Динамическая модель организации грузоперевозок*

Бекларян Л.А.[1]***, Хачатрян Н.К.***[2]
beklar@cemi.rssi.ru; nerses@cemi.rssi.ru
[1]ЦЭМИ РАН; [2]ЦЭМИ РАН

17 ВСЕРОССИЙСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ "МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ"

СВЕТЛОГОРСК 19-25 СЕНТЯБРЯ 2015 ГОДА

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект №15-51-05011.

Исследуется модель, описывающая процесс грузоперевозок, реализуемый в рамках ряда технологий. Рассматриваются четыре варианта модели. Первый вариант описывает транснациональные транспортные перевозки, т.е. перевозки без выделенных начальной станции отправления и конечной станции распределения грузов. Второй вариант описывает транспортные перевозки с выделенной начальной станцией отправления грузов. Третий вариант описывает транспортные перевозки с выделенными начальной станцией отправления и конечной станцией распределения грузов. Четвертый вариант описывает транспортные перевозки по круговой цепочке станций. Для всех вариантов модели изучаются режимы грузоперевозок, удовлетворяющие заданной системе контроля. Такие режимы описываются решениями типа квазибегущей волны для нелинейного конечно-разностного аналога уравнения параболического типа. Описаны возможные режимы грузоперевозок, исследован вопрос устойчивости стационарных режимов.

Введение. В теории пластической деформации изучается задача о колебаниях бесконечного стержня под воздействием продольных сил. Дискретный аналог такой системы моделируется поведением счетного числа шаров расположенных в целочисленных точках числовой прямой, соединенных между собой абсолютно упругой нитью. Такая система описывается конечно-разностным аналогом волнового уравнения с нелинейным потенциалом

$$m_i \ddot{y}_i = y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1} + \varphi(y_i), \qquad y_i \in \mathbb{R}, \quad m_i > 0, \quad i \in \mathbb{Z}, \quad t \in \mathbb{R}, \tag{1}$$

где потенциал $\varphi(.)$ задается гладкой функцией.
Определение 1. Вектор-функция $\{y_i(t)\}_{-\infty}^{+\infty}$, $t \in \mathbb{R}$ с абсолютно непрерывными координатами называется решением системы (3) типа бегущей волны, если существует $\tau >0$, не зависящее от t и i, что при всех $i \in \mathbb{Z}$ и $t \in \mathbb{R}$ выполнено равенство

$$y_i(t) = y_{i+1}(t + \tau). \tag{2}$$

Константа τ называется характеристикой бегущей волны.

Такая система с периодическим гладким потенциалом была предложена в тридцатых годах прошлого столетия и называется моделью Френкеля-Конторовой.

1. Модель транснациональных грузоперевозок. Такая модель описывает движение грузопотока без выделенных начальной станции отправления и конечной станции распределения грузов, вследствие чего считаем, что число промежуточных станций бесконечно как в правую так и в левую стороны. Работа всех станций состоит из приема, обработки и отправки грузов, а сами станции имеют заданную пропускную способность. Под пропускной способностью понимаем максимальный объем грузов, который может пройти через промежуточную станцию за единичный отрезок времени. Обработка грузов происходит в узлах станций. В каждый момент времени число задействованных узлов на n-ой станции обозначим через $z_n(t)$. В каждом узле в течении единицы времени обрабатывается единичный объем грузов. Очевидно, что количество задействованных узлов обработки грузов при бесперебойной работе всей цепи перевозок ограничено. Максимальное количество таких узлов, обозначаемое через Δ, определяет пропускную способность станций. Организация подобных грузопотоков зависит от технологий по приему, обработке и отправлению грузов. Опишем эти технологии.

Первая технология основана на установленных нормативных правилах взаимодействия соседних станций. Для каждой станции с номером i существуют правила взаимодействия с предыдущей $(i-1)$-ой станцией и последующей $(i+1)$-ой станцией. Согласно правилу взаимодействия с предыдущей станцией, станция с номером i увеличивает количество задействованных узлов с интенсивностью $\alpha(z_{i-1}-z_i)$ если количество задействованных узлов на ней меньше чем на предыдущей станции. При этом грузопоток принимается с предыдущей станции. В противном случае станция с номером i уменьшает количество задействованных узлов с такой же интенсивностью и грузопоток отправляется на перегонный путь.

