В.Е. Анциперов
antciperov@cplire.ru

ОЦЕНИВАНИЕ ХАРАКТЕРА ПОСЛЕДЕЙСТВИЯ СЛУЧАЙНЫХ ТОЧЕЧНЫХ ПРОЦЕССОВ МЕТОДАМИ МНОГОМАСШТАБНОГО КОРРЕЛЯЦИОННОГО АНАЛИЗА.

Москва, Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

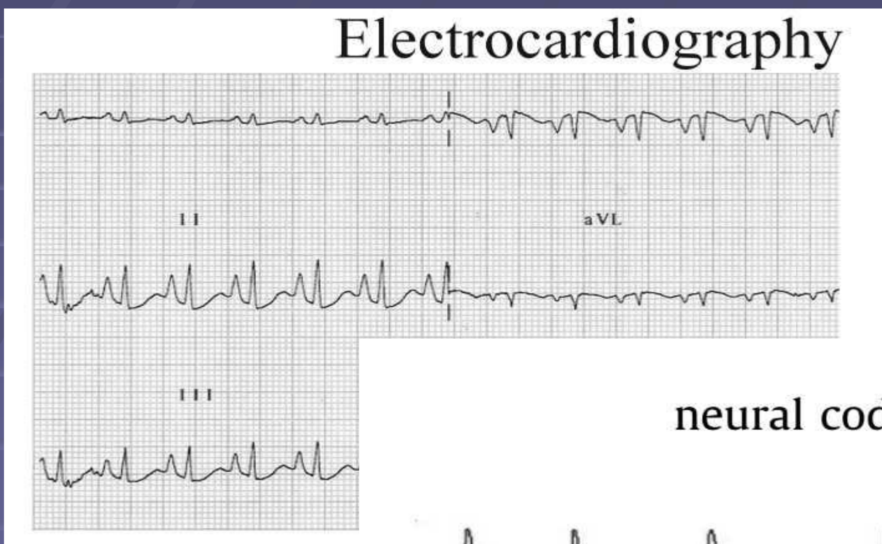
2015

Содержание

Случайные процессы “событийного” типа

“Излагаемая здесь теория случайных точек может быть применена не только к импульсным сигналам, но и в других случаях, когда случайный процесс распадается на дискретные элементы или события…”

- Стратонович Р. Л., Избранные вопросы теории флюктуаций в радиотехнике. М.: Сов. Радио, 1961.



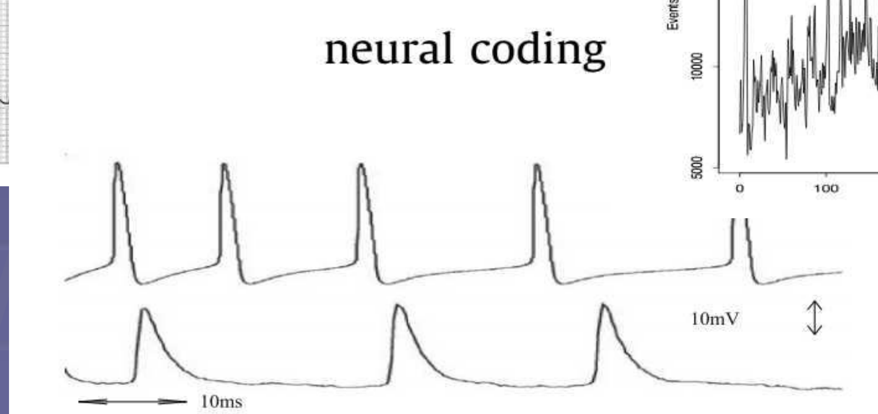
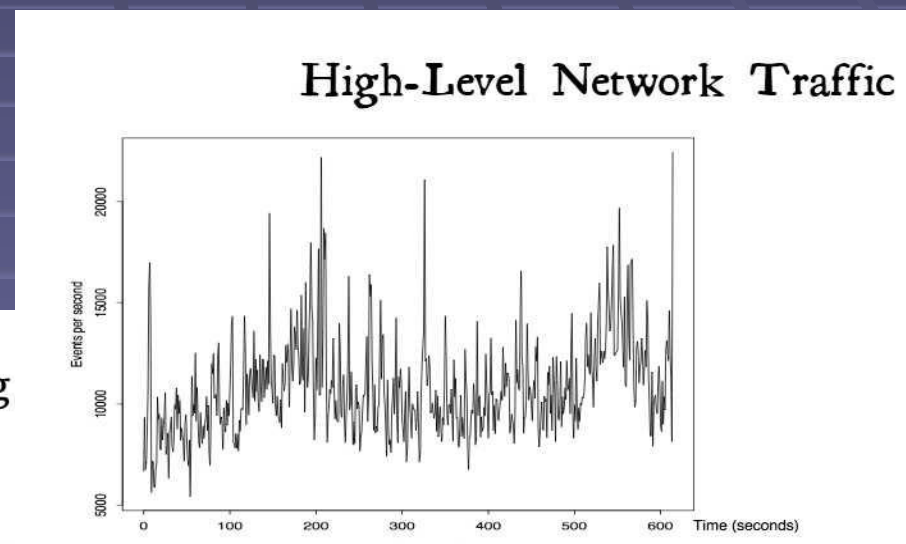
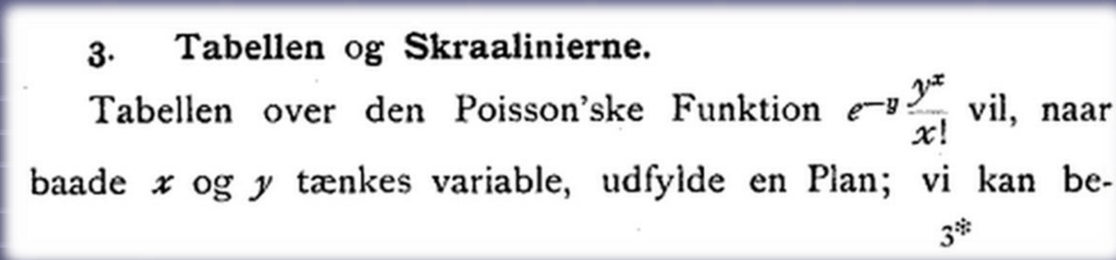


