

Вероятностные тематические модели

Лекция 9. Модели связного текста и тематическая сегментация

К. В. Воронцов
vokov@forecsys.ru

Этот курс доступен на странице вики-ресурса
<http://www.MachineLearning.ru/wiki>
«Вероятностные тематические модели (курс лекций, К.В.Воронцов)»

ВМК МГУ • 19 апреля 2018

1 Модели связного текста

- Тематические модели предложений
- Контекстная документная кластеризация
- Семантические сети и лексические цепочки

2 Сегментация текстов

- Тематическая сегментация
- Измерение качества сегментации
- Оптимизация параметров модели сегментации

3 Регуляризация последовательного текста

- Гипотеза о сегментной структуре текста
- Регуляризация E-шага
- Примеры регуляризаторов E-шага

Тематические модели предложений (или коротких текстов)

Примеры *коротких текстов* (short text):

- твиты одного автора
- комментарии в одном блоге
- заголовки новостей за один день
- заголовки статей в одном журнале
- реплики в одном диалоге клиента и оператора
- **предложения в одном документе**

Основные предположения о коротких текстах:

- границы короткого текста известны
(задачу сегментации пока не ставим)
- слов не хватает для надёжного определения тематики
- короткий текст относится только к одной теме
- текст может содержать фоновые слова общей лексики

Тематическая модель Twitter-LDA

Предположения:

1. Каждый автор $a \in A$ написал множество сообщений $d \in D_a$.
2. Каждое сообщение d относится к одной теме $p(t|d) \in \{0, 1\}$.
3. Есть фоновая тема $b \in T$ с распределением $p(w|b)$.
4. Вероятность фона одинакова для документов, $p(b|d) = \pi$.

Порождающий процесс:

Вход: распределения $p(w|t)$, $p(t|a)$

для всех авторов $a \in A$

для всех сообщений $d \in D_a$ автора a

выбрать тему t из $p(t|a)$, кроме фоновой, $t \neq b$;

для всех позиций слов $i = 1, \dots, n_d$ в сообщении d

выбрать слово w_i из $(1 - \pi)p(w|t) + \pi p(w|b)$;

Wayne Xin Zhao, Jing Jiang, Jianshu Weng, Jing He, Ee Peng Lim et al.
Comparing Twitter and traditional media using topic models // ECIR 2011.

Тематическая модель предложений senLDA и её обобщение

S_d — множество сегментов, на которые разбит документ d ;

n_s — длина сегмента s ;

n_{sw} — число вхождений слова w в сегмент s .

Тематическая модель монотематичного сегмента:

$$p(s|d) = \sum_{t \in T} p(t|d) \prod_{w \in S} p(w|t)^{n_{sw}} = \sum_{t \in T} \theta_{td} \prod_{w \in S} \phi_{wt}^{n_{sw}}$$

Критерий максимума регуляризованного правдоподобия:

$$\sum_{d \in D} \sum_{s \in S_d} \ln \sum_{t \in T} \theta_{td} \prod_{w \in S} \phi_{wt}^{n_{sw}} + R(\Phi, \Theta) \rightarrow \max_{\Phi, \Theta}$$

В senLDA регуляризатор $R(\Phi, \Theta)$ — распределения Дирихле.

G.Balikas, M.-R.Amini, M.Clausel. On a topic model for sentences. SIGIR 2016.

Тематическая модель предложений в ARTM

Критерий максимума регуляризованного правдоподобия:

$$\sum_{d \in D} \sum_{s \in S_d} \ln \sum_{t \in T} \theta_{td} \prod_{w \in S} \phi_{wt}^{n_{sw}} + R(\Phi, \Theta) \rightarrow \max_{\Phi, \Theta}$$

EM-алгоритм: метод простой итерации для системы уравнений

$$\begin{cases} \text{E-шаг:} & p_{tds} \equiv p(t|d, s) = \text{norm}_{t \in T} \left(\theta_{td} \prod_{w \in S} \phi_{wt}^{n_{sw}} \right); \\ \text{M-шаг:} & \begin{cases} \phi_{wt} = \text{norm}_{w \in W} \left(n_{wt} + \phi_{wt} \frac{\partial R}{\partial \phi_{wt}} \right); & n_{wt} = \sum_{d \in D} \sum_{s \in S_d} n_{sw} p_{tds} \\ \theta_{td} = \text{norm}_{t \in T} \left(n_{td} + \theta_{td} \frac{\partial R}{\partial \theta_{td}} \right); & n_{td} = \sum_{s \in S_d} n_s p_{tds} \end{cases} \end{cases}$$

G.Balikas, M.-R.Amini, M.Clausel. On a topic model for sentences. SIGIR 2016.