Согласно правилу взаимодействия с последующей станцией, станция с номером i уменьшает количество задействованных узлов с интенсивностью $\alpha(z_i - z_{i+1})$ если количество задействованных узлов на ней больше чем на следующей станции. При этом грузопоток отправляется на следующую станцию. В противном случае станция с номером i увеличивает количество задействованных узлов с такой же интенсивностью и грузопоток принимается с перегонного пути.

Первая технология не учитывает условие ограниченности пропускной способности станций. Кроме того, она не позволяет использовать весь потенциал станций. В связи с этим, наряду с первой технологией, используется и иная технология.

Вторая технология позволяет как увеличить число задействованных узлов (если оно меньше Δ) так и уменьшать (если оно превышает Δ). При этом груз принимается с перегонного пути либо отправляется на перегонный путь. Функция $\varphi(.) \in C^\infty(\mathbb{R},\mathbb{R})$, задающая скорость изменения задействованных узлов в рамках второй технологии, имеет вид, изображенный на рис.1

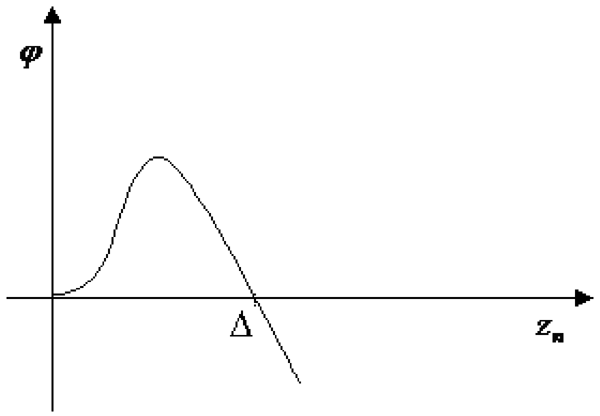

Рис. 1.

Таким образом, с учетом работы первой и второй технологий, скорость изменения числа задействованных узлов для i - ой станции будет описываться дифференциальным уравнением:

$$\dot{z}_i(t) = \alpha(z_{i-1} - z_i) - \alpha(z_i - z_{i+1}) + \varphi(z_i), \quad i \in \mathbb{Z}, \quad t \in [0, +\infty). \tag{3}$$

Для грузоперевозок необходимо иметь действенную и простую систему контроля. Она заключается в том, что объемы обрабатываемых грузов для любого планового интервала времени на всех станциях должны совпадать с определенным лагом времени, единым для всех станций. Такое условие можно описать в следующем виде: существует число $\tau > 0$, не зависящее от t и i, такое, что при всех $i \in \mathbb{Z}$ и $t \in [0, +\infty)$ выполняется равенство:

$$z_i(t) = z_{i+1}(t + \tau). \tag{4}$$

Решения системы дифференциальных уравнений (3), удовлетворяющие условию (4), называются решениями типа бегущей волны. Константу τ, которая является сдвигом между моментами замеров и сравнения объемов грузов, будем называть характеристикой системы контроля.

Таким образом, наша модель, описывающая процесс грузоперевозок и их систему контроля, задается счетной системой дифференциальных уравнений и условием, задающим бегущую волну:

$$\dot{z}_i(t) = \alpha z_{i-1} - 2\alpha z_i + \alpha z_{i+1} + \varphi(z_i), \quad i \in \mathbb{Z}, \quad t \in [0, +\infty), \tag{5}$$

$$z_i(t) = z_{i+1}(t+\tau). \tag{6}$$

Напомним, что в задаче о продольных колебаниях бесконечного стержня бегущие волны задаются системой

