

Лекция 4.
Байесовский
подход к теории
вероятностей.

Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

Ликбез

Два подхода к
теории
вероятностей

Байесовские
рассуждения

Лекция 4. Байесовский подход к теории вероятностей. Примеры байесовских рассуждений

Д. П. Ветров¹

¹МГУ, ВМиК, каф. ММП

Курс «Математические методы прогнозирования»

План лекции

Лекция 4.
Байесовский
подход к теории
вероятностей.

Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

Ликбез

Два подхода к
теории
вероятностей

Байесовские
рассуждения

Ликбез

Sum- и Product- rule

Формула Байеса

Два подхода к теории вероятностей

Частотный подход

Байесовский подход

Байесовские рассуждения

Связь между байесовским подходом и булевой логикой

Пример вероятностных рассуждений

План лекции

Лекция 4.
Байесовский
подход к теории
вероятностей.

Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

Ликбез

Sum- и Product-
rule
Формула Байеса

Два подхода к
теории
вероятностей

Байесовские
рассуждения

Ликбез

Sum- и Product- rule

Формула Байеса

Два подхода к теории вероятностей

Частотный подход

Байесовский подход

Байесовские рассуждения

Связь между байесовским подходом и булевой логикой

Пример вероятностных рассуждений

Условная вероятность

Лекция 4.
Байесовский
подход к теории
вероятностей.

Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

Ликбез

Sum- и Product-
rule

Формула Байеса

Два подхода к
теории
вероятностей

Байесовские
рассуждения

- Пусть X и Y — случайные величины с плотностями $p(x)$ и $p(y)$ соответственно
- В общем случае их совместная плотность $p(x, y) \neq p(x)p(y)$. Если это равенство выполняется, величины называют **независимыми**
- Условной плотностью называется величина

$$p(x|y) = \frac{p(x, y)}{p(y)}$$

- Смысл: как факт $Y = y$ влияет на распределение X . Заметим, что $\int p(x|y)dx \equiv 1$, но $\int p(x|y)dy$ не обязан равняться единице, т.к. относительно y это не плотность, а **функция правдоподобия**
- Очевидная система тождеств $p(x|y)p(y) = p(x, y) = p(y|x)p(x)$ позволяет легко переходить от $p(x|y)$ к $p(y|x)$

$$p(x|y) = \frac{p(y|x)p(x)}{p(y)}$$

Sum-rule

Лекция 4.
Байесовский
подход к теории
вероятностей.

Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

Ликбез

Sum- и Product-
rule

Формула Байеса

Два подхода к
теории
вероятностей

Байесовские
рассуждения

- Все операции над вероятностями базируются на применении всего двух правил
- Sum rule: Пусть A_1, \dots, A_k взаимоисключающие события, одно из которых **всегда происходит**. Тогда

$$P(A_i \cup A_j) = P(A_i) + P(A_j) \quad \sum_{i=1}^k P(A_i) = 1$$

- Очевидное следствие (формула полной вероятности): $\forall B$ верно $\sum_{i=1}^k P(A_i|B) = 1$, откуда

$$\sum_{i=1}^k \frac{P(B|A_i)P(A_i)}{P(B)} = 1 \quad P(B) = \sum_{i=1}^k P(B|A_i)P(A_i)$$

- В интегральной форме

$$p(b) = \int p(b, a) da = \int p(b|a)p(a) da$$

Product-rule

Лекция 4.
Байесовский
подход к теории
вероятностей.
Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

Ликбез

Sum- и Product-
rule
Формула Байеса

Два подхода к
теории
вероятностей

Байесовские
рассуждения

- Правило произведения (product rule) гласит, что любую совместную плотность всегда можно разбить на множители

$$p(a, b) = p(a|b)p(b) \quad P(A, B) = P(A|B)P(B)$$

- Аналогично для многомерных совместных распределений

$$p(a_1, \dots, a_n) =$$

$$p(a_1|a_2, \dots, a_n)p(a_2|a_3, \dots, a_n) \dots p(a_{n-1}|a_n)p(a_n)$$

- Можно показать (Jaynes, 1995), что Sum- и Product-rule являются единственными возможными операциями, позволяющими рассматривать вероятности как промежуточную ступень между истиной и ложью

План лекции

Лекция 4.
Байесовский
подход к теории
вероятностей.

Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

Ликбез

Sum- и Product-
rule

Формула Байеса

Два подхода к
теории
вероятностей

Байесовские
рассуждения

Ликбез

Sum- и Product- rule

Формула Байеса

Два подхода к теории вероятностей

Частотный подход

Байесовский подход

Байесовские рассуждения

Связь между байесовским подходом и булевой логикой

Пример вероятностных рассуждений

Априорные и апостериорные суждения

Лекция 4.
Байесовский
подход к теории
вероятностей.
Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

Ликбез
Sum- и Product-
rule
Формула Байеса

Два подхода к
теории
вероятностей

Байесовские
рассуждения

- Предположим, мы пытаемся изучить некоторое явление
- У нас имеются некоторые знания, полученные до (лат. a priori) наблюдений/эксперимента. Это может быть опыт прошлых наблюдений, какие-то модельные гипотезы, ожидания
- В процессе наблюдений эти знания подвергаются постепенному уточнению. После (лат. a posteriori) наблюдений/эксперимента у нас формируются новые знания о явлении
- Будем считать, что мы пытаемся оценить неизвестное значение величины θ посредством наблюдений некоторых ее косвенных характеристик $x|\theta$

Формула Байеса

Лекция 4.
Байесовский
подход к теории
вероятностей.
Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

Ликбез
Sum- и Product-
rule
Формула Байеса

Два подхода к
теории
вероятностей

Байесовские
рассуждения

- Знаменитая формула Байеса (1763 г.) устанавливает правила, по которым происходит преобразование знаний в процессе наблюдений
- Обозначим априорные знания о величине θ за $p(\theta)$
- В процессе наблюдений мы получаем серию значений $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$. При разных θ наблюдение выборки \mathbf{x} более или менее вероятно и определяется значением правдоподобия $p(\mathbf{x}|\theta)$
- За счет наблюдений наши представления о значении θ меняются согласно формуле Байеса

$$p(\theta|\mathbf{x}) = \frac{p(\mathbf{x}|\theta)p(\theta)}{p(\mathbf{x})} = \frac{p(\mathbf{x}|\theta)p(\theta)}{\int p(\mathbf{x}|\theta)p(\theta)d\theta}$$

- Заметим, что знаменатель не зависит от θ и нужен исключительно для нормировки апостериорной плотности

План лекции

Лекция 4.
Байесовский
подход к теории
вероятностей.

Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

Ликбез

Два подхода к
теории
вероятностей

Частотный
подход

Байесовский
подход

Байесовские
рассуждения

Ликбез

Sum- и Product- rule

Формула Байеса

Два подхода к теории вероятностей

Частотный подход

Байесовский подход

Байесовские рассуждения

Связь между байесовским подходом и булевой логикой

Пример вероятностных рассуждений

Различия в подходах к теории вероятностей

Лекция 4.
Байесовский
подход к теории
вероятностей.
Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

Ликбез

Два подхода к
теории
вероятностей

Частотный
подход

Байесовский
подход

Байесовские
рассуждения

- В современной теории вероятностей существуют два подхода к тому, что называть случайностью
- В частотном подходе предполагается, что случайность есть **объективная неопределенность**
В жизни «объективные» неопределенности практически не встречаются. Чуть ли не единственным примером может служить радиоактивный распад (во всяком случае, по современным представлениям)
- В байесовском подходе предполагается, что случайность есть **мера нашего незнания**
Практически любой случайный процесс можно так интерпретировать. Например, случайность при бросании кости связана с незнанием динамических характеристик кубика, сукна, руки кидающего, сопротивления воздуха и т.п.