Контекстная документная кластеризация (CDC)

n_{uw} — со-встречаемость слов u и w ;

$p(u|w) = \frac{n_{uw}}{n_w}$ — контекст слова w : предложение или абзац;

$H(w) = - \sum_{u \in W} p(u|w) \log p(u|w)$ — энтропия контекста слова w .

Узкий контекст — контекст с низкой энтропией, аналог темы, подмножество неслучайно часто со-встречающихся слов.

Метод CDC — Contextual Document Clustering:

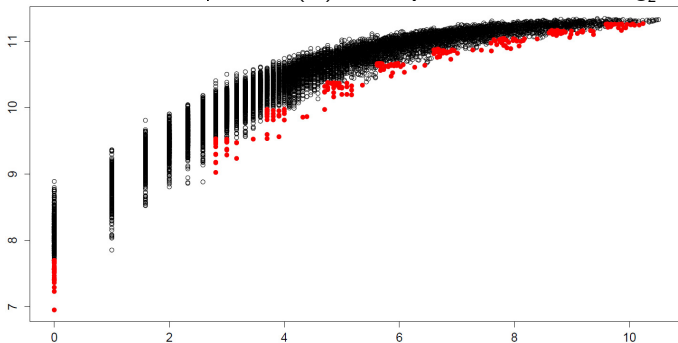
- 1 разбить документы на однородные сегменты (абзацы)
- 2 выделить слова с узкими контекстами
- 3 кластеризовать узкие контексты (найти темы)
- 4 отнести каждый сегмент к ближайшей теме

V.Dobrynin, D.Patterson, N.Rooney. Contextual document clustering. ECIR, 2004.

Выделение слов, имеющих узкие контексты

Оригинальный CDC: диапазон $\log_2 N_w$ разбивается на интервалы, в каждом интервале отбираются слова с наименьшими $H(w)$:

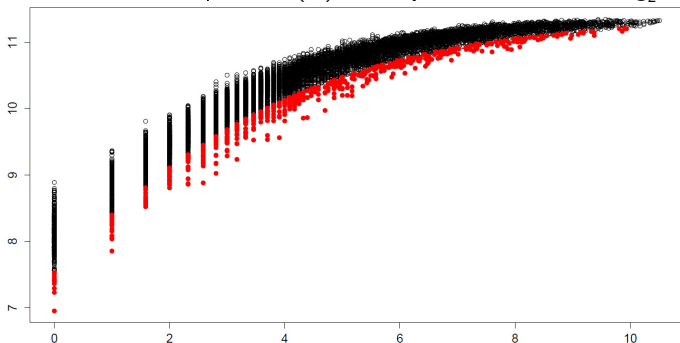
Зависимость энтропии $H(w)$ от документной частоты $\log_2 N_w$



Выделение слов, имеющих узкие контексты

Более аккуратный отбор локальных контекстов
с помощью квантильной регрессии (отсекаем 5% снизу).

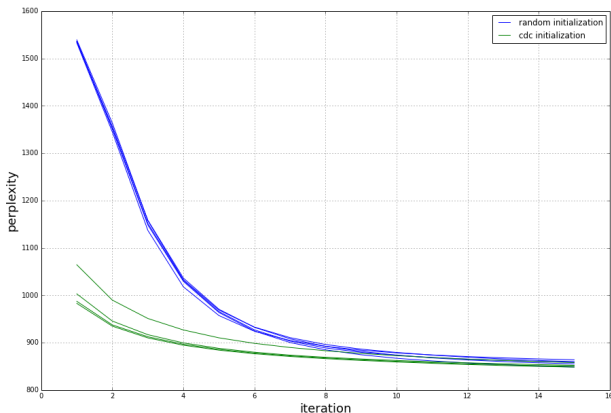
Зависимость энтропии $H(w)$ от документной частоты $\log_2 N_w$



А.Гринчук. Использование контекстной документной кластеризации для улучшения качества тематических моделей. 2015. МФТИ.

Инициализация тематической модели с помощью CDC

Зависимость перплексии от числа итераций (коллекция MMPO)



А.Гринчук. Использование контекстной документной кластеризации для улучшения качества тематических моделей. 2015. МФТИ.