$$\ddot{y}_i = m_i^{-1}\left[\, y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1} + \varphi(y_i)\,\right], \qquad y_i \in \mathbb{R}, \quad m_i > 0, \quad i \in \mathbb{Z}, \quad t \in \mathbb{R}, \tag{7}$$

$$y_i(t) = y_{i+1}(t+\tau). \tag{8}$$

Рассмотрим краевые задачи как для транспортной задачи

$$\dot{z}_i(t) = \alpha z_{i-1} - 2\alpha z_i + \alpha z_{i+1} + \varphi(z_i), \quad i \in \mathbb{Z}, \quad t \in [0, \tau), \tag{9}$$

$$z_i(0) = z_{i+1}(\tau), \tag{10}$$

так и для задачи о продольных колебаниях бесконечного стержня

$$\ddot{y}_i = m_i^{-1}\left[\, y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1} + \varphi(y_i)\,\right], \qquad i \in \mathbb{Z}, \quad t \in [0, \tau], \tag{11}$$

$$y_i(0) = y_{i+1}(\tau). \tag{12}$$

Изучение решений краевой задачи (9)-(10) эквивалентно изучению пространства решений функционально-дифференциального уравнения

$$\dot{x}(t) = \alpha x(t+\tau) - 2\alpha x(t) + \alpha x(t-\tau) + \varphi(x(t)), \qquad t \in \mathbb{R}, \tag{13}$$

а изучение решений краевой задачи (11)-(12) эквивалентно изучению пространства решений функционально-дифференциального уравнения

$$\ddot{x}(t) = [l(t)]^{-1}[\, x(t+\tau) - 2x(t) + x(t-\tau) + \varphi(x(t))\,], \qquad t \in \mathbb{R}, \tag{14}$$

где для любого $i \in \mathbb{R}$ справедливо тождество $l(t) \equiv m_i, \quad t \in [i\tau, (i+1)\tau]$.

Для любого $\mu \in (0,1)$ определим банаховы пространства (пространства функций с весами)

$$\mathcal{L}^1_\mu C^{(k)}(\mathbb{R}) = \left\{ x(.) : x(.) \in C^{(k)}(\mathbb{R}, \mathbb{R}), \quad \max_{0 \leqslant r \leqslant k} \sup_{t \in R} \left\| x^{(r)}(t) e^{-\delta |t|} \right\|_{\mathbb{R}} < +\infty \right\},$$

$$k = 0, 1, ..., \quad \mu = e^{-\delta}$$

и нормой

$$\|x\|^{(k)}_\mu = \max_{0 \leqslant r \leqslant k} \sup_{t \in R} \left\| x^{(r)}(t) e^{-\delta |t|} \right\|_{\mathbb{R}},$$

а также векторное пространство $K^1 = \prod_{-\infty}^{+\infty} \mathbb{R}_i, \quad \mathbb{R}_i = \mathbb{R}, \quad i \in \mathbb{Z}$ с элементами $\varkappa = \{x_i\}_{-\infty}^{+\infty}, \quad x_i \in \mathbb{R}, \quad i \in \mathbb{Z}$ и со стандартной топологией полного прямого произведения.

В пространстве K^1 определим семейство гильбертовых подпространств

$$K^1_{2\mu} = \left\{ \varkappa : \varkappa \in K^1; \quad \sum_{i=-\infty}^{+\infty} |x_i|^2_R \mu^{2|i|} < +\infty \right\}, \quad \mu \in (0,1)$$

с нормой

$$\|\varkappa\|_{2\mu} = \left[\sum_{i=-\infty}^{+\infty} |x_i|^2_R \mu^{2|i|} \right]^{1/2}$$

Через T будем обозначать оператор сдвига в пространстве K^1, действующего по правилу

$$(T\varkappa)_i = x_{i+1}.$$

Обозначим

$$M(\tau) = \tau \max[2\alpha, L]$$

и рассмотрим неравенство относительно двух переменных $\tau \in (0, +\infty)$ и $\mu \in (0,1)$

$$M(\tau)[1 + 2\mu^{-1}] < \ln \mu^{-1}, \qquad \mu \in (0,1). \tag{15}$$

Множество решений неравенства (15) описывается функциями $\mu_1(\tau)$, $\mu_2(\tau)$, изображенными на рисунке 2

