

# MathCad

## 1. Назначение

Mathcad является математическим редактором, позволяющим проводить разнообразные научные и инженерные расчеты, начиная от элементарной арифметики и заканчивая сложными реализациями численных методов.

Mathcad, в отличие от большинства других современных математических приложений, построен в соответствии с принципом WYSIWYG ("What You See Is What You Get" — "что Вы видите, то и получите").

### 1.1 Что можно делать в MathCad?

- Ввод на компьютере разнообразных мат. выражений
- Проведение мат. расчётов
- Получение различной справочной мат. информации
- Мат. выражения и текст вводятся с помощью встроенного редактора
- Расчёты производятся немедленно в соответствии с введёнными формулами
- Возможность строить графики различных типов
- Возможность вывода данных в файлы разных форматов

## 2. Пример расчёта простого выражения

$$\sin\left(\frac{1}{2}\right) = 0.479$$

$$x := 1$$

$$y := 5$$

$$z := 4$$

$$x^2 \cdot y^2 + z = 29$$

$$\sum_{n=1}^5 n^2 = 55$$

$$n = 1$$

Определение функции и нахождение её значения в точке

$$f(x) := \frac{2}{x}$$

$$f(1) = 2$$

$$f(2) + (f(1))^2 = 5$$

Символьные Вычисления

$$\int x^3 dx \rightarrow \frac{1}{4}$$

$$\int a^3 dx \rightarrow a^3$$

$$\int a^3 da \rightarrow \frac{a^4}{4}$$

$$\frac{d}{dx} x^2 = 2$$

$$\frac{d^3}{da^3} \ln(a+2) \rightarrow \frac{2}{(a+2)^3}$$

$$\int \ln(a) da \rightarrow a \cdot (\ln(a) - 1)$$

$$\lim_{a \rightarrow 1} \frac{a^2 + 2a - 3}{a - 1} \rightarrow 4$$

$$B \cdot \sin(asin(C \cdot t)) \rightarrow B \cdot C \cdot t$$

символьный воод, который не удалось упростить

$$t^2 \cdot \cos(w) \rightarrow t^2 \cdot \cos(w)$$

### 3. Вычислительные операторы

Наиболее интересные из них

$$\frac{d}{da} \sin(a) \rightarrow \cos(a)$$

$$\prod_{i=1}^5 i \rightarrow 120$$

$$5! = 120$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{6}{i^2} \rightarrow \pi^2$$

проверка делимости

$$1989 = 34.895 \cdot 57$$

логические операторы

$$5 > 1 = 1$$

матричные операторы

**присваивание**

$$x \equiv 5$$

$$r := x^2$$

$$x = 5$$

$$x := 10$$

$$r = 25$$

$$x = 10$$

символьные переменные

$$s := \text{"Hello,"}$$

$$\text{concat}(s, \text{"everybody"}) = \text{"Hello,everybody"}$$

мнимые числа

$$(i)^2 = -1$$

$$(3 + 2i) = 3 - 2i$$

## Допустимые имена переменных и функций

### а) переменные

1. большие и маленькие буквы — Mathcad различает регистр: так, имена  $x$  и  $X$  определяют разные переменные. Кроме того, Mathcad различает и шрифт, например имена  $x$  и  $x$  воспринимаются как разные;
2. числа от 0 до 9;
3. символ бесконечности (клавиши  $\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle \text{Shift} \rangle + \langle \text{Z} \rangle$ );
4. штрих (клавиши  $\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle \text{F7} \rangle$ );
5. греческие буквы — они вставляются с помощью панели Greek (Греческие символы);

### б) функции

1. имя не может начинаться с цифры, символа подчеркивания, штриха или процента;
2. символ бесконечности должен быть только первым в имени;
3. все буквы в имени должны иметь один стиль и шрифт;
4. имена не могут совпадать с именами встроенных функций

$$\infty = 1 \times 10^{307}$$

$$\infty + \infty = 2 \times 10^{307}$$

$$\infty + \infty \rightarrow \infty$$

## 4. Символьные вычисления

Simplify

1.

$$(a + b) \cdot a + a \cdot b + a^2$$

$$2 \cdot a \cdot (a + b)$$

2.

