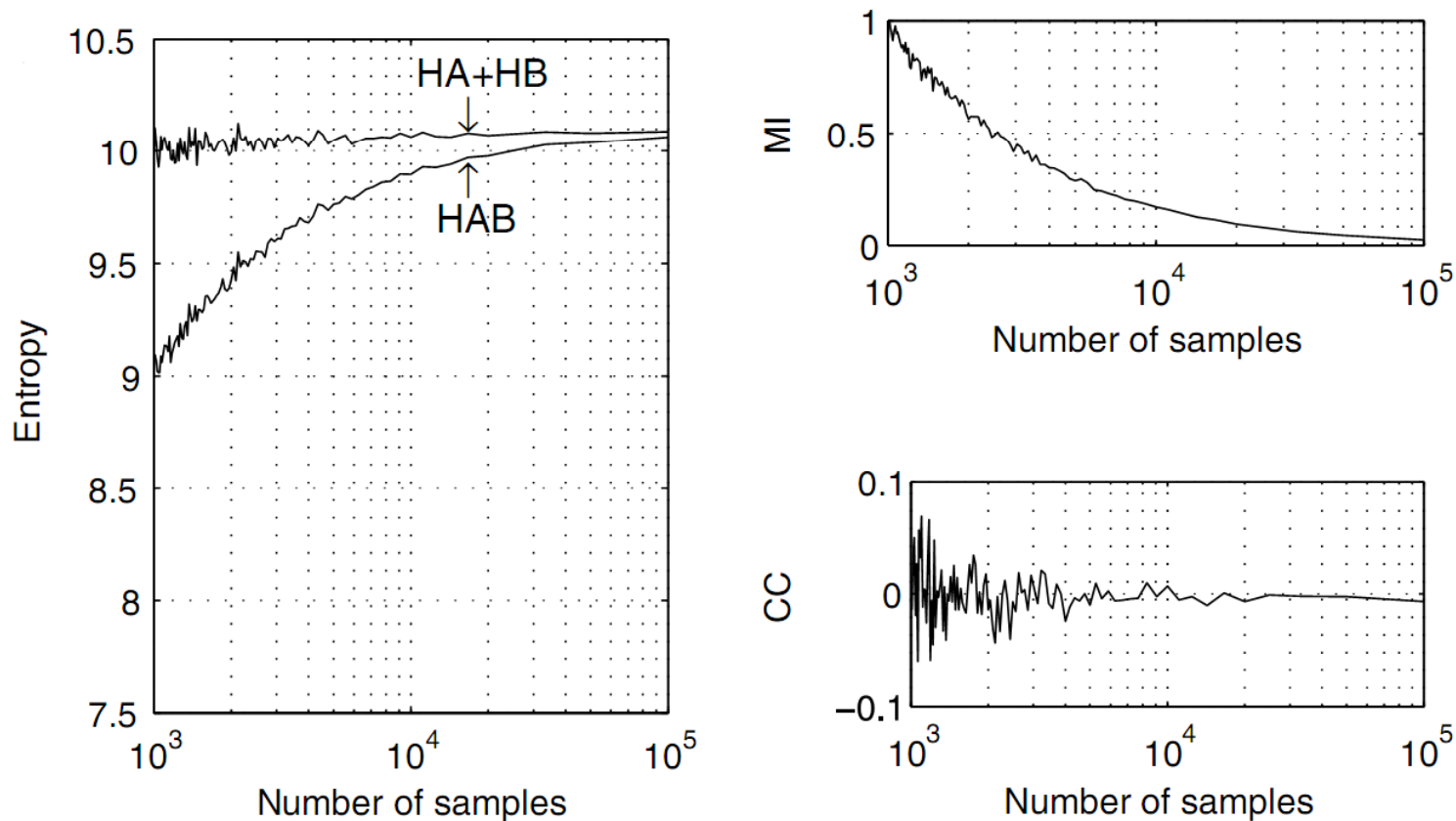


Детали реализации

- Отбор содержательных частей изображения
- Взаимная информация на маленьких патчах

