

Вопросы к экзамену по курсу Прикладная алгебра-II

(7-й семестр, группа 417, с 2015/16 уч. года)

1. Булева алгебра. Алгебры множеств. Изоморфизм булевых алгебр. Теорема Стоуна (с доказательством для конечного случая).
2. Виды отношений. Бинарные отношения (соответствия) и их свойства. Псевдообращение отношения и произведение отношений. Однородные отношения и их основные типы. Свойства произведения отношений.
3. Отношение эквивалентности и теорема о классах эквивалентности. Дробная эквивалентность. Теоремы о стабильности эквивалентности. Транзитивное, рефлексивное и эквивалентное замыкание отношений. Показать, что $\rho^t = \rho^+$ и $\rho^e = (\rho \cup \rho^\# \cup \Delta)^t$.
4. Пространства толерантности. Свойства толерантности. Фактормножество пространства толерантности по его ядру. Предклассы и классы толерантности. Базис толерантности.
5. Основные типы соответствий. Отображения и их типы. Теоремы о разложении отображений и основное свойство отображения.
6. Предпорядки и порядки. Теорема о связи предпорядков и порядков. Верхний и нижний конусы ч.у. множества и их свойства.
7. Экстремальные элементы ч.у. множеств. Точные верхние и нижние грани. Цепи и антицепи. Теорема о представлении ч.у. множеств.
8. Свойства верхнего и нижнего конусов ч.у. множества. Изотонные отображения ч.у. множеств. Порядковые гомоморфизмы и изоморфизмы ч.у. множеств. Порядковые идеалы и фильтры.
9. Операции над ч.у. множествами. Соотношения арифметики кардиналов. Теорема Шпильрайна-Дашника-Миллера (с доказательством для конечного случая). Размерность и несводимые ч.у. множества.
10. Лемма Куратовского-Цорна, принцип Хаусдорфа и аксиома выбора. Полная упорядоченность. Аксиома о полном упорядочении. Теоремы о сравнении вполне упорядоченных множеств и о сравнении множеств. Принцип трансфинитной индукции.
11. Решётчато упорядоченные множества и решётки. Теорема об эквивалентности решёточно упорядоченных множеств и решёток. Принцип двойственности для решёток. Основные свойства решёток, неравенства полудистрибутивности и полумодулярности.
12. Теорема о представлении решёток. Замыкания Макнила.
13. Модулярные решётки. Критерий модулярности решётки (с доказательством необходимости).
14. Решёточные гомоморфизмы. Теорема об изоморфизмах решёток.
15. Подрешётки. Произведения решёток. Решётчатые идеалы и фильтры. Дистрибутивные решётки. Критерий дистрибутивности решётки (с доказательством необходимости).
16. Дистрибутивные решётки. Теорема об изоморфизме $(J(Irr L) \cong L)$ для конечных дистрибутивных решёток L (ФТКДР).

17. Свойство решёточных идеалов и факторрешётки. Теорема Биркгофа о вложимости дистрибутивной решётки в булеан подходящего множества.
18. Решётки с дополнениями. Относительные дополнения в решётках. Теорема о модулярной решётки с дополнениями.
19. Булевы гомоморфизмы. Булевы кольца и булевы структуры. Теорема о коммутативности булева кольца. Булевы идеалы и фильтры.
20. Теоремы о двойственности булевых колец и булевых алгебр (с доказательством одной по выбору).