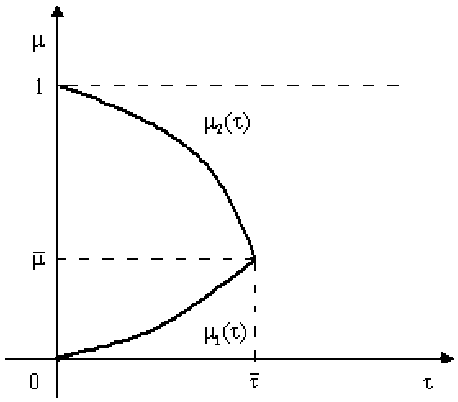

Рис. 2.

Теорема 1. *Пусть заданы начальные данные* $a > 0$, $\bar{i} \in \mathbb{Z}$, *начальный момент времени* $\bar{t} \in [0, +\infty)$ *и характеристика* τ, *удовлетворяющая условию* $0 < \tau < \bar{\tau}$. *Тогда для уравнения (3) существует решение типа бегущей волны* $\{z_i(.)\}_{i \in \mathbb{Z}}$ *с характеристикой* τ, *удовлетворяющее начальному условию* $z_{\bar{i}}(\bar{t}) = a$, *такое, что при каждом* $\mu \in (\mu_1(\tau), \mu_2(\tau))$ *оно для любого* $t \in [0, +\infty)$ *принадлежит фазовому пространству* $K^1_{2\mu}$, *а каждая координата* $z_i(.)$, $i \in \mathbb{Z}$ *принадлежит пространству* $\mathcal{L}^1_{\sqrt[\tau]{\mu}} C^{(0)}([0, +\infty))$. *Такое решение является единственным и непрерывно зависит от начального условия* a, *т.е. каждая координата* $z_i(.)$, $i \in \mathbb{Z}$ *непрерывно зависит от начального условия* a *как элемент пространства* $\mathcal{L}^1_{\sqrt[\tau]{\mu}} C^{(0)}([0, +\infty))$. ■

1.a Модель грузоперевозок по круговой цепочке станций

Рассмотрим частный случай такой модели, а именно, модель транспортных грузоперевозок по круговой цепочке, состоящей из n станций. Для исследования данной модели нам необходимо изучить решения системы (3)-(4), удовлетворяющие следующему дополнительному условию

$$z_i(t) = z_{i+n}(t), \quad i \in Z, \quad t \in [0,\ +\infty).$$

Таким образом, данная модель описывается следующей системой

$$\dot{z}_i(t) = \alpha z_{i-1} - 2\alpha z_i + \alpha z_{i+1} + \varphi(z_i), \qquad i \in Z, \quad t \in [0, +\infty), \tag{16}$$

$$z_i(t) = z_{i+n}(t), \quad i \in Z, \quad t \in [0, +\infty), \tag{17}$$

$$z_i(t) = z_{i+1}(t+\tau), \qquad i \in Z, \quad t \in [0, +\infty). \tag{18}$$

Справедлива следующая лемма.

Лемма 1. *Если $\{\bar{z}_i(.)\}_{i\in\mathbb{Z}}$ является решением системы* (16)—(18)*, то для произвольного $i \in Z$ функция $\bar{z}_i(.)$ периодическая с периодом τn.* ■

Очевидно, что разрешимость системы (16)—(18) зависит от разрешимости следующей конечномерной системы

$$\dot{z}_1(t) = \alpha z_n - 2\alpha z_1 + \alpha z_2 + \varphi(z_1), \qquad t \in [0, +\infty), \tag{19}$$

$$\dot{z}_i(t) = \alpha z_{i-1} - 2\alpha z_i + \alpha z_{i+1} + \varphi(z_i), \qquad i = 2, ..., n-1, \quad t \in [0, +\infty), \tag{20}$$

$$\dot{z}_n(t) = \alpha z_{n-1} - 2\alpha z_n + \alpha z_1 + \varphi(z_n), \qquad t \in [0, +\infty), \tag{21}$$

$$z_i(t) = z_{i+1}(t+\tau), \qquad i = 1, ..., n-1, \quad t \in [0, +\infty), \tag{22}$$

$$z_n(t) = z_1(t+\tau), \qquad t \in [0, +\infty). \tag{23}$$

Итак, согласно лемме 1, если система (19)-(23) имеет решение, то оно будет периодическим с периодом τn.