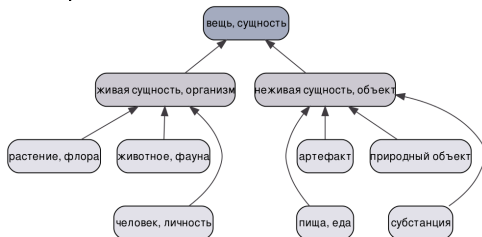
Семантическая сеть WordNet

117К наборов синонимов (synset), 155К слов, с определениями и примерами, связанных семантическими отношениями:

- *гипероним* — более общее (родовое) понятие
- *гипоним* — частное (видовое) понятие
- *холоним* — объемлющее целое
- *мероним* — составная часть

Словари разделены по частям речи:

- существительные
- глаголы
- прилагательные
- наречия

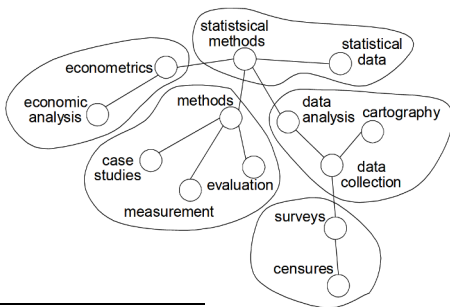


Метод лексических цепочек (Lexical Chains)

Лексическая цепочка — множество терминов:

- пары терминов связаны тезаурусными связями
- соседние термины на расстоянии не более 2 предложений
- возможна транзитивная связь через третий термин

Сильная цепочка — (почти) все слова связаны (клика)



Jane Morris, Graeme Hirst. Lexical cohesion computed by thesaural relations as an indicator of the structure of text. 1991.

Пример выделения лексических цепочек

Пример использования русскоязычного тезауруса RuTез

О порядке оказания безвозмездной **финансовой помощи** на **строительство (покупку) жилья** и выплаты **денежной** компенсации за наем (**поднаем**) **жилых помещений военнослужащим и гражданам**, уволенным с **военной службы**.

Во исполнение Закона Российской Федерации "О статусе **военнослужащих**" и в целях обеспечения прав на **жилище военнослужащих и граждан**, уволенных с **военной службы**, **Правительство Российской Федерации** постановляет:

1. Утвердить прилагаемое Положение о порядке оказания безвозмездной **финансовой помощи** на **строительство (покупку) жилья** и выплаты **денежной** компенсации за наем (**поднаем**) **жилых помещений военнослужащим и гражданам**, уволенным с **военной службы**.
2. **Министерству обороны** Российской Федерации и иным **федеральным органам исполнительной власти**, в которых предусмотрена **военная служба**: в месячный срок разработать и утвердить формы и перечень документов, необходимых для принятия решения об оказании **военнослужащим** безвозмездной

Лаборатория анализа информационных ресурсов, НИВЦ МГУ

<http://www.labinform.ru/info/onthology>

Применение ТМ для построения ЛС без тезауруса

LDA Mode Method (LDA-MM):

- тема каждого термина: $t(w) = \arg \max_t p(t|d, w)$
- термины с одинаковыми $t(w)$ образуют цепочку
- возможен учёт второй темы t' при $p(t'|d, w) > \varepsilon$

LDA Graph Method (LDA-GM):

- граф близостей всех терминов документа по $p(t|d, w)$
- максимальные клики этого графа образуют цепочки

LDA Top-N Method (LDA-TM):

- для каждого d выбираем top- N тем из $p(t|d)$
- для каждой t выбираем top- M терминов из $p(w|t)$
- все такие термины из d образуют цепочку

Steffen Remus. Automatically Identifying Lexical Chains by Means of Statistical Methods — A Knowledge-Free Approach. 2012.

Измерение качества построения лексических цепочек

Эксперты выделяли термины и лексические цепочки:

- по принципу однородности тематики
- повторения терминов, синонимы, коллокации, меронимы, гиперонимы, антонимы

	LDA-MM	LDA-GM	LDA-TM	S&M	G&M	Anno A	Anno B
avg. num. of lexical items per doc.	38.20	29.32	30.82	14.40	15.29	38.66	38.96
avg. num. of chains per doc.	13.80	9.12	7.32	5.83	5.71	11.25	7.38
avg. num. of links per doc.	8.60	2.06	1.44	–	–	5.47	2.41
avg. size lexical chains	2.82	3.41	4.61	2.48	2.68	3.69	5.57
avg. num. of merged lexical chains	5.76	7.06	5.98	–	–	6.10	4.99
avg. size merged lexical chains	8.29	4.45	5.57	–	–	7.60	8.91

Результаты:

- тематические модели сравнимы с экспертами
- **тематические модели лучше семантических сетей**

Steffen Remus. Automatically Identifying Lexical Chains by Means of Statistical Methods — A Knowledge-Free Approach. 2012.