$$\sqrt{3.1}$$

$$1.7606816861659009146$$

factor(разложение)

$$a^4 - 16$$

$$(a - 2) \cdot (a + 2) \cdot (a^2 + 4)$$

34

2. 17

collect (приведение подобных)

$$\left[ (a + 2 - b) \cdot c - (b \cdot c)^2 \right] + c$$

$$c - b^2 \cdot c^2 + c \cdot (a - b + 2)$$

разложение на элементарные дроби

$$\frac{11s^2 + 9 \cdot s + 1}{s^2 - 3s + 2}$$

$$s^2 - 3s + 2$$

$$\frac{63}{s - 2} - \frac{21}{s - 1} + 11$$

дифференцирование\_и\_интегрирование

$$\sin(s^2 + 2)$$

$$2 \cdot s \cdot \cos(s^2 + 2)$$

$$\sin(s^2 + 2)$$

разложение\_в\_ряд

$$\sin(k \cdot s^2 + b \cdot s)$$

$$b \cdot s + k \cdot s^2 - \frac{b^3 \cdot s^3}{6} - \frac{b^2 \cdot k \cdot s^4}{2} + s^5 \cdot \left[ b \cdot \left( \frac{b^4}{120} - \frac{k^2}{6} \right) - \frac{b \cdot k^2}{3} \right] + s^6 \cdot \left[ \frac{b^4 \cdot k}{30} + k \cdot \left( - \right) \right]$$

решение\_уравнений

$$s^2 + 4$$

$$\begin{pmatrix} 2i \\ -2i \end{pmatrix}$$

## 5. Программирование

Создатели Mathcad изначально поставили перед собой такую задачу, чтобы дать возможность профессионалам-математикам, физикам и инженерам самостоятельно проводить сложные расчеты, не обращая за помощью к программистам. Несмотря на блестящее воплощение этих замыслов, выяснилось, что вовсе без программирования Mathcad серьезно теряет в своей силе, в основном, из-за недовольства пользователей, знакомых с техникой создания программ и желающих осуществить свои расчеты в привычном для себя программистском стиле. Последние версии Mathcad имеют не очень мощный, но весьма элегантный собственный язык.

Условные операторы пример

$$f(u) := \text{if}(u < 0, \text{"negative"}, \text{"positif"})$$

$$f(1) = \text{"positif"}$$

$f(-1) = \text{"negative"}$   
 $f(u) := \begin{cases} \text{"negative"} & \text{if } u < 0 \\ \text{"positive"} & \text{if } u > 0 \\ \text{"zero"} & \text{otherwise} \end{cases}$

$f(1) = \text{"positive"}$

$f(0) = \text{"zero"}$

Операторы цикла

$k := \begin{cases} z \leftarrow 0 \\ \text{while } z < 10 \\ \quad \begin{cases} z \leftarrow z + 1 \\ \text{continue} \end{cases} \end{cases}$

$k = 10$

$k := \begin{cases} z \leftarrow 0 \\ \text{while } z < 10 \\ \quad \begin{cases} z \leftarrow z + 1 \\ (\text{break}) \text{ if } z > 5 \end{cases} \end{cases}$

$k = 6$

$f(n) := \begin{cases} z \leftarrow n \\ \text{"user error:can't divide by 0"} \text{ on error } \frac{1}{z} \end{cases}$

$f(-2) = -0.5$

$f(0) = \text{"user error:can't divide by 0"}$

$f(n) := \begin{cases} z \leftarrow n \\ \text{return "zero" if } n < 0 \end{cases}$

$f(-2) = \text{"zero"}$

$f(3) = 3$

## 6. Интегрирование и дифференцирование

Примеры

$$\int_0^{\pi} \sin(x) dx = 2$$

$$\text{TOL} = 1 \times 10^{-3}$$

TOL := ■

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} dx \rightarrow \infty$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(x^2+y^2)} dx dy \rightarrow \pi = 3.142$$

$$x := 0.01$$

$$\frac{d}{dx}(\cos(x) \cdot \ln(x)) = 100.041$$

$$\frac{d}{dx}(\cos(x) \cdot \ln(x)) \rightarrow 100.04105097600188199$$

$$\frac{d}{dv}((\cos(v) \cdot \ln(v))) \rightarrow \frac{\cos(v)}{v} - \ln(v) \cdot \sin(v)$$