Зависимость от размера патча

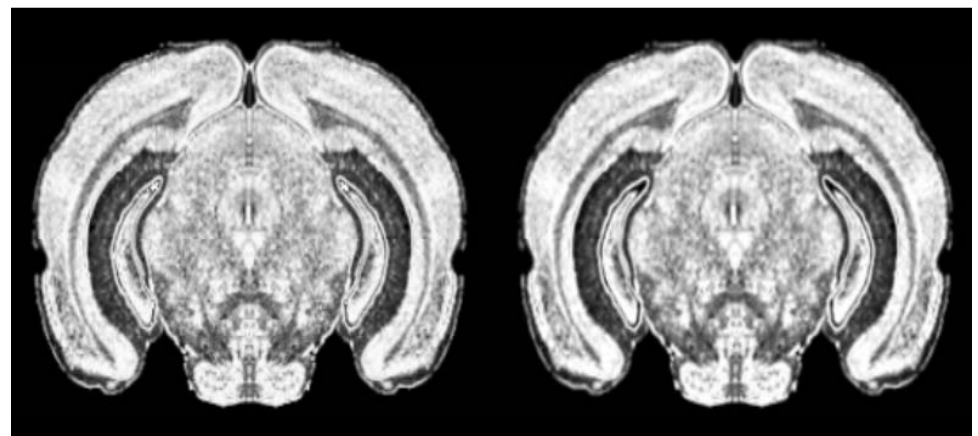
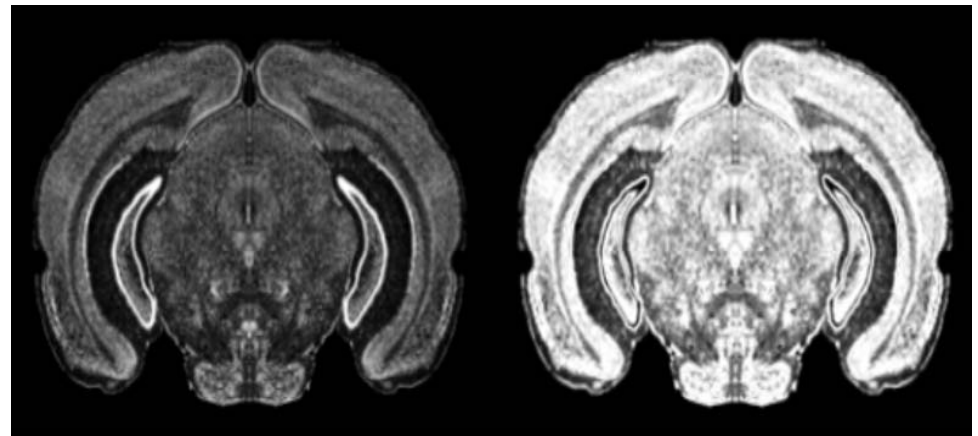
$$MI = \sum_{i,j=0}^n p_{AB}(i,j) \log \frac{p_{AB}(i,j)}{p_A(i)p_B(j)} \quad CC = \frac{1}{N\sigma_A\sigma_B} \sum_{i,j} (A_{ij} - \mu_A)(B_{ij} - \mu_B)$$