Метод тематической сегментации TopicTiling

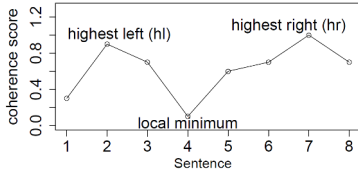
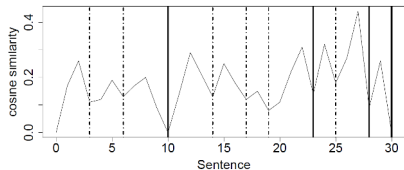
$(s_j)_{j=1}^{k_d}$ — последовательность предложений документа d

$p(t|d, s) = \frac{1}{|s|} \sum_{w \in s} p(t|d, w)$ — тематика предложения s

$p_j = (p(t|d, s_j))_{t \in T}$ — тематический вектор предложения s_j

$c_j = \cos(p_{j-1}, p_j)$ — *coherence score*, оценка близости соседних предложений (чем глубже провал, тем чётче граница)

$d_j = \frac{1}{2}(hl_j + hr_j - 2c_j)$ — *depth score*, оценка глубины провала



Martin Riedl, Chris Biemann. Text Segmentation with Topic Models. 2012.

Эвристики для TopicTiling

Эвристики для определения числа сегментов:

- заданное число провалов с наибольшей глубиной d_j
- провалы с глубиной более $\text{avr}\{d_j\} + \delta \text{stdev}\{d_j\}$, $\delta = 0,5..1,2$

Дополнительные эвристики и параметры:

- filter: игнорировать короткие предложения (менее 5 слов)
- игнорировать стоп-слова
- использовать фоновые темы и игнорировать их в p_j
- использовать $p(t|d, w)$ или $\arg \max_t p(t|d, w)$
- подбирать число итераций
- подбирать число тем $|T|$ в тематической модели LDA
- подбирать параметры α и β в LDA
- подбирать число предложений слева и справа от j

Martin Riedl, Chris Biemann. Text Segmentation with Topic Models. 2012.

Измерение качества сегментации

Базовые методы сегментации по векторам $p(w|s_j)$ и $p(t|s_j)$

- TT и TT-LDA — TextTiling (Hearst, 1997)
- C99 и C99-LDA — кластеризация предложений (Choi, 2000)

Коллекции для сравнения методов сегментации:

- *Choi dataset*: синтетический корпус, 700 документов по 10 сегментов, нарезанных из «Brown corpus»
- *Galley dataset*: синтетический корпус, 500 документов по 4–22 сегментов, нарезанных из «WSJ corpus»

Метрики для сравнения методов сегментации:

- Precision/Recall не учитывают границы между сегментами
- P_k (Beeferman et al., 1997)
- WD, WindowDiff (Pevzner and Hearst, 2002)

Martin Riedl, Chris Biemann. Text Segmentation with Topic Models. 2012.

Метрики для сравнения методов сегментации

Все метрики основаны на сравнении с идеальной сегментацией, т.н. «золотым стандартом» (gold standard).

- P_k (Beeferman et al., 1997) — чем меньше, тем лучше:
 $B_i =$ [словопозиции i и $i+k-1$ лежат в одном сегменте]
 B_i^0 — то же самое для идеальной сегментации
 P_k — доля позиций, для которых $B_i \neq B_i^0$
- WD, WindowDiff (Pevzner and Hearst, 2002)
 $C_i =$ (число сегментов между позициями i и $i+k-1$)
 C_i^0 — то же самое для идеальной сегментации
WD — доля позиций, для которых $C_i \neq C_i^0$

Doug Beeferman, Adam Berger, John Lafferty. Statistical models for text segmentation. 1999.

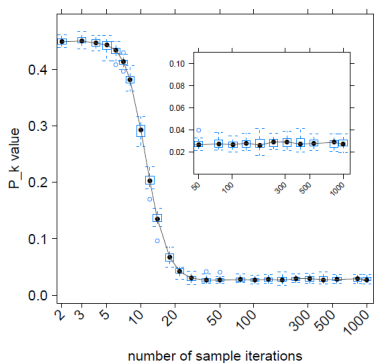
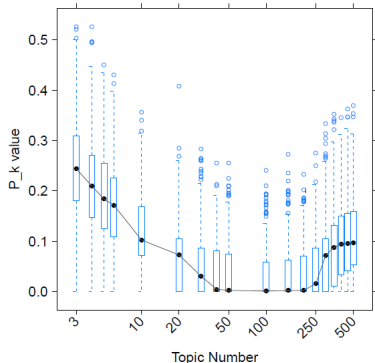
Lev Pevzner, Marti Hearst. A critique and improvement of an evaluation metric for text segmentation. 2002.