частные производные

$$f(x, y) := x^{2y} + \cos(x) \cdot y$$

$$\nabla_q f(q, w) \rightarrow 2 \cdot q^{2 \cdot w - 1} \cdot w - w \cdot \sin(q)$$

$$\nabla_w f(q, w) \rightarrow \cos(q) + 2 \cdot q^{2 \cdot w} \cdot \ln(q)$$

$$\nabla_{q, w} f(q, w) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 \cdot q^{2 \cdot w - 1} \cdot w - w \cdot \sin(q) \\ \cos(q) + 2 \cdot q^{2 \cdot w} \cdot \ln(q) \end{pmatrix}$$

$$\nabla_w (\nabla_q f(q, w)) \rightarrow 2 \cdot q^{2 \cdot w - 1} - \sin(q) + 4 \cdot q^{2 \cdot w - 1} \cdot w \cdot \ln(q)$$

## 7. Алгебраические уравнения и оптимизация

$$\text{root}(\sin(x), x, -1, 1) = 0$$

корни полинома

$$v := (3 \quad -10 \quad 12 \quad -6 \quad 1)^T$$

$$\text{polyroots}(v) = \begin{pmatrix} 0.992 \\ 1.004 + 7.177i \times 10^{-3} \\ 1.004 - 7.177i \times 10^{-3} \\ 3 \end{pmatrix}$$

решение систем уравнений и неравенств

$$f(x, y) := x^4 + y^2 - 3$$

$$g(x, y) := x + 2y$$

$$x := 1$$

$$y := 1$$

Given

$$f(x, y) = 0$$

$$g(x, y) = 0$$

$$v := \text{Find}(x, y)$$

$$v = \begin{pmatrix} 1.269 \\ -0.635 \end{pmatrix}$$

## 8. Матричные вычисления

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}^T = (1 \ 2 \ 3)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$A + x = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

$$x := 1$$

$$B := \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 7 & 6 & 5 \end{pmatrix}^T$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 20 & 34 \\ 47 & 88 \end{pmatrix}$$

$$\left| \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \right| = 3$$

скалярное произведение

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = 8$$

векторное произведение

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

возведение матрицы в степень

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 8 & 9 & 16 \\ 0 & 0 & 2 & 7 & 10 & 15 \\ 0 & 0 & 3 & 6 & 11 & 14 \\ 0 & 0 & 4 & 5 & 12 & 13 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 108 & 198 & 380 & 470 \\ 0 & 0 & 106 & 200 & 378 & 472 \\ 0 & 0 & 104 & 202 & 376 & 474 \\ 0 & 0 & 102 & 204 & 374 & 476 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}^{-2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.25 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} q \\ w \\ e \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} i \\ t \\ y \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} w - t \cdot e \\ i \cdot e - q \\ q \cdot t - i \cdot w \end{pmatrix}$$

функции создания матриц

$$f(i, j) := i + 0.5 \cdot j$$

$$A := \text{matrix}(2, 3, f)$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 1 \\ 1 & 1.5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{diag} \left( \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

матрица, обратная слева матрице A

$$\text{geninv}(A^T) = \begin{pmatrix} -1.833 & -0.333 & 1.167 \\ 0.833 & 0.333 & -0.167 \end{pmatrix}$$

выделение частей матрицы

$$A_{0, 1} = 0.5$$

$$\text{submatrix}(A, 0, 1, 0, 1) = \begin{pmatrix} 0 & 0.5 \\ 1 & 1.5 \end{pmatrix}$$

submatrix(A, ir, jr, ic, jc) Returns the matrix consisting of rows ir through jr and columns ic through jc of array A.

собственные значения

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 5 & 4 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$



$$\text{eigenvals}(A) = \begin{pmatrix} 15.39 \\ -0.39 \\ -1.651 \times 10^{-15} \end{pmatrix}$$

$$\text{eigenvecs}(A) = \begin{pmatrix} 0.242 & 0.525 & 0.408 \\ 0.467 & -0.8 & -0.816 \\ 0.85 & 0.29 & 0.408 \end{pmatrix}$$

$$\text{eigenvec}(A, 15.39) = \begin{pmatrix} -0.242 \\ -0.467 \\ -0.85 \end{pmatrix}$$