Следствие частотного подхода

Лекция 4.
Байесовский
подход к теории
вероятностей.

Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

Ликбез

Два подхода к
теории
вероятностей

Частотный
подход

Байесовский
подход

Байесовские
рассуждения

- При интерпретации случайности как «объективной» неопределенности **единственным** возможным средством анализа является проведение серии испытаний
- При этом вероятность события интерпретируется как предел частоты наступления этого события в n испытаниях при $n \rightarrow \infty$
- Исторически частотный подход возник из весьма важной практической задачи: анализа азартных игр — области, в которой понятие серии испытаний имеет простой и ясный смысл

Особенности частотного подхода

Лекция 4.
Байесовский
подход к теории
вероятностей.
Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

Ликбез

Два подхода к
теории
вероятностей

Частотный
подход

Байесовский
подход

Байесовские
рассуждения

- Величины четко делятся на случайные и детерминированные
- Теоретические результаты работают на практике при больших выборках, т.е. при $n \gg 1$
- В качестве оценок неизвестных параметров выступают точечные, реже интервальные оценки
- Основным методом статистического оценивания является метод максимального правдоподобия (Фишер, 1930ые гг.)

План лекции

Лекция 4.
Байесовский
подход к теории
вероятностей.

Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

Ликбез

Два подхода к
теории
вероятностей

Частотный
подход

Байесовский
подход

Байесовские
рассуждения

Ликбез

Sum- и Product- rule

Формула Байеса

Два подхода к теории вероятностей

Частотный подход

Байесовский подход

Байесовские рассуждения

Связь между байесовским подходом и булевой логикой

Пример вероятностных рассуждений

Альтернативный подход

Лекция 4.
Байесовский
подход к теории
вероятностей.
Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

Ликбез

Два подхода к
теории
вероятностей
Частотный
подход

Байесовский
подход

Байесовские
рассуждения

- Далеко не всегда при оценке вероятности события удается провести серию испытаний.
- Пример: оцените вероятность того, что человеческая цивилизация может быть уничтожена метеоритной атакой
- Очевидно, что частотным методом задачу решить невозможно (точнее вероятность этого события строго равна нулю, ведь подобного еще не встречалось). В то же время интерпретация вероятности как меры нашего незнания позволяет получить отличный от нуля осмысленный ответ
- Идея байесовского подхода заключается в переходе от априорных знаний (или точнее незнаний) к апостериорным с учетом наблюдаемых явлений

Особенности байесовского подхода

Лекция 4.
Байесовский
подход к теории
вероятностей.

Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

Ликбез

Два подхода к
теории
вероятностей

Частотный
подход

Байесовский
подход

Байесовские
рассуждения

- Все величины и параметры считаются случайными
Точное значение параметров распределения нам неизвестно, значит они случайны с точки зрения нашего незнания
- Байесовские методы работают даже при объеме выборки 0! В этом случае апостериорное распределение равно априорному
- В качестве оценок неизвестных параметров выступают апостериорные распределения, т.е. решить задачу оценивания некоторой величины, значит найти ее апостериорное распределение
- Основным инструментом является формула Байеса, а также sum- и product- rule

Недостатки байесовского подхода

Лекция 4.
Байесовский
подход к теории
вероятностей.
Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

Ликбез

Два подхода к
теории
вероятностей

Частотный
подход

Байесовский
подход

Байесовские
рассуждения

- Начиная с 1930 гг. байесовские методы подвергались резкой критике и практически не использовались по следующим причинам
 - В байесовских методах предполагается, что априорное распределение известно до начала наблюдений и не предлагается конструктивных способов его выбора
 - Принятие решения при использовании байесовских методов в нетривиальных случаях требует колоссальных вычислительных затрат, связанных с численным интегрированием в многомерных пространствах
 - Фишером была показана оптимальность метода максимального правдоподобия, а следовательно — бессмысленность попыток придумать что-то лучшее
- В настоящее время (с начала 1990 гг.) наблюдается возрождение байесовских методов, которые оказались в состоянии решить многие серьезные проблемы статистики и машинного обучения