Fig. Two examples of biological data: Spike profiles in the cat primary visual cortex. The peak curvature order of magnitude is between 30 and 100 mV/ms^2.



Телетрафик: древняя история



3. Tabellen og Skraalinierne.

Tabellen over den Poisson'ske Funktion $e^{-y}\frac{y^x}{x!}$ vil, naar baade x og y tænkes variable, udfylde en Plan; vi kan be-

3*

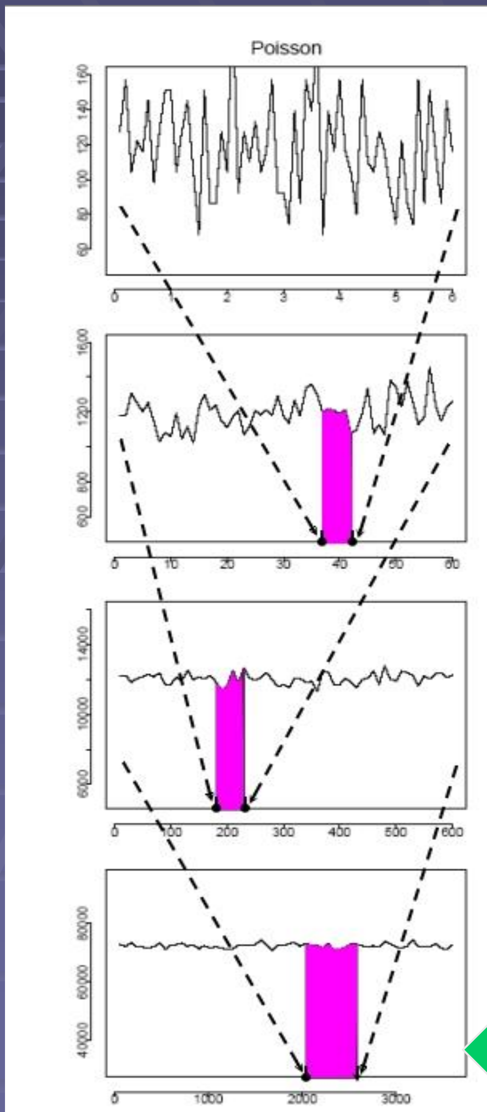
Erlang A.K. Telefon-Ventetider. Et Stykke Sandsynlighedsregning // Matematisk Tidsskrift, B, 1920 (a paper on telephone waiting times, in Danish)

Теория телетрафика была первоначально основана на эмпирических исследованиях – на достаточно трудоемких измерениях потоков запросов в телефонных сетях. Результатом стала необоснованная вера в процессы Пуассона и экспоненциальное распределение, как в "универсальные законы" трафика, что отрицательно сказалось на необходимости сбора данных и их анализа в более сложных сетях.