## 8. Математическая статистика

Встроенные функции для описания нормального распределения вероятностей

### нормальное\_распределение

**dnorm**(x, μ, σ)

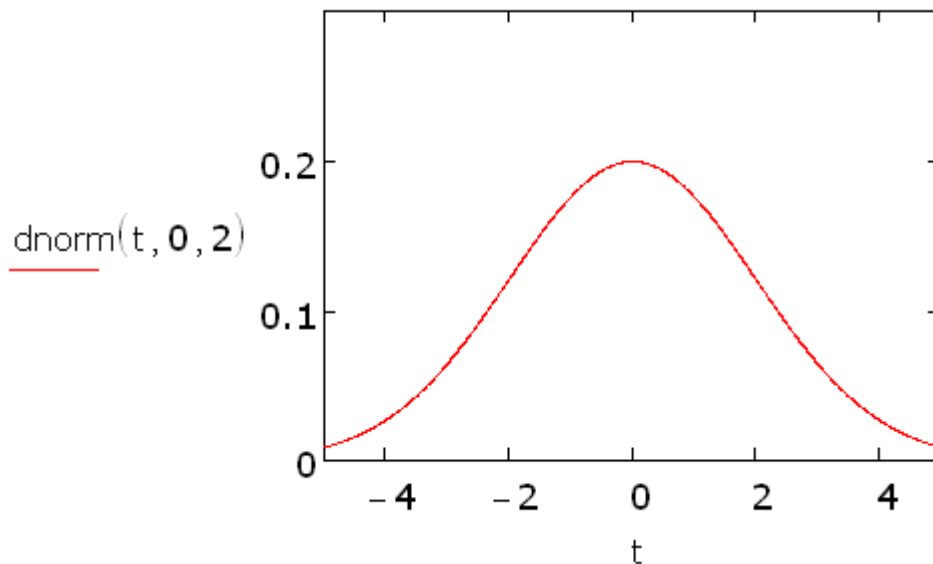
--плотность вероятности нормального распределения

**pnorm**(x, μ, σ)

--функция нормального распределения

**snorm**(x)

--функция нормального распределения для μ=0 σ=1



### Равномерное\_распределение

**dunif**(x, a, b)

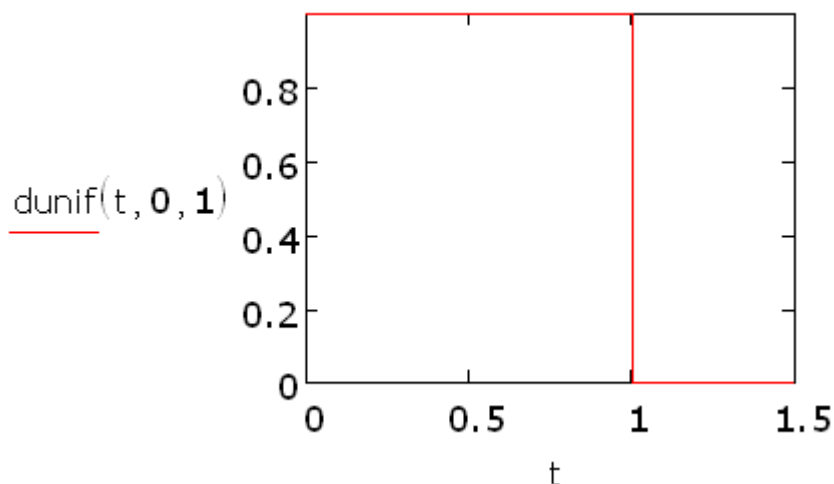
----плотность вероятности

----функция распределения

**punif**(x, a, b)

--квантиль

**qunif**(p, a, b)



## 9.Обработка данных

### 1.Интерполяция

#### 1.1Линейная интерполяция

Самый простой вид интерполяции — линейная, которая представляет иско- мую зависимость  $A\{X\}$  в виде ломаной линии. Интерполирующая функция  $A(X)$  состоит из отрезков прямых, соединяющих точки.