Точечные оценки при использовании метода Байеса

Лекция 4.
Байесовский
подход к теории
вероятностей.
Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

Ликбез

Два подхода к
теории
вероятностей
Частотный
подход

Байесовский
подход

Байесовские
рассуждения

- Математическое ожидание по апостериорному распределению. Весьма трудоемкая процедура

$$\hat{\theta}_B = \int \theta p(\theta|\mathbf{x}) d\theta$$

- Максимум апостериорной плотности. Удобен в вычислительном плане

$$\hat{\theta}_{MP} = \arg \max P(\theta|\mathbf{x}) = \arg \max P(\mathbf{x}|\theta)P(\theta) = \\ \arg \max (\log P(\mathbf{x}|\theta) + \log P(\theta))$$

- Это фактически регуляризация метода максимального правдоподобия!

План лекции

Лекция 4.
Байесовский
подход к теории
вероятностей.

Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

Ликбез

Два подхода к
теории
вероятностей

Байесовские
рассуждения

Связь между
байесовским
подходом и
булевой логикой

Пример
вероятностных
рассуждений

Ликбез

Sum- и Product- rule

Формула Байеса

Два подхода к теории вероятностей

Частотный подход

Байесовский подход

Байесовские рассуждения

Связь между байесовским подходом и булевой логикой

Пример вероятностных рассуждений

Попытки обобщения булевой логики

Лекция 4.
Байесовский
подход к теории
вероятностей.
Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

Ликбез

Два подхода к
теории
вероятностей

Байесовские
рассуждения

Связь между
байесовским
подходом и
булевой логикой

Пример
вероятностных
рассуждений

- Классическая булева логика плохо применима к жизненным ситуациям, которые далеко не всегда выразимы в терминах «истина» и «ложь»
- Неоднократно предпринимались попытки обобщить булеву логику, сохраняя при этом действие основных логических законов (Modus Ponens, Modus Tolens, правило де Моргана, закон двойного отрицания и пр.)
- Наиболее известные примеры:
 - Многозначная логика, расширившая множество логических переменных до $\{0, 1, \dots, k - 1\}$
 - Нечеткая логика, оперирующая континуумом значений между 0 и 1, характеризующими разную степень истинности

Недостатки нечеткой логики

Лекция 4.
Байесовский
подход к теории
вероятностей.

Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

Ликбез

Два подхода к
теории
вероятностей

Байесовские
рассуждения

Связь между
байесовским
подходом и
булевой логикой

Пример
вероятностных
рассуждений

- Несмотря на кажущуюся привлекательность нечеткая логика обладает рядом существенных недостатков
- Отсутствует строгое математическое обоснование ряду методов, использующихся в нечетких рассуждениях
- Существует множество эвристических правил, определяющих как именно нужно строить нечеткий вывод. Все они приводят к различным результатам
- Непонятна связь нечеткой логики с теорией вероятности

Логическая интерпретация байесовского подхода

Лекция 4.
Байесовский
подход к теории
вероятностей.
Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

Ликбез

Два подхода к
теории
вероятностей

Байесовские
рассуждения

Связь между
байесовским
подходом и
булевой логикой

Пример
вероятностных
рассуждений

- Байесовский вывод можно рассматривать как обобщение классической булевой логики. Только вместо понятий «истина» и «ложь» вводится «истина с вероятностью p ».