Результаты сравнения методов сегментации (Choi dataset)

Method	Segments provided		Segments unprovided	
	P_k	WD	P_k	WD
C99	11.20	12.07	12.73	14.57
C99LDA	4.16	4.89	8.69	10.52
TT	44.48	47.11	49.51	66.16
TTLDA	1.85	2.10	16.41	21.40
TopicTiling	2.65	3.02	4.12	5.75
TopicTiling (filtered)	1.50	1.72	3.24	4.58

- Тематические модели лучше
- Лидирует TopicTiling с фильтрацией коротких предложений
- «Segments provided» — число сегментов известно
(на реальных данных это нереалистичное предположение)

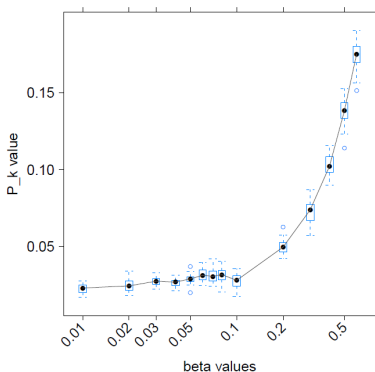
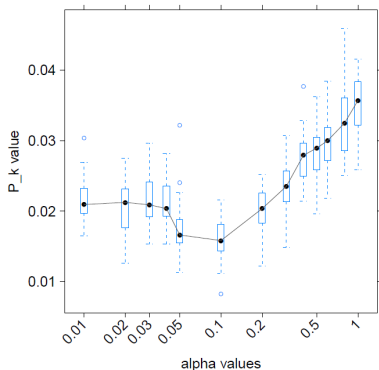
Зависимости P_k ($k = 6$) от параметров модели



- Качество сегментации сильно зависит от $|T|$
- оптимальный диапазон $|T| = 50..150$ достаточно широк
- при $|T| = 100$ сходимость за 20–30 итераций

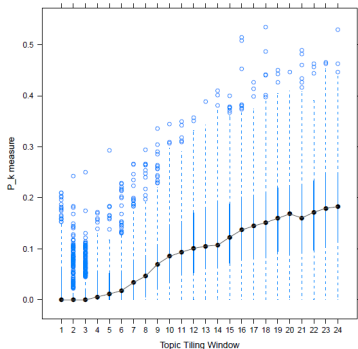
Martin Riedl, Chris Biemann. Text Segmentation with Topic Models. 2012.

Зависимости P_k ($k = 6$) от параметров α , β модели LDA



- Разреживать надо, но матрицу Θ — не слишком сильно
- параметры α , β менее критичны, чем число тем

Зависимость P_k ($k = 6$) от ширины окна w (window)



фиксированное число сегментов:

seg. size	3-5		6-8		9-11		3-11	
	P_k	WD	P_k	WD	P_k	WD	P_k	WD
d=false,w=1	2.71	3.00	3.64	4.14	5.90	7.05	3.81	4.32
d=true,w=1	3.71	4.16	1.97	2.23	2.42	2.92	2.00	2.30
d=false,w=2	1.46	1.51	1.05	1.20	1.13	1.31	1.00	1.15
d=true,w=2	1.24	1.27	0.76	0.85	0.56	0.71	0.95	1.08
d=false,w=5	2.78	3.04	1.71	2.11	4.47	4.76	3.80	4.46
d=true,w=5	2.34	2.65	1.17	1.35	4.39	4.56	3.20	3.54

определяемое число сегментов:

seg. size	3-5		6-8		9-11		3-11	
	P_k	WD	P_k	WD	P_k	WD	P_k	WD
d=false,w=1	2.39	2.45	4.09	5.85	9.20	15.44	4.87	6.74
d=true,w=1	3.54	3.59	1.98	2.57	3.01	5.15	2.04	2.62
d=false,w=2	15.53	15.55	0.79	0.88	1.98	3.23	1.03	1.36
d=true,w=2	14.65	14.69	0.62	0.62	0.67	0.88	0.66	0.78
d=false,w=5	21.47	21.62	16.30	16.30	6.01	6.14	14.31	14.65
d=true,w=5	21.57	21.67	17.24	17.24	6.44	6.44	15.51	15.74

- Оптимальная ширина окна $w = 2-3$ предложения
- «d=true»: усреднение $\arg \max_t p(t|d, w)$ по каждому w
- Почему они не догадались использовать $p(t|d, w)$?

Martin Riedl, Chris Biemann. Text Segmentation with Topic Models. 2012.