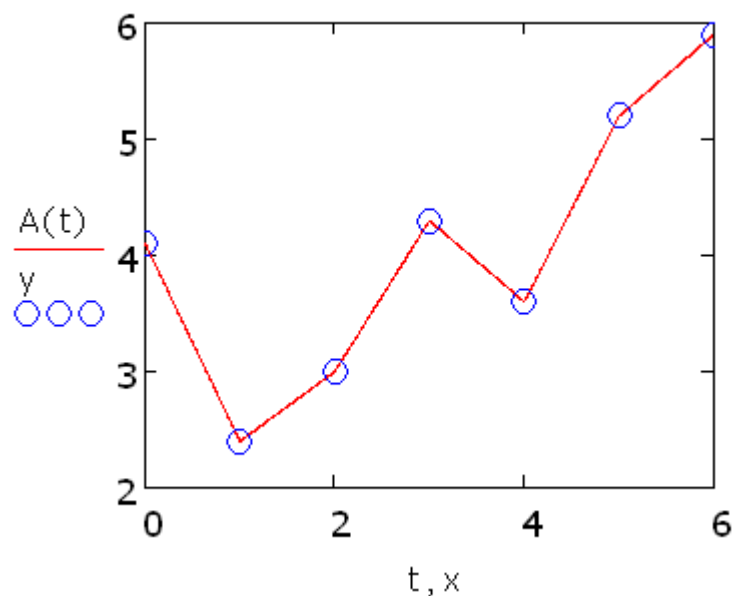
--функция, аппроксимирующая данные векторов  $x$  и  $y$  кусочно-линейной зависимостью  $\text{linterp}(x, y, t)$

- $x$  - вектор действительных данных аргумента;
- $y$  - вектор действительных данных значений того же размера;
- $t$  - значение аргумента, при котором вычисляется интерполирующая функция

$$\underline{x} := (0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6)^T$$

$$\underline{y} := (4.1 \ 2.4 \ 3 \ 4.3 \ 3.6 \ 5.2 \ 5.9)^T$$

$$A(t) := \text{linterp}(x, y, t)$$



## 1.2 Кубическая сплайн-интерполяция

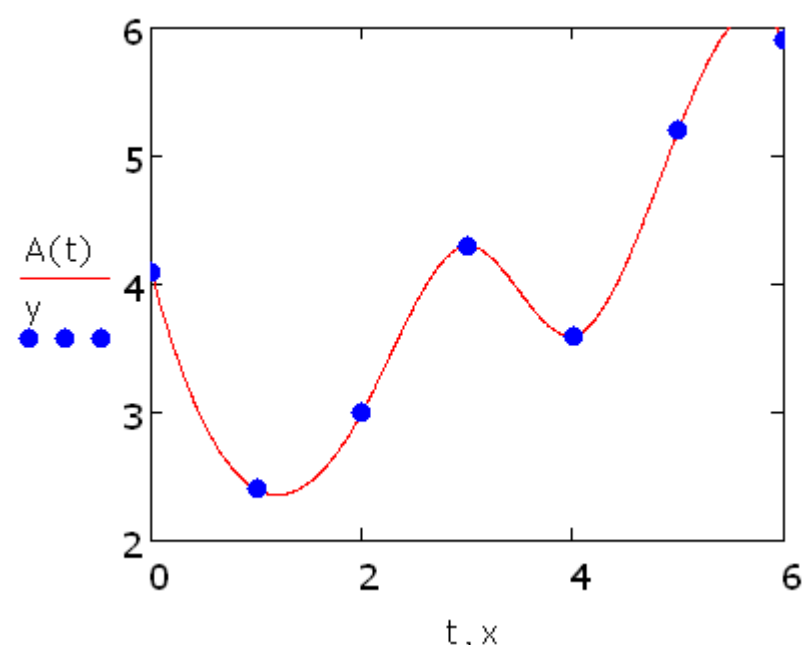
В большинстве практических приложений желательно соединить экспериментальные точки не ломаной линией, а гладкой кривой. Лучше всего для этих целей подходит интерполяция кубическими сплайнами, т. е. отрезками кубических парабол.

### **interp(s, x, y, t)**

- $s$  — вектор вторых производных, созданный одной из сопутствующих функций `cspline`, `pspline` ИЛИ `lspline`;
- $x$  — вектор действительных данных аргумента, элементы которого расположены в порядке возрастания;
- $y$  — вектор действительных данных значений того же размера;
- $t$  — значение аргумента, при котором вычисляется интерполирующая функция.