- Обобщение классического правила Modus Ponens

$$\frac{A, A \Rightarrow B}{A \& B} \qquad \frac{p(A), p(B|A)}{p(A \& B)}$$

- Теперь рассмотрим такую ситуацию

$$\frac{A \Rightarrow B, B}{A = ?} \qquad \frac{p(B|A), p(B), p(A)}{p(A|B)}$$

Формула Байеса позволяет рассчитать изменение степени истинности A с учетом информации о B

- Это новый подход к синтезу экспертных систем
- В отличие от нечеткой логики, он теоретически обоснован и математически корректен

План лекции

Лекция 4.
Байесовский
подход к теории
вероятностей.

Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

Ликбез

Два подхода к
теории
вероятностей

Байесовские
рассуждения

Связь между
байесовским
подходом и
булевой логикой

Пример
вероятностных
рассуждений

Ликбез

Sum- и Product- rule

Формула Байеса

Два подхода к теории вероятностей

Частотный подход

Байесовский подход

Байесовские рассуждения

Связь между байесовским подходом и булевой логикой

Пример вероятностных рассуждений

Жизненная ситуация

Лекция 4.
Байесовский
подход к теории
вероятностей.

Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

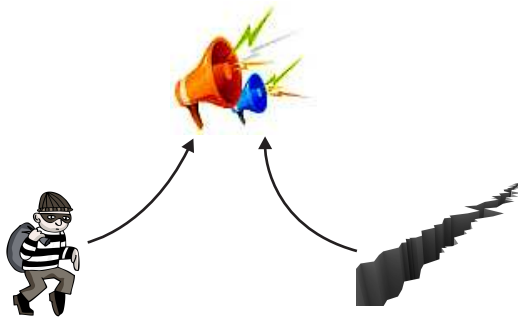
Ликбез

Два подхода к
теории
вероятностей

Байесовские
рассуждения

Связь между
байесовским
подходом и
булевой логикой

Пример
вероятностных
рассуждений



Вероятностная интерпретация

Лекция 4.
Байесовский
подход к теории
вероятностей.
Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

Ликбез

Два подхода к
теории
вероятностей

Байесовские
рассуждения

Связь между
байесовским
подходом и
булевой логикой

Пример
вероятностных
рассуждений

- Технические характеристики сигнализации
 $p(t|v, z) = p(t|v, \neg z) = 1, p(t|\neg v, z) = 0.1, p(t|\neg v, \neg z) = 0$
- Статистическая информация, набранная Джоном
 $p(v) = 2 \cdot 10^{-4}, p(z) = 0.01$

Жизненная ситуация

Лекция 4.
Байесовский
подход к теории
вероятностей.
Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

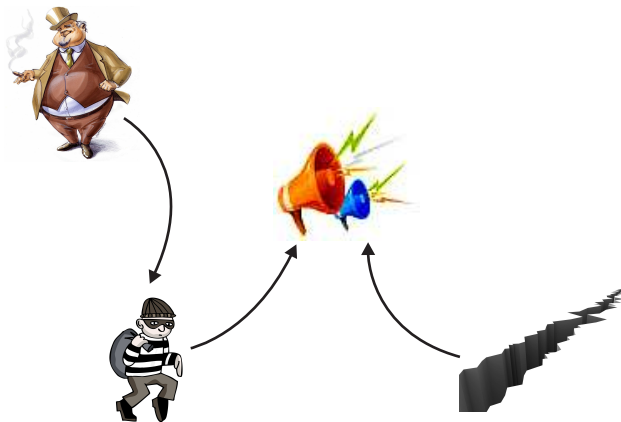
Ликбез

Два подхода к
теории
вероятностей

Байесовские
рассуждения

Связь между
байесовским
подходом и
булевой логикой

Пример
вероятностных
рассуждений



Вероятностная интерпретация

Лекция 4.
Байесовский
подход к теории
вероятностей.
Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