Эксперименты на более реалистичных данных Galley's WSJ

фиксированное число сегментов:

Parameters	All words		Filtered	
	P_k	WD	P_k	WD
d=false,w=1	37.31	43.20	37.01	43.26
d=true,w=1	35.31	41.27	33.52	39.86
d=false,w=2	22.76	28.69	21.35	27.28
d=true,w=2	21.79	27.35	19.75	25.42
d=false,w=5	14.29	19.89	12.90	18.87
d=true,w=5	13.59	19.61	11.89	17.41
d=false,w=10	14.08	22.60	14.09	22.22
d=true,w=10	13.61	21.00	13.48	20.59

определяемое число сегментов:

Parameters	All words		Filtered	
	P_k	WD	P_k	WD
d=false,w=1	53.07	72.78	52.63	72.66
d=true,w=1	53.42	74.12	51.84	72.57
d=false,w=2	46.68	65.01	44.81	63.09
d=true,w=2	46.08	64.41	43.54	61.18
d=false,w=5	30.68	43.73	28.31	40.36
d=true,w=5	28.29	38.90	26.96	36.98
d=false,w=10	19.93	32.98	18.29	29.29
d=true,w=10	17.50	26.36	16.32	24.75

- **Качество сегментации сильно зависит от коллекции**
- Определять число сегментов стало труднее
- Окно пришлось расширить до $w = 5-10$ предложений
- Здесь «filtered» — учитывать только существительные, прилагательные и глаголы — помогает, но не сильно

Martin Riedl, Chris Biemann. Text Segmentation with Topic Models. 2012.

Сегментная структура текста и пост-обработка E-шага

Документ $d = \{w_1, \dots, w_{n_d}\}$, n_d — длина документа d

Матрица тематики слов в документах $p(t|d, w_i)$ размера $T \times n_d$:



Регуляризация E-шага

Трёхмерная матрица $\Pi = (p_{tdw} = p(t|d, w))_{T \times D \times W}$

Максимизация \log правдоподобия с регуляризаторами R и \tilde{R} :

$$\sum_{d \in D} \sum_{w \in d} n_{dw} \ln \sum_{t \in T} \phi_{wt} \theta_{td} + R(\Pi(\Phi, \Theta)) + \tilde{R}(\Phi, \Theta) \rightarrow \max_{\Phi, \Theta}$$

EM-алгоритм: метод простой итерации для системы уравнений

$$\begin{cases} \text{E-шаг:} & \left\{ \begin{array}{l} p_{tdw} = \operatorname{norm}_{t \in T}(\phi_{wt} \theta_{td}) \\ \tilde{p}_{tdw} = p_{tdw} \left(1 + \frac{1}{n_{dw}} \left(\frac{\partial R(\Pi)}{\partial p_{tdw}} - \sum_{z \in T} p_{zdw} \frac{\partial R(\Pi)}{\partial p_{zdw}} \right) \right) \end{array} \right. \\ \text{M-шаг:} & \left\{ \begin{array}{l} \phi_{wt} = \operatorname{norm}_{w \in W} \left(\sum_{d \in D} n_{dw} \tilde{p}_{tdw} + \phi_{wt} \frac{\partial \tilde{R}}{\partial \phi_{wt}} \right) \\ \theta_{td} = \operatorname{norm}_{t \in T} \left(\sum_{w \in d} n_{dw} \tilde{p}_{tdw} + \theta_{td} \frac{\partial \tilde{R}}{\partial \theta_{td}} \right) \end{array} \right. \end{cases}$$

Набросок доказательства: три леммы

Лемма 1. Для функции $p_{tdw}(\Phi, \Theta) = \frac{\phi_{wt}\theta_{td}}{\sum_z \phi_{wz}\theta_{zd}}$ и любого $z \in T$

$$\phi_{wt} \frac{\partial p_{zdw}}{\partial \phi_{wt}} = \theta_{td} \frac{\partial p_{zdw}}{\partial \theta_{td}} = p_{tdw} ([z=t] - p_{zdw}).$$

Введём функцию от вспомогательных переменных Π :

$$Q_{tdw}(\Pi) = \frac{\partial R(\Pi)}{\partial p_{tdw}} - \sum_{z \in T} p_{zdw} \frac{\partial R(\Pi)}{\partial p_{zdw}}.$$

Лемма 2. Если $R(\Pi)$ не зависит от p_{tdw} при $w \notin d$, то

$$\phi_{wt} \frac{\partial R(\Pi)}{\partial \phi_{wt}} = \sum_{d \in D} p_{tdw} Q_{tdw}(\Pi); \quad \theta_{td} \frac{\partial R(\Pi)}{\partial \theta_{td}} = \sum_{w \in d} p_{tdw} Q_{tdw}(\Pi).$$

Лемма 3. Формулы M-шага:

$$\phi_{wt} = \text{norm}_{w \in W} \left(\sum_{d \in D} n_{dw} p_{tdw} + \sum_{d \in D} Q_{tdw} p_{tdw} + \phi_{wt} \frac{\partial \tilde{R}}{\partial \phi_{wt}} \right);$$

$$\theta_{td} = \text{norm}_{t \in T} \left(\sum_{w \in d} n_{dw} p_{tdw} + \sum_{w \in d} Q_{tdw} p_{tdw} + \theta_{td} \frac{\partial \tilde{R}}{\partial \theta_{td}} \right).$$