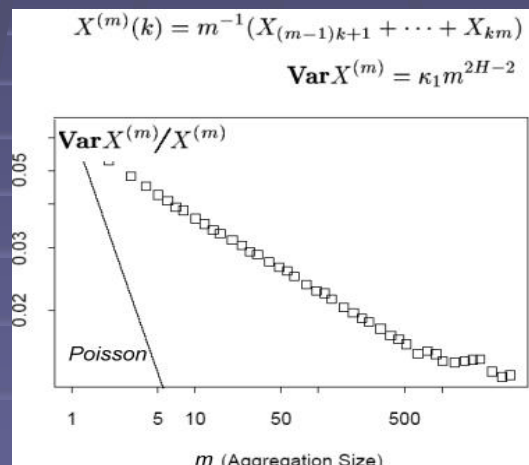
- W. Willinger, and V. Paxson, Where Mathematics meets the Internet // Notices of the American Mathematical Society, Vol.45, No.8, pp. 961-970, August 1998.

Агнер Краруп Эрланг 1978-1929)

Телетрафик: новое время

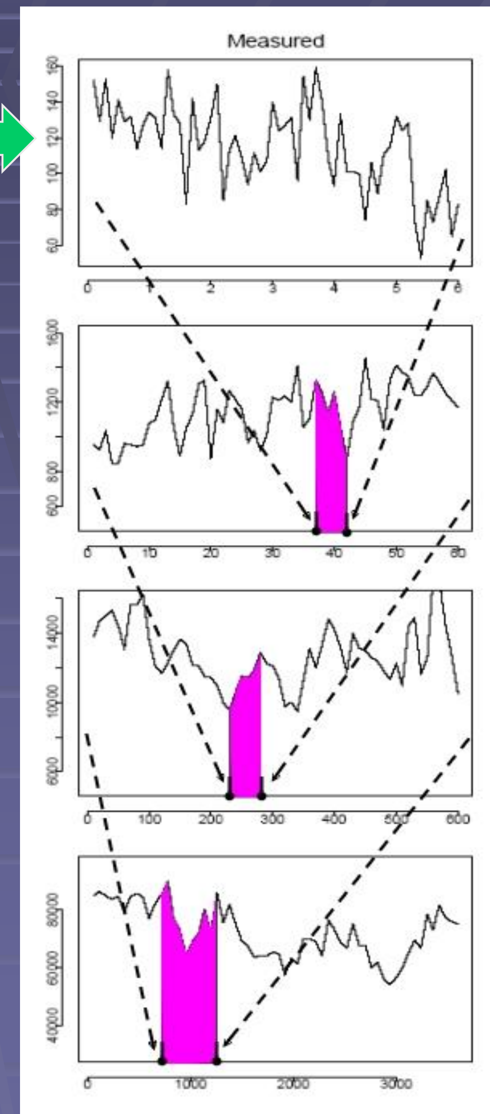


Результаты измерения реального
Интернет-трафика
J.Mogul, 1995
http://www.acra.org/sigcomra/ITA
число запросов на соединение / сек



Goodby Poisson – Hello fractals

Смоделированный трафик
пуассоновского потока:
число запросов на
соединение / сек



Моделирование трафика Internet

Ближайшая к Пуассоновской неэкспоненциальная модель трафика – процесс восстановления (поток с ограниченным последействием):