2. Модель грузоперевозок с выделенной начальной станцией отправления грузов

В предыдущем параграфе была рассмотрена модель транснациональных транспортных перевозок, где предполагалось, что множество промежуточных станций бесконечно как в правую, так и в левую стороны. В данном параграфе рассмотрим модель транспортных перевозок с выделенной начальной станцией отправления грузов. Итак, рассмотрим модель транспортных перевозок с начальной станцией отправления грузов $i = 0$ и большим количеством промежуточных станций $i = 1, 2, \ldots$. Также как и в первой модели организация грузопотока осуществляется посредством двух технологий.

Первая технология. На станциях с номерами $i = 1, 2, \ldots$ действует первая технология, описанная в предыдущем параграфе. На начальной станции $i = 0$ первая технология определяется с помощью правила взаимодействия с последующей станцией и правила подачи грузов на нее, определяемая функцией $\psi(t)$, зависящей от переменной времени $t \geqslant 0$. Предполагаем, что функция $\psi(.)$ является кусочно бесконечно-дифференцируемой. Так как начальная станция является узловой, то естественно предположить, что она обладает большими мощностями и при необходимости на ней можно резко изменять число задействованных узлов, чего нельзя сделать на промежуточных станциях.

Вторая технология. Для произвольной станции с номером $i = 1, 2, \ldots$ вторая технология в точности повторяет вторую технологию, описанную в предыдущем параграфе. Для начальной станции $i = 0$ вторая технология из предыдущего параграфа используется только для разгрузки. Поэтому скорость изменения числа задействованных узлов обработки на начальной станции в рамках второй технологии описывается функциией $\varphi_0(t)$, зависящей от количества задействованных узлов на начальной станции и удовлетворяет следующим условиям: на полупрямой $(-\infty, \Delta]$ тождествена равна нулю, а на полупрямой $[\Delta, +\infty)$ является убывающей функцией. Предполагаем, что функции $\varphi_0(.)$ и $\varphi(.)$ (определенная в предыдущем параграфе) являются бесконечно дифференцируемыми. Очевидно, что при объеме грузов на 0 - ой станции, не превышающем Δ, используется только первая технология.

Таким образом, с учетом работы первой и второй технологий, а также системы контроля, процесс грузоперевозок будет описываться следующей системой дифференциальных уравнений

$$\dot{z}_0(t) = \psi(t) - \alpha z_0 + \alpha z_1 + \varphi_0(z_0), \quad t \in [0, +\infty), \tag{24}$$

$$\dot{z}_i(t) = \alpha z_{i-1} - 2\alpha z_i + \alpha z_{i+1} + \varphi(z_i), \quad i = 1, 2, ..., \quad t \in [0, +\infty), \tag{25}$$

$$z_i(t) = z_{i+1}(t + \tau), \quad i = 0, 1, 2, ..., \quad t \in [0, +\infty). \tag{26}$$

Класс решений системы (24)-(26) чрезвычайно узок. Поэтому, для описания реализуемых режимов грузоперевозок используется более широкий класс решений, которые называются квазирешениями типа бегущей волны. Эти решения являются кусочно абсолютно-непрерывными, а разрывы расположены в точках кратных характеристике системы контроля (параметр τ). Приведем точное определение.