На маленьких патчах нужно использовать CC

Переход в одну модальность

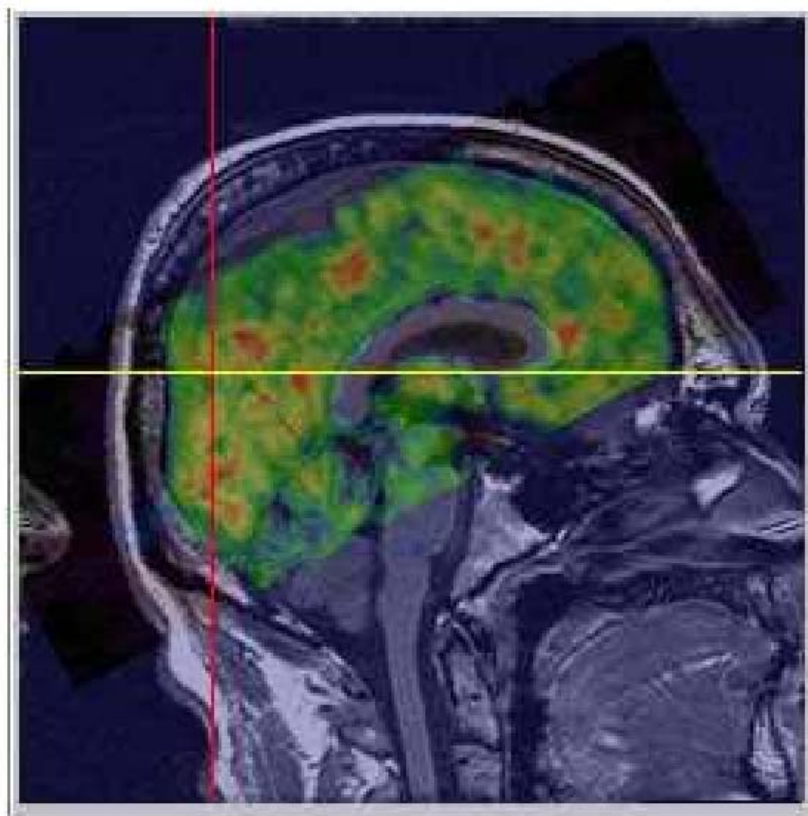
- Пользуемся МI, пока хватает точности
- Пользуясь приблизительным совмещением, строим общую модальность
- В новой модальности пользуемся СС



Другие применения регистрации

- MRI-PET
- Operation assist
- Satellite multisensor
- Painting restoration
- Texturing 3d-scans

Другие применения [1 / 5]



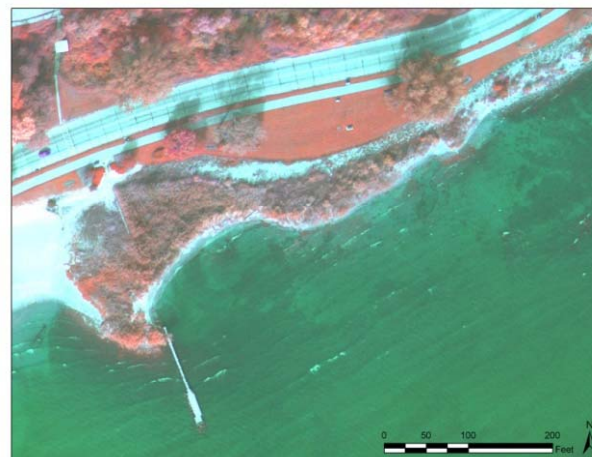
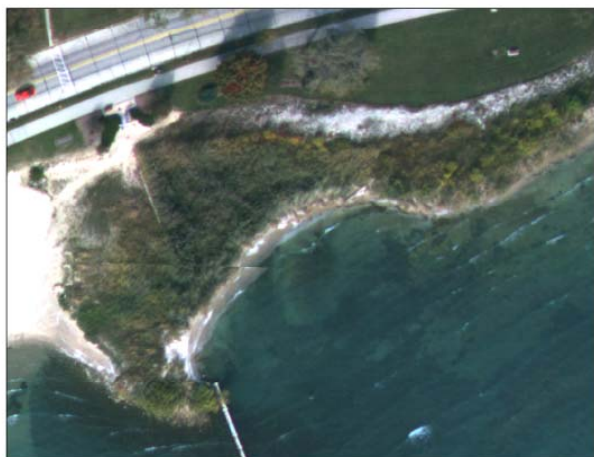
Registered MRI-PET images: functional information viewed in the anatomical context

Другие применения [2 / 5]



Pre-operative image registered to a video image of a patient

Другие применения [3 / 5]



Совмещение спутниковых снимков, сделанных в различных диапазонах.

Другие применения [4 / 5]



Совмещение снимков картин, полученных в рентгеновском и видимом спектральных диапазонах

Другие применения [5 / 5]

Image-to-Geometry Registration



Normal



Ambient

У меня всё

Вопросы?

pavel.voronin@gmail.com