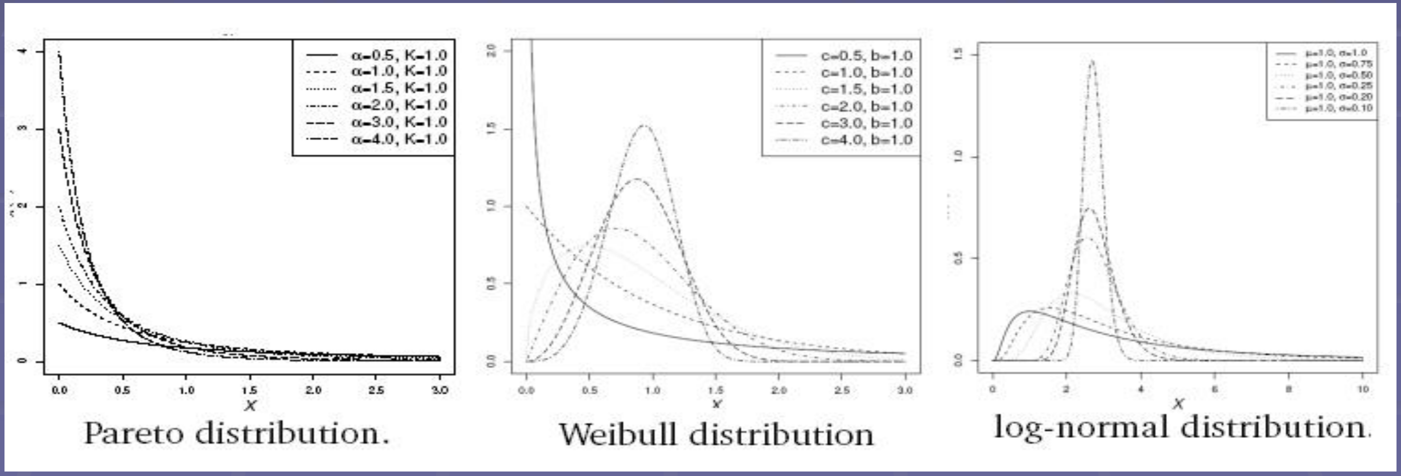
поток, у которого случайные интервалы $T_1, T_2, \ldots$ между соседними по времени событиями представляют собой независимые случайные величины с произвольными распределениями.

Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. 2-е изд. // М.: Высшая школа, 2000.

Фрактальный процесс восстановления определяется как:

процесс восстановления у которого интервалы $T_1, T_2, \ldots$ имеют распределения с тяжелыми хвостами

M.A. Arfeen Contributions to Modelling of Internet Traffic by Fractal Renewal Processes // Doctor of Philosophy in Computer Science thesis, University of Canterbury, 2014

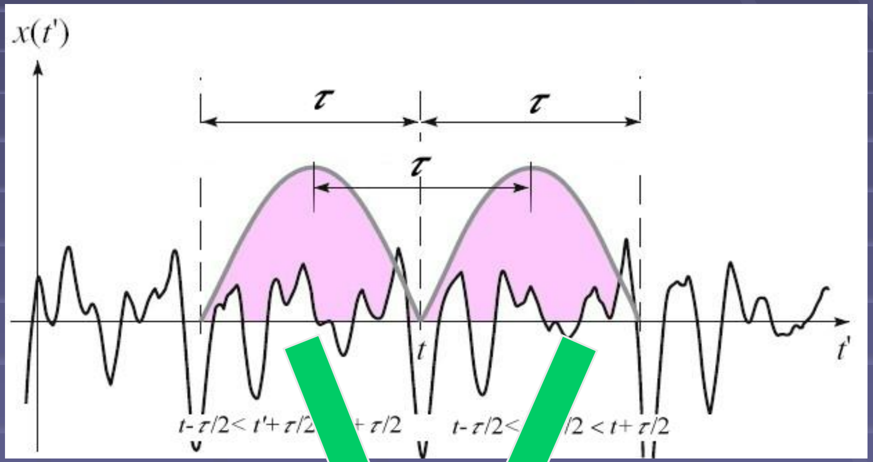


Корреляционное выделение локальных масштабов

МКА оценка АКФ :

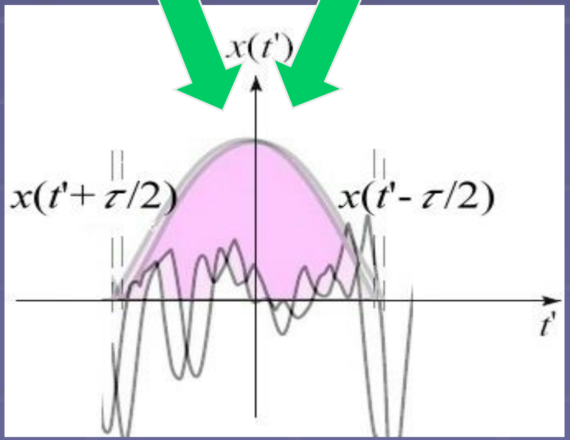
$$\hat{R}(\tau,t)=\frac{1}{\tau}\int_{t-\tau/2}^{t+\tau/2}x(t'-\tau/2)x(t'+\tau/2)dt'$$