Ликбез

Два подхода к
теории
вероятностей

Байесовские
рассуждения
Связь между
байесовским
подходом и
булевой логикой

Пример
вероятностных
рассуждений

- Технические характеристики сигнализации
 $p(t|v, z) = p(t|v, \neg z) = 1, p(t|\neg v, z) = 0.1, p(t|\neg v, \neg z) = 0$
- Статистическая информация, набранная Джоном
 $p(v) = 2 \cdot 10^{-4}, p(z) = 0.01$
- Сообщение друга $p(d) = 1, p(v|d) = 2 \cdot 10^{-3}$
- Мы предположим, что Джон полностью доверяет другу. Но мы легко могли бы учесть и тот факт, что друг Джона – большой шутник и мог его разыграть

Жизненная ситуация

Лекция 4.
Байесовский
подход к теории
вероятностей.
Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

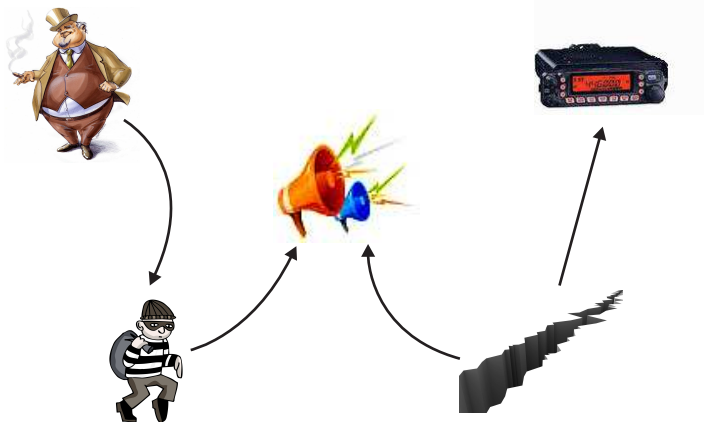
Ликбез

Два подхода к
теории
вероятностей

Байесовские
рассуждения

Связь между
байесовским
подходом и
булевой логикой

Пример
вероятностных
рассуждений



Вероятностная интерпретация

Лекция 4.
Байесовский
подход к теории
вероятностей.
Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

Ликбез

Два подхода к
теории
вероятностей

Байесовские
рассуждения

Связь между
байесовским
подходом и
булевой логикой

Пример
вероятностных
рассуждений

- Технические характеристики сигнализации
 $p(t|v, z) = p(t|v, \neg z) = 1, p(t|\neg v, z) = 0.1, p(t|\neg v, \neg z) = 0$
- Статистическая информация, набранная Джоном
 $p(v) = 2 \cdot 10^{-4}, p(z) = 0.01$
- Сообщение друга $p(d) = 1, p(v|d) = 2 \cdot 10^{-3}$
- Сводка новостей по радио $p(r) = 1, p(r|z) = 0.5,$
 $p(r|\neg z) = 0$

Расчет вероятностей I

Лекция 4.
Байесовский
подход к теории
вероятностей.
Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

Ликбез

Два подхода к
теории
вероятностей

Байесовские
рассуждения

Связь между
байесовским
подходом и
булевой логикой

Пример
вероятностных
рассуждений

Срабатывание сигнализации $p(t) = 1$

Вероятность взлома и ложной тревоги

$$p(v|t) = \frac{1}{Z}p(t|v)p(v)$$

$$p(\neg v|t) = \frac{1}{Z}p(t|\neg v)p(\neg v)$$

$$Z = p(t|v)p(v) + p(t|\neg v)p(\neg v)$$

$$p(t|v) = p(t|v, \neg z)p(\neg z) + p(t|v, z)p(z) = p(\neg z) + p(z) = 1$$

$$p(t|\neg v) = p(t|\neg v, \neg z)p(\neg z) + p(t|\neg v, z)p(z) = p(t|\neg v, z)p(z) = 10^{-3}$$

$$Z = 1.2 \cdot 10^{-3}$$

$$p(v|t) = \frac{1}{6} \approx 16.7\%$$

$$p(\neg v|t) = \frac{5}{6} \approx 83.3\%$$

Расчет вероятностей II

Лекция 4.
Байесовский
подход к теории
вероятностей.
Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