$s := \text{cspline}(x, y)$

$A(t) := \text{interp}(s, x, y, t)$



## 2. Регрессия

Задачи математической рефессии имеют смысл приближения выборки данных  $(x_i, y_i)$  некоторой функцией  $f(x)$ , определенным образом минимизирующей совокупность ошибок  $|f(x_i) - y_i|$ . Регрессия сводится к подбору неизвестных коэффициентов, определяющих аналитическую зависимость  $f(x)$ .

### 2.1 линейная регрессия

Приближение данных  $(x_i, y_i)$  осуществляется линейной функцией  $y(x) = b + ax$ . вектор из двух элементов  $(b, a)$  коэффициентов линейной регрессии  $b + ax$

#### **line(x, y)**

коэффициент  $b$  линейной регрессии

#### **intercept(x, y)**

коэффициент  $a$  линейной регрессии

#### **slope(x, y)**

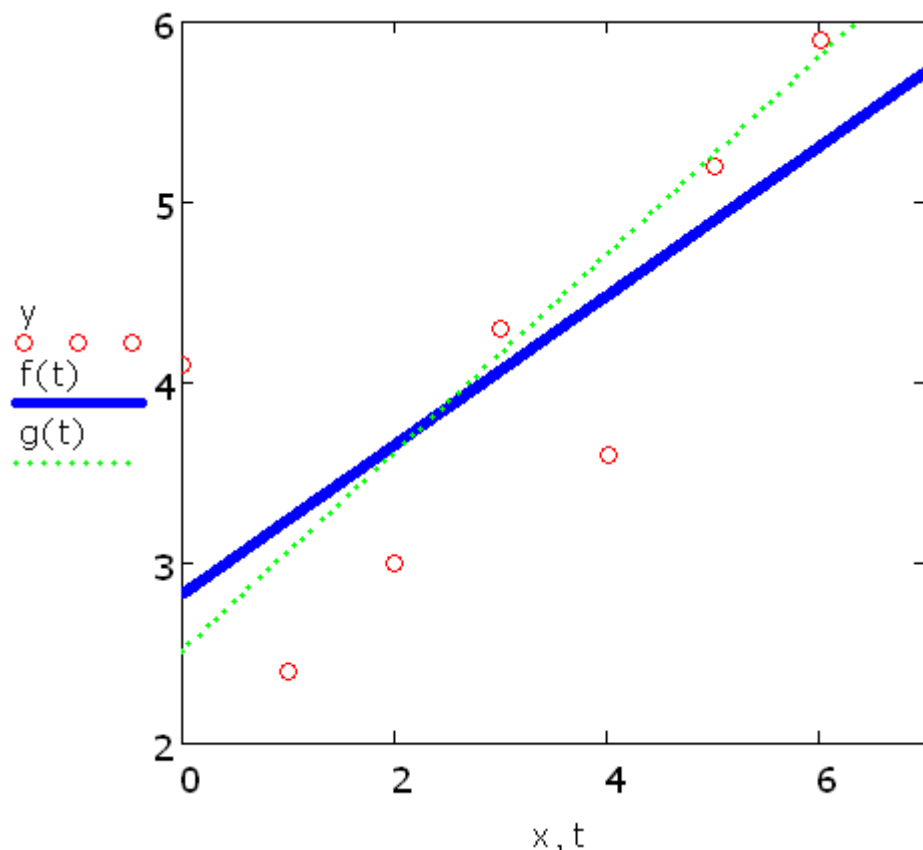
$$\text{line}(x, y) = \begin{pmatrix} 2.829 \\ 0.414 \end{pmatrix}$$

$$\underline{f}(t) := \text{line}(x, y)_0 + \text{line}(x, y)_1 \cdot t$$

2.2 медиан-медианная линейная регрессия

$$\text{medfit}(x, y) = \begin{pmatrix} 2.517 \\ 0.55 \end{pmatrix}$$

$$\underline{g}(t) := \text{medfit}(x, y)_0 + \text{medfit}(x, y)_1 \cdot t$$



2.3 полиномиальная регрессия

$$\text{regress}(x, y, k)$$

вектор коэффициентов для построения

результат

$$\text{interp}(s, x, y, t)$$

$$\underline{s} := \text{regress}(x, y, k)$$

$x$  — вектор действительных данных аргумента, элементы которого расположены в порядке возрастания;

$y$  — вектор действительных данных значений того же размера;