В.Е.Анциперов Многомасштабный корреляционный анализ нестационарных, содержащих квазипериодические участки сигналов // “Радиотехника и электроника”, т. 53, № 1, 2008



представление “конического” типа (нестационарный аналог спектр. мощности) :

$$CKR(f,t)=\int_{-\infty}^{+\infty}h(|\tau|)\hat{R}(\tau,t)\exp(-2\pi i f\tau)dt'd\tau$$



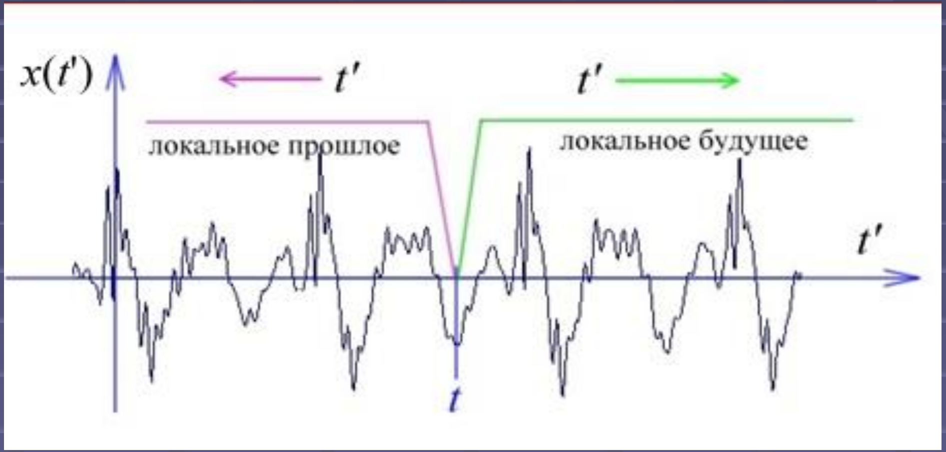
Zhao Y., Atlas L. E. and Marks R. J. The use of cone-shape kernels for generalized time-frequency representations of nonstationary signals. // IEEE Trans. Acoustics, Speech, Signal Processing, V. 38, N 7, 1990

Аналитические спектры:

Аналитические спектры локального на момент t прошлого и локального на момент t будущего сигнала $x(t)$ есть:

$$S_{Pt}(f) = \int_{0}^{\infty} x(t - t')\exp(-2\pi i f t')dt'$$

$$S_{Ft}(f) = \int_{0}^{\infty} x(t + t')\exp(-2\pi i f t')dt'$$



Представление “конического” типа в терминах аналитических спектров:

$$CKR(f,t) = 2\,\mathrm{Re}\left[\int_{+\infty}^{+\infty} H(f - f')S_{Pt}(f')S_{Ft}(f')df'\right];$$

$$H(f) = \int_{0}^{\infty} h(t')\exp(-2\pi i f t')dt';$$

В.Е.Анциперов Использование аналитических спектров локального прошлого и будущего сигнала для формирования и анализа билинейных частотно-временных представлений // Доклады 16-й Международной Конференции “ Цифровая обработка сигналов и ее применение DSPA-2014”, т.1, Москва, 2014

Представление “конического” типа точечных процессов:

Сигнал импульсного типа $x(t)$:

$$x(t') = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g(t'-t_k) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t'-t'')\nu(t'')dt''$$

$$\nu(t'') = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t''-t_k)$$

Аналитические спектры локального прошлого и локального будущего:

$$S_{Pt}(f') = G^*(f')\exp(-2\pi i f't) \sum_{k=-\infty}^{0} \exp(2\pi i f't_k)$$

$$S_{Ft}(f') = G(f')\exp(2\pi i f't) \sum_{k=1}^{+\infty} \exp(-2\pi i f't_k)$$

Представление “конического” типа точечных процессов :

$$CKR(f,t) = 2\,\mathrm{Re}\left[\int_{+\infty}^{+\infty} H(f-f')\,|G(f)|^2 \sum_{k'=-\infty}^{0} \sum_{k=1}^{+\infty} \exp(-2\pi i f'(t_k - t_{k'})df'\right];$$

$$G(f) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t')\exp(-2\pi i f t')dt';$$