Ликбез

Два подхода к
теории
вероятностей

Байесовские
рассуждения

Связь между
байесовским
подходом и
булевой логикой

Пример
вероятностных
рассуждений

Сообщение друга $p(d) = 1$

$$p(v|t, d) = \{Cond.ind.\} = \frac{1}{Z} \frac{p(v|t)p(v|d)}{p(v)} = \frac{1}{Z} \frac{10}{6}$$

$$p(\neg v|t, d) = \{Cond.ind.\} = \frac{1}{Z} \frac{p(\neg v|t)p(\neg v|d)}{p(\neg v)} \approx \frac{1}{Z} \frac{5}{6}$$

$$Z = \frac{p(v|t)p(v|d)}{p(v)} + \frac{p(\neg v|t)p(\neg v|d)}{p(\neg v)}$$

$$Z = \frac{15}{6}$$

$$p(v|t, d) = \frac{10}{15} \approx 66.7\%$$

$$p(\neg v|t, d) = \frac{5}{15} \approx 33.3\%$$

Расчет вероятностей III

Лекция 4.

Байесовский
подход к теории
вероятностей.

Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

Ликбез

Два подхода к
теории
вероятностей

Байесовские
рассуждения

Связь между
байесовским
подходом и
булевой логикой

Пример
вероятностных
рассуждений

Радиосводка $p(r) = 1$, т.к. $p(r|\neg z) = 0$, то $p(z|r) = 1$, по условию

$$\begin{aligned} p(v|t, d, r) &= \frac{1}{Z} p(t|v, r, d) p(v, r, d) = \frac{1}{Z} p(v, r, d) = \{Independ.assump.\} = \\ &= \frac{1}{Z} p(v, d) p(r) = \frac{1}{Z} p(v|d) p(d) p(r) = \frac{1}{Z} 2 \cdot 10^{-3} \times 1 \times 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p(\neg v|t, d, r) &= \left\{ p(t|\neg v, d, r) = p(t|\neg v, d, z) p(z|r) + p(t|\neg v, d, \neg z) p(\neg z|r) \right\} = \\ &= \frac{1}{Z} p(t|\neg v, r, d) p(\neg v, r, d) = \frac{1}{Z} 0.1 \times p(\neg v, r, d) = \{Independ.assump.\} = \end{aligned}$$

$$\frac{1}{Z} 0.1 \times p(\neg v, d) p(r) = \frac{1}{Z} 0.1 \times p(\neg v|d) p(d) p(r) = \frac{1}{Z} 0.1 \times (1 - 2 \cdot 10^{-3}) \times 1 \times 1$$

$$Z = p(t|v, r, d) p(v, r, d) + p(t|\neg v, r, d) p(\neg v, r, d) = 0.1018$$

$$p(v|t, d, z) = \frac{20}{1018} \approx 1.9\%$$

$$p(\neg v|t, d, z) = \frac{998}{1018} \approx 98.1\%$$

Ошибка Джона

Лекция 4.
Байесовский
подход к теории
вероятностей.
Примеры
байесовских
рассуждений

Ветров,
Кропотов

Ликбез

Два подхода к
теории
вероятностей

Байесовские
рассуждения

Связь между
байесовским
подходом и
булевой логикой

Пример
вероятностных
рассуждений

- Успокоенный Джон возвращается на работу, а вечером, придя домой, обнаруживает, что квартира «обчищена».
- Джон отлично владел байесовским аппаратом теории вероятностей, но значительно хуже разбирался в человеческой психологии
- Предположение о независимости кражи и землетрясения оказалось неверным

$$p(v, z) \neq p(v)p(z)$$

- Действительно, когда происходит землетрясение, вору проявляют значительно большую активность, достойную лучшего применения

$$p(v|z) > p(v|\neg z)$$