Лемма 1. Замечательное тождество

Для функции $p_{tdw}(\Phi, \Theta) = \frac{\phi_{wt}\theta_{td}}{\sum_z \phi_{wz}\theta_{zd}}$ и любого $z \in T$

$$\phi_{wt} \frac{\partial p_{zdw}}{\partial \phi_{wt}} = \theta_{td} \frac{\partial p_{zdw}}{\partial \theta_{td}} = p_{tdw} ([z=t] - p_{zdw}).$$

Воспользуемся определением функции $p_{tdw}(\Phi, \Theta)$:

$$\begin{aligned} \phi_{wt} \frac{\partial p_{zdw}}{\partial \phi_{wt}} &= \phi_{wt} \frac{[z=t]\theta_{td} \sum_u \phi_{wu}\theta_{ud} - \theta_{td}\phi_{wz}\theta_{zd}}{(\sum_u \phi_{wu}\theta_{ud})^2} = \\ &= p_{tdw}[z=t] - p_{tdw}p_{zdw} = p_{tdw}([z=t] - p_{zdw}); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_{td} \frac{\partial p_{zdw}}{\partial \theta_{td}} &= \theta_{td} \frac{[z=t]\phi_{wt} \sum_u \phi_{wu}\theta_{ud} - \phi_{wt}\phi_{wz}\theta_{zd}}{(\sum_u \phi_{wu}\theta_{ud})^2} = \\ &= p_{tdw}[z=t] - p_{tdw}p_{zdw} = p_{tdw}([z=t] - p_{zdw}). \end{aligned}$$

Лемма 2. Дифференцируем суперпозицию $R(\Pi(\Phi, \Theta))$

Пусть $R(\Pi)$ не зависит от переменных p_{tdw} при $w \notin d$. Тогда

$$\phi_{wt} \frac{\partial R(\Pi)}{\partial \phi_{wt}} = \sum_{d \in D} p_{tdw} Q_{tdw}(\Pi); \quad \theta_{td} \frac{\partial R(\Pi)}{\partial \theta_{td}} = \sum_{w \in d} p_{tdw} Q_{tdw}(\Pi);$$

где $Q_{tdw}(\Pi) = \frac{\partial R(\Pi)}{\partial p_{tdw}} - \sum_{z \in T} p_{zdw} \frac{\partial R(\Pi)}{\partial p_{zdw}}$.

Заметим, что $\frac{\partial p_{zdv}}{\partial \phi_{wt}} = 0, w \neq v; \frac{\partial p_{zdv}}{\partial \theta_{td}} = 0, t \neq z; \frac{\partial R(\Pi)}{\partial p_{tdw}} = 0, w \notin d$.

$$\phi_{wt} \frac{\partial R(\Pi)}{\partial \phi_{wt}} = \phi_{wt} \sum_{z, d, v} \frac{\partial R(\Pi)}{\partial p_{zdv}} \frac{\partial p_{zdv}}{\partial \phi_{wt}} = \sum_{d \in D} \sum_{z \in T} \frac{\partial R(\Pi)}{\partial p_{zdv}} \phi_{wt} \frac{\partial p_{zdv}}{\partial \phi_{wt}};$$

$$\theta_{td} \frac{\partial R(\Pi)}{\partial \theta_{td}} = \theta_{td} \sum_{z, d, v} \frac{\partial R(\Pi)}{\partial p_{zdv}} \frac{\partial p_{zdv}}{\partial \theta_{td}} = \sum_{w \in d} \sum_{z \in T} \frac{\partial R(\Pi)}{\partial p_{zdv}} \theta_{td} \frac{\partial p_{zdv}}{\partial \theta_{td}}.$$

В силу леммы 1 справедливо тождество

$$\sum_{z \in T} \frac{\partial R(\Pi)}{\partial p_{zdv}} p_{tdw} ([z=t] - p_{zdw}) = p_{tdw} Q_{tdw}(\Pi).$$

Лемма 3. Подставляем производные $R(\Pi(\Phi, \Theta))$ в M-шаг

Точка максимума (Φ, Θ) регуляризованного log-правдоподобия

$$\sum_{d \in D} \sum_{w \in d} n_{dw} \ln \sum_{t \in T} \phi_{wt} \theta_{td} + R(\Pi(\Phi, \Theta)) + \tilde{R}(\Phi, \Theta) \rightarrow \max_{\Phi, \Theta}$$