Средний “спектр мощности” точечных процессов:

$$\overline{CKR}(f,t)=2|G(f)|^2\,\mathrm{Re}\left\{\int_{-\infty}^{\infty}H(f-f')\sum_{k=1}^{+\infty}\mu_k(f')\sum_{k'=-\infty}^{0}\mu_{k'}(f')\times\right.$$
$$\left.\times\left[\chi_\pm(f',f')-\chi_\pm(0,f')\chi_\pm(f',0)\right]df'\right\}$$

$$\mu_k(f)=\prod_{l=2}^{k}\psi_l(f),\quad k\ge 2;\qquad \psi_k(f)=\overline{\exp(-2\pi\mathrm{i}\,f\,s_k)}=$$
$$\mu_k(f)=\prod_{l=k+1}^{0}\psi_l(f),\quad k\le -1;\qquad =\int_0^{\infty}\rho_k(s)\exp(-2\pi\mathrm{i}\,f\,s)ds$$

$$\chi_\pm(f_0,f_1)=\overline{\exp\left(-2\pi\mathrm{i}\,f_0(t-t_0)-2\pi\mathrm{i}\,f_1(t_1-t)\right)}=$$
$$=\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}p_{01}(t-t',t+t'')\exp\left(-2\pi\mathrm{i}\,f_0t'-2\pi\mathrm{i}\,f_1t''\right)dt'dt''$$

Замечание: в случае статистической независимости t_0 и t_1 (например, для пуассоновского процесса):

$$p_{01}(t',t'')=p_0(t')p_{01}(t'')\Rightarrow\chi_\pm(f_0,f_1)=\chi_\pm(f_0,0)\chi_\pm(0,f_1)$$
$$\Rightarrow\forall f\quad \overline{CKR}(f,t)\equiv 0$$

Средний “спектр мощности” стационарных процессов (процесс Палма):

в случае, когда все $\rho_k(s) = \rho(s)$:

$$\overline{CKR}(f,t) = 2\frac{|G(f)|^2}{(2\pi\bar{s})^2}\,\mathrm{Re}\left\{(-2\pi\mathrm{i})\int_{-\infty}^{\infty} W(f-f')\left[\frac{2\pi\mathrm{i}\bar{s}}{(1-\psi(f'))} - \frac{1}{f'}\right]df'\right\};$$

$$\psi(f) = \int_0^{\infty}\rho(s)\exp(-2\pi\mathrm{i}\,f\,s)ds$$

Если известны корни $\{z_k\}$ уравнения $\psi(f') = 1$, то интеграл вычисляется на основе теории вычетов :

$$\overline{CKR}(f,t) = 2\frac{|G(f)|^2}{\bar{s}^2}\,\mathrm{Re}\left\{\sum_{z_m\neq 0}\mathrm{Res}_{z_m}\left(\frac{2\pi\mathrm{i}\bar{s}}{(1-\psi(f'))}\right)W(f-z_m)\right\}$$

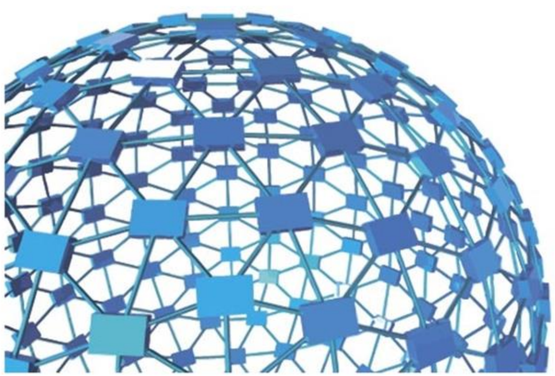
Для распределений Эрланга:

$$\rho(s) = \frac{(s/\sigma)^{n-1}}{\Gamma(n)\sigma}\exp(-s/\sigma) \Rightarrow z_k = \frac{1}{2\pi\mathrm{i}\sigma}\left(\exp\left(-2\pi\mathrm{i}\frac{k}{n}\right)-1\right)$$

$$\psi(f') = (1+2\pi\mathrm{i}\,f'\sigma)^{-n}$$

См. талже Рытов, С.М. Введение в статистическую радиофизику: Случайные процессы. // М: Наука; 1976

В.Е. Анциперов
antciperov@cplire.ru



Спасибо за внимание!

XVII ММРО
математические методы распознавания образов

Москва, Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

2015