Определение 2. Семейство кусочно абсолютно-непрерывных функций $\{z_i(.)\}_0^{+\infty}$, определенных на $[0, +\infty)$, называется квазирешением типа бегущей волны с характеристикой $\tau > 0$ для системы (24)-(26), если при почти всех $t \in [0, +\infty)$ функции $z_i(.)$ удовлетворяют этой системе, а разрывы расположены в точках кратных числу τ. ■

Теорема 2. *Пусть заданы начальные данные* $a > 0$, $\bar{i} \in \{0, 1, ...\}$, *начальный момент времени* $\bar{t} \in [0, +\infty)$, *характеристика* τ, *удовлетворяющая условию* $0 < \tau < \bar{\tau}$ *и функция* $\psi(.) \in C^{\infty}([0, \tau], \mathbb{R})$. *Тогда на полупрямой* $(\tau, +\infty)$ *существует единственное кусочно непрерывное продолжение функции* $\psi(.)$ *такое, что для системы* (24)-(26) *существует квазирешение* $\{z_i(.)\}_0^{+\infty}$ *типа бегущей волны с характеристикой* τ, *удовлетворяющее начальному условию* $z_{\bar{i}}(\bar{t}) = a$, *такое, что при каждом* $\mu \in (\mu_1(\tau), \mu_2(\tau))$ *оно для любого* $t \in [0, +\infty)$ *принадлежит фазовому пространству* $K_{2\mu}^1$, *а каждая координата* $z_i(.)$, $i \in \mathbb{Z}$ *принадлежит пространству* $\mathcal{L}^1_{\sqrt[\tau]{\mu}} C^{(0)}([0, +\infty))$. *Такое квазирешение является единственным и непрерывно зависит от начального условия* a *и функции* $\psi(.)$ *(в смысле метрики* $L_1([0, \tau], \mathbb{R})$*).* ■

Определение 3. Квазирешение типа бегущей волны с характеристикой τ называется ε-квазирешением типа бегущей волны с характеристикой τ или (ε, τ)-квазирешением, если выполняются неравенства

$$|z_0(k\tau - 0) - z_0(k\tau + 0)| < \varepsilon, \quad k = 1, 2, \ldots . \blacksquare$$

Теорема 3. *Пусть заданы начальные данные* $a > 0$, $\bar{i} \in \{0, 1, ...\}$, *начальный момент времени* $\bar{t} \in [0, +\infty)$, *характеристика* τ, *удовлетворяющая условию* $0 < \tau < \bar{\tau}$, *функция* $\psi(.) \in C^{\infty}([0, \tau], \mathbb{R})$ *и произвольное* $\varepsilon > 0$. *Тогда существует функция* $\psi_{\varepsilon}(.) \in C^{\infty}([0, \tau], \mathbb{R})$, *отличная от* $\psi(.)$ *в малой окрестности точки 0 и ее единственное кусочно непрерывное продолжение на* $(\tau, +\infty)$ *такие, что для системы* (24)-(26) *существует* (ε, τ)-*квазирешение типа бегущей волны* $\{z_{i\varepsilon}(.)\}_0^{+\infty}$ *с характеристикой* τ, *удовлетворяющее начальному условию* $z_{\bar{i}\varepsilon}(\bar{t}) = a$, *такое, что при каждом* $\mu \in (\mu_1(\tau), \mu_2(\tau))$ *оно для любого* $t \in [0, +\infty)$ *принадлежит фазовому пространству* $K_{2\mu}^1$, *а каждая координата* $z_{i\varepsilon}(.)$, $i \in \mathbb{Z}$ *принадлежит пространству* $\mathcal{L}^1_{\sqrt[\tau]{\mu}} C^{(0)}([0, +\infty))$. ■

В содержательном плане это означает, что на всех станциях в моменты времени, кратные характеристике системы контроля необходимо резко менять число задействованных узлов. Данная процедура требует подключения дополнительных мощностей, которые имеются только на узловой (начальной) станции. Оказывается, что достаточно лишь на начальной станции в начальный период времени резко изменить число задействованных узлов чтобы организовать контролируемый грузопоток с помощью определенных выше технологий (получить так называемое ε квазирешение, т.е. такое квазирешение, у которого указанные разрывы меньше ε).