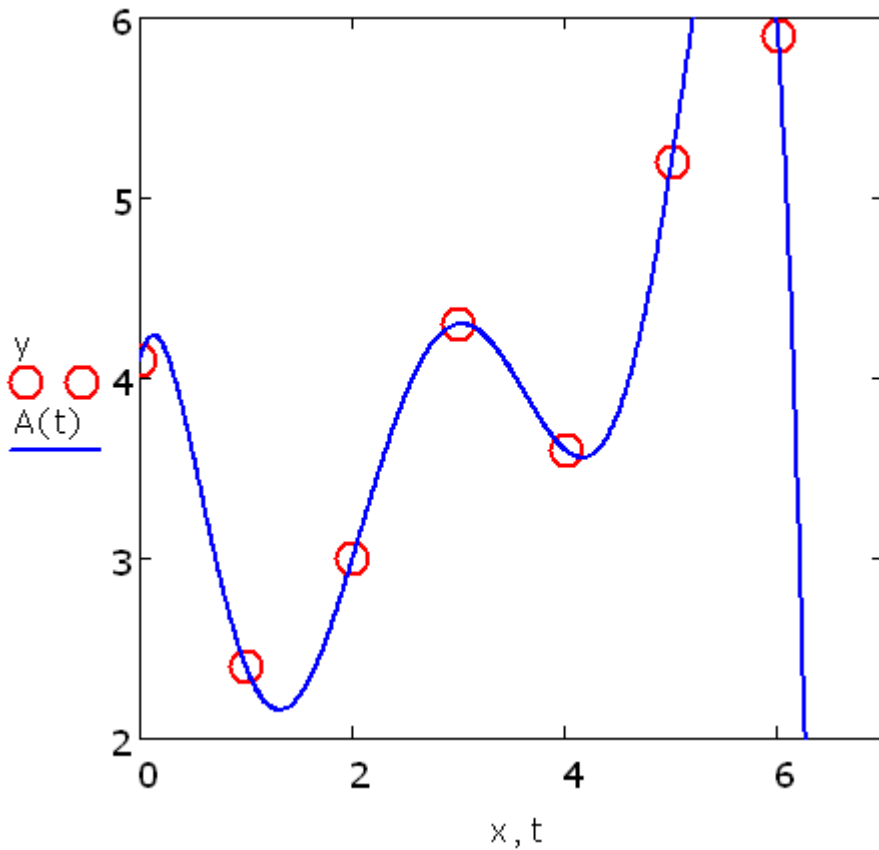
$k$  — степень полинома регрессии (целое положительное число);

$t$  — значение аргумента полинома регрессии.

$$\underline{k} := 4$$

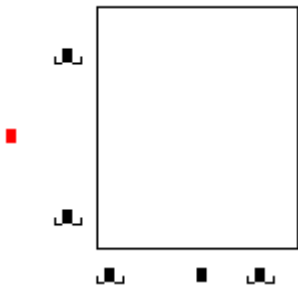
	0
0	3
1	3
2	6
3	4.1
4	2.278
5	-10.53
6	9.433
7	-3.389
8	0.538
9	-0.031