удовлетворяет системе уравнений относительно $\phi_{wt}, \theta_{td}, p_{tdw}$:

$$p_{tdw} = \operatorname{norm}_{t \in T}(\phi_{wt} \theta_{td});$$

$$\phi_{wt} = \operatorname{norm}_{w \in W} \left(\sum_{d \in D} n_{dw} p_{tdw} + \sum_{d \in D} Q_{tdw} p_{tdw} + \phi_{wt} \frac{\partial \tilde{R}}{\partial \phi_{wt}} \right);$$

$$\theta_{td} = \operatorname{norm}_{t \in T} \left(\sum_{w \in d} n_{dw} p_{tdw} + \sum_{w \in d} Q_{tdw} p_{tdw} + \theta_{td} \frac{\partial \tilde{R}}{\partial \theta_{td}} \right).$$

Общий член в формулах M-шага переносится в E-шаг, если ввести новую переменную $\tilde{p}_{tdw} = p_{tdw} \left(1 + \frac{1}{n_{dw}} Q_{tdw}(\Pi) \right)$.

Гипотеза о пост-обработке E-шага

Между E- и M-шагом добавляется обработка матрицы $p_{tdw} = p(t|d, w)$ тематики слов документа:

$$\tilde{p}_{tdw} = p_{tdw} \left(1 + \frac{1}{n_{dw}} \left(\frac{\partial R(\Pi)}{\partial p_{tdw}} - \sum_{z \in T} p_{zdw} \frac{\partial R(\Pi)}{\partial p_{zdw}} \right) \right) \quad (1)$$

Пост-обработка E-шага позволяет учитывать порядок слов в каждом документе в обход гипотезы «мешка слов».

Гипотеза

Любое «разумное» преобразование $p_{tdw} \rightarrow \tilde{p}_{tdw}$ эквивалентно некоторому регуляризатору $R(\Pi(\Phi, \Theta))$.

Открытый вопрос: при каких условиях по заданным p_{tdw} и \tilde{p}_{tdw} возможно подобрать функцию $R(\Pi)$ так, чтобы выполнялось уравнение пост-обработки (1)?

Пример 1. Кросс-энтропийное разреживание $p(t|d, w)$

Пусть каждый термин относится к небольшому числу тем:

$$\text{KL}\left(\frac{1}{|T|} \parallel p(t|d, w)\right) \rightarrow \max.$$

Суммируем по всем терминам всех документов:

$$R(\Pi) = -\frac{\tau}{|T|} \sum_{d \in D} \sum_{w \in d} n_{dw} \sum_{t \in T} \ln p_{tdw} \rightarrow \max.$$

Формула регуляризованного E-шага:

$$\tilde{p}_{tdw} = p_{tdw} - \tau \left(\frac{1}{|T|} - p_{tdw} \right).$$

Интерпретация: Если $p_{tdw} < \frac{1}{|T|}$, то p_{tdw} станет ещё меньше.
 Тематика термина концентрируется в небольшом числе тем.

Недостаток: Тематика соседних слов разреживается независимо.

Пример 2. Тематическая модель сегментированного текста

S_d — множество микро-сегментов документа d

n_{sw} — число вхождений слова w в сегмент s длины n_s

Тематика сегмента $s \in S_d$ — средняя тематика его слов:

$$p_{tds} \equiv p(t|d, s) = \frac{1}{n_s} \sum_{w \in s} n_{sw} p_{tdw}.$$

Кросс-энтропийный регуляризатор разреживания $p(t|d, s)$:

$$R(\Pi) = - \sum_{d \in D} \sum_{s \in S_d} \sum_{t \in T} \ln \sum_{w \in s} n_{sw} p_{tdw} \rightarrow \max.$$

Формула регуляризованного E-шага:

$$\tilde{p}_{tdw} = p_{tdw} \left(1 - \frac{\tau}{n_{dw}} \sum_{s \in S_d} \frac{n_{sw}}{n_s} \left(\frac{1}{p_{tds}} - \sum_{z \in T} \frac{p_{zdw}}{p_{zds}} \right) \right).$$

Интерпретация: если $p_{tds} < \frac{1}{|T|}$, то p_{tdw} уменьшатся $\forall w \in s$.

Тематика сегмента концентрируется в небольшом числе тем.

- Тематические модели способны улучшать старые невероятные подходы к выявлению тематики текста:
 - контекстная документная кластеризация (CDC)
 - метод лексических цепочек (Lexical Chain)
- TopicTiling — метод тематической сегментации
- WindowDiff — мера качества сегментации
- Модели предложений — основа сегментации и суммаризации
- Регуляризация E-шага — общий подход в ARTM для учёта последовательности слов в обход гипотезы «мешка слов»