3. Модель грузоперевозок с выделенными начальной станцией отправления и конечной станцией распределения грузов

Рассмотрим модель транспортных перевозок с начальной станцией отправления грузов $i = 0$, конечным числом промежуточных станций $i = 1, 2, ...m$ и конечной станцией распределения грузов $i = m + 1$. Также как и в предыдущих моделях организация грузопотока осуществляется посредством двух технологий

Первая технология. На станциях с номерами $i = 0, 1, 2, ...m$ действует технология, описанная раннее. Технология подачи грузов на начальную станцию описывается функцией $\psi_1(t), \quad t \geqslant 0$. На конечной станции первая технологии определяется с помощью правила взаимодействия с предыдущей станцией и правилом распределения грузов с нее, описываемая функцией $\psi_2(t), \quad t \geqslant 0$. Предполагаем, что функция $\psi_1(.)$ является кусочно бесконечно-дифференцируемой, а функция $\psi_2(.)$ – кусочно непрерывной.

Вторая технология. Для начальной и промежуточных станций вторая технология в точности повторяет вторую технологию, описанную в предыдущих параграфах. Вторая технология для конечной станции такая же, как для промежуточных станций.

Таким образом, с учетом работы первой и второй технологий, а также системы контроля прием и отправка грузов будет описываться следующей системой дифференциальных уравнений

$$\dot{z}_0(t) = \psi_1(t) - \alpha z_0 + \alpha z_1 + \varphi_0(z_0), \quad t \in [0, +\infty), \tag{27}$$

$$\dot{z}_i(t) = \alpha z_{i-1} - 2\alpha z_i + \alpha z_{i+1} + \varphi(z_i), \quad i = 1, 2..., m, \quad t \in [0, +\infty), \tag{28}$$

$$\dot{z}_{m+1}(t) = \alpha z_m - \alpha z_{m+1} - \psi_2(t) + \varphi(z_{m+1}), \quad t \in [0, +\infty), \tag{29}$$

$$z_i(t) = z_{i+1}(t + \tau), \quad i = 0, 1, 2, ..., m, \quad t \in [0, +\infty). \tag{30}$$

Класс решений системы (27)-(30) также чрезвычайно узок и для описания реализуемых режимов грузоперевозок используются квазирешения (имеются разрывы в точках кратных характеристике системы контроля) типа бегущей волны.

Теорема 4. *Пусть заданы начальные данные $a > 0, \quad \bar{i} \in \{0, 1, ..., m + 1\}\}$, начальный момент времени $\bar{t} \in [0, +\infty)$, характеристика τ, удовлетворяющая условию $0 < \tau < \bar{\tau}$ и функции $\psi_1(.), \psi_2(.) \in C^\infty([0, \tau], \mathbb{R})$. Тогда существуют единственные кусочно непрерывное продолжения функций $\psi_1(.)$ и $\psi_2(.)$ такие, что для системы (27)-(30) существует квазирешение $\{z_i(.)\}_0^{m+1}$ типа бегущей волны с характеристикой τ, удовлетворяющее начальному условию $z_{\bar{i}}(\bar{t}) = a$,такое, что при каждом $\mu \in (\mu_1(\tau), \mu_2(\tau))$ оно для любого $t \in [0, +\infty)$ принадлежит фазовому пространству $K^1_{2\mu}$, а каждая координата $z_i(.)$, $i \in \mathbb{Z}$ принадлежит пространству $\mathcal{L}^1_{\sqrt[\tau]{\mu}} C^{(0)}([0, +\infty)\,)$. Такое квазирешение непрерывно зависит от начального условия a и функций $\psi_1(.), \ \psi_2(.)$ (в смысле метрики $L_1([0, \tau], \mathbb{R})$).* ■

Оказывается, что также как и для предыдущей модели (с выделенной начальной станцией отправления грузов), с помощью резкого изменения числа задействованных узлов на начальной станции в начальный период времени можно организовать контролируемый грузопоток (получить ε квазирешение).