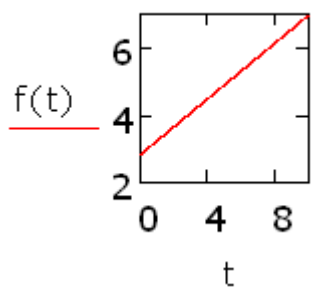
$A(t) := \text{interp}(s, x, y, t)$



## 10. Вывод данных в виде графиков

1. Двумерный простой график

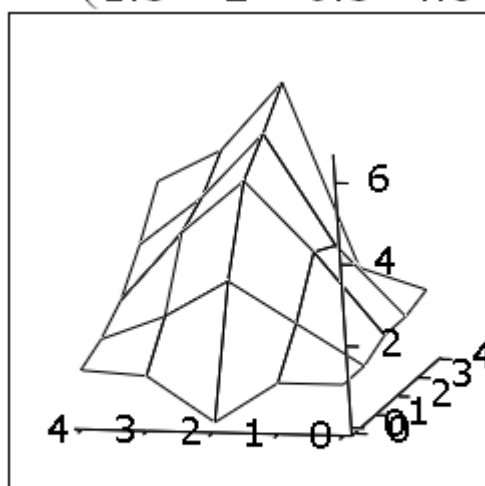




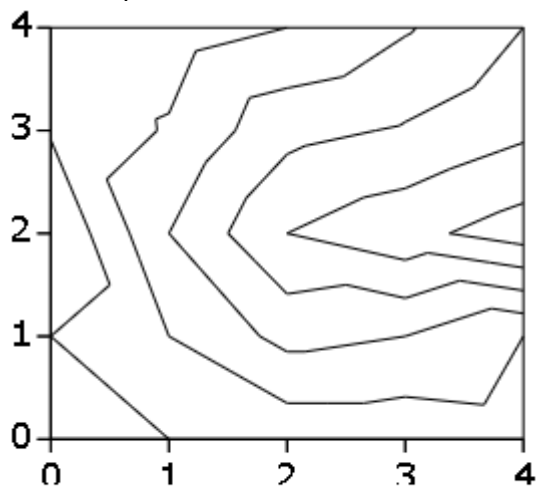
2. Форматирование шкалы

3. Трёхмерные графики

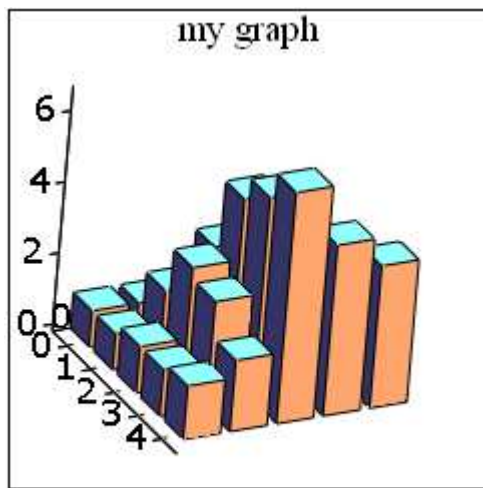
```
z := (
  1  1  0  1.1  1.2
  1  2  3  2.1  1.5
  1.3 3.3 5  3.7  2
  1.3 3  5.7 4.1  2.9
  1.5 2  6.5 4.8  4
)
```



z  
surface plot



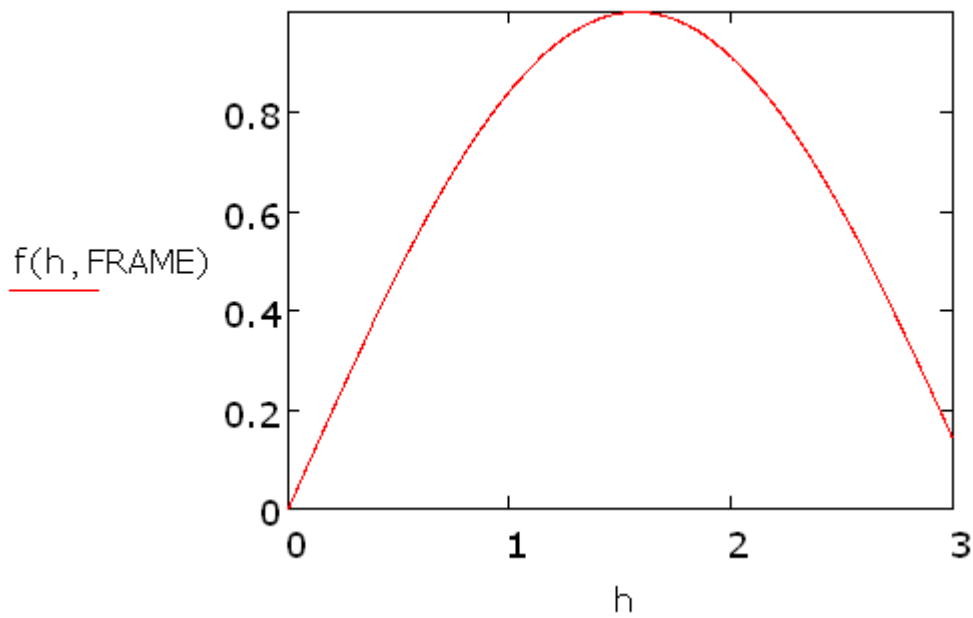
z  
график линий уровня, заданный матрицей



z

4. Анимация

$$f(h, t) := \sin(h - t)$$



$$f(h, t) := \sin(h - t)$$

$$f1(h, t) := \cos(h + t)$$