Теорема 5. *Пусть заданы начальные данные* $a > 0$, $\bar{\bar{i}} \in \{0, 1, ..., m+1\}$, *начальный момент времени* $\bar{t} \in [0, +\infty)$, *характеристика* τ, *удовлетворяющая условию* $0 < \tau < \bar{\tau}$, *функции* $\psi_1(.), \psi_2(.) \in C^{\infty}([0, \tau], R)$, *и произвольное* $\varepsilon > 0$. *Тогда существует функция* $\psi_{1\varepsilon}(.) \in C^{\infty}([0, \tau], R)$, *отличная от* $\psi_1(.)$ *в малой окрестности точки 0, единственные кусочно непрерывное продолжения функций* $\psi_{1\varepsilon}(.)$, $\psi_2(.)$ *на* $(\tau, +\infty)$ *такие, что для системы* (27)-(30) *существует* (ε, τ)*-квазирешение* $\{z_{i\varepsilon}(.)\}_0^{m+1}$ *типа бегущей волны с характеристикой* τ, *удовлетворяющее начальному условию* $z_{\bar{\bar{i}}\varepsilon}(\bar{t}) = a$, *такое, что при каждом* $\mu \in (\mu_1(\tau), \mu_2(\tau))$ *оно для всякого* $t \in [0, +\infty)$ *принадлежит фазовому пространству* $K^1_{2\mu}$, *а каждая координата* $z_{i\varepsilon}(.)$, $i \in \mathbb{Z}$ *принадлежит пространству* $\mathcal{L}^1_{\sqrt[\tau]{\mu}} C^{(0)}([0, +\infty))$. ■

Литература

[1] Френкель Я.И., Конторова Т.А. О теории пластической деформации// ЖЭТФ, (1938), 8, С.89-97.

[2] Пустыльников Л.Д. Бесконечномерные нелинейные обыкновенные дифференциальные уравнения и теория КАМ // УМН, (1997) 52:3,(315), С.106-158.

[3] Бекларян Л.А. Групповые особенности дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом и связанные с ними метрические инварианты// ВИНИТИ. ИТОГИ НАУКИ И ТЕХНИКИ. СОВРЕМЕННАЯ МАТЕМАТИКА И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ (1999). т.67, С.161-182.

[4] Beklaryan L.A. Equations of Advanced-Retarded Type and Solutions of Traveling-Wave Type for Infinite-Dimensional Dynamic Systems//J. of Mathem. Sciences, (2004), 124:4, P.5098-5109.

[5] L.A. Beklaryan, N.K. Khachatryan. Traveling wave type solutions in dynamic transport models // Functional differential equations, (2006), v.13, № 2, P. 125-155.

[6] Бекларян Л.А. О квазибегущих волнах. //Математический сборник, (2010), Т. 201, № 12, С. 21-68.

[7] Л.А. Бекларян, Н.К. Хачатрян. Об одном классе динамических моделей грузоперевозок// Журнал вычислительной математики и математической физики, (2013), т. 53, №10, С. 1649-1667.

[8] Бекларян Л.А. Квазибегущие волны как естественное расширение класса бегущих волн.// Вестник Тамбовского государственного университета, (2014), Т.19, вып.2, С. 331-340.

[9] Бекларян Л.А. Введение в теорию функционально-дифференциальных уравнений. Групповой подход. – М.: Факториал Пресс, (2007), С.288.

[10] Бекларян Л.А., Крученов М.Б. О разрешимости линейных функционально-дифференциальных уравнений точечного типа// Ж. Дифферен. Уравнения, (2008), 44:4, С.435-445.

[11] Бекларян Л.А. К линейной теории функционально-дифференциальных уравнений: теоремы существования и проблема точечной полноты решений. // Математический сборник, (2011), Т. 202, № 3, С. 3-36.

[12] Бекларян Л.А., Белоусов Ф.А. Периодические решения для функционально-дифференциальных уравнений точечного типа. // Ж. Дифферен. Уравнения, (2015), 51:99, С.1-15.