

Введение. Прикладные задачи анализа сигналов

к.ф.-м.н., доцент Красоткина О.В.

Московский государственный университет
факультет ВМК
кафедра Математических методов прогнозирования

Цифровые методы обработки сигналов

Лекция 1

Тула, 2014

1 Понятие сигнала. Нестационарная модель сигнала

2 Примеры сигналов и их нестационарных моделей

- Речевой сигнал
- Инвестиционный портфель
- Белки
- Дефектограммы

Понятие сигнала

Красоткина
О.В.

Понятие
сигнала.
Нестационарная
модель
сигнала

Примеры
сигналов и
их нестационарных
моделей

Речевой
сигнал

Инвестиционный
портфель

Белки

Дефектограммы

Неформальное определение

В современном понимании под **сигналом** принято понимать массив экспериментальных данных, упорядоченных вдоль оси некоторого аргумента - времени, частоты, пространственной координаты

Понятие сигнала

Красоткина
О.В.

Понятие
сигнала.
Нестационарная
модель
сигнала

Примеры
сигналов и
их нестационарных
моделей

Речевой
сигнал

Инвестиционный
портфель

Белки

Дефектограммы

Формальное определение

Сигнал есть функция скалярного аргумента $y_t : T \rightarrow Y$, принимающая значения в некотором множестве Y , вообще говоря, произвольной природы. Будем полагать, что аргумент $t \in T$ пробегает дискретное множество значений в пределах действительной оси $\mathbb{T} = \{t_1, \dots, t_N\} \subset \mathbb{R}$. Тогда множество этих значений естественно понимать как множество индексов элементов упорядоченного массива данных.

Задача анализа сигнала. Стационарные и нестационарные модели

Красоткина
О.В.

Понятие
сигнала.
Нестационарная
модель
сигнала

Примеры
сигналов и
их нестационарных
моделей

Речевой
сигнал

Инвестиционный
портфель

Белки

Дефектограммы

Задачу анализа предъявленного сигнала данных практически всегда можно понимать как задачу выбора его модели \hat{X} из некоторого класса моделей $X \in \mathbb{X}$. Естественно различать **стационарные** модели, передающие общую форму предъявленного сигнала в пределах всей области определения $\mathbb{T} = \{1, \dots, N\}$, и **нестационарные** модели, призванные отражать изменение некоторого локального свойства сигнала вдоль его дискретной оси.

Примеры моделей

Красоткина
О.В.

Понятие
сигнала.
Нестационарная
модель
сигнала

Примеры
сигналов и
их нестационарных
моделей

Речевой
сигнал
Инвестиционный
портфель
Белки
Дефектограммы

Стационарные

- постоянное среднее значение сигнала
- спектр сигнала в виде совокупности коэффициентов представления по заданному базису

Нестационарные

- изменяющееся локальное среднее
- последовательность его локальных спектров, полученные путем усреднения соответствующего свойства сигнала в некотором скользящем окне

Оценивание нестационарных моделей

Красоткина
О.В.

Понятие
сигнала.
Нестационарная
модель
сигнала

Примеры
сигналов и
их нестационарных
моделей

Речевой
сигнал

Инвестиционный
портфель

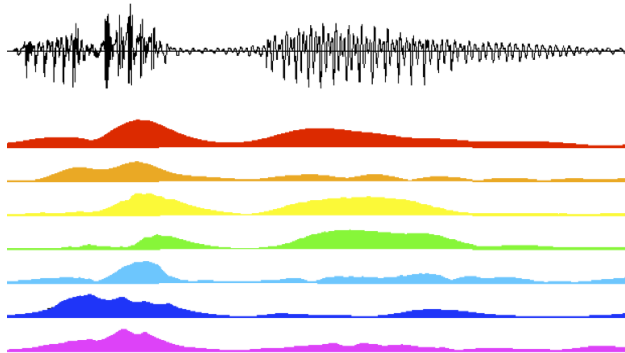
Белки

Дефектограммы

Нестационарную модель сигнала следует искать в виде последовательности локальных моделей либо значений изменяющегося параметра некоторой общей локальной модели в каждой точке оси сигнала $X = (x_t, t = 1, \dots, N)$. Множество $x_t \in \mathbb{X}$, из которого выбираются значения параметра модели сигнала, определяется спецификой каждой прикладной задачи.

Задача распознавания речевых команд: Исходные данные

Красоткина
О.В.



Понятие сигнала.
Нестационарная модель сигнала

Примеры сигналов и их нестационарных моделей

Речевой сигнал

Инвестиционный портфель
Белки
Дефектограммы

Сигнал речи, зарегистрированный при произнесении слова 'один', и его представление в виде последовательности мгновенных интенсивностей спектральных составляющих в семи полосах частот, охватывающих диапазон от 10 до 3000 герц.

Речевой сигнал: Модель

Красоткина
О.В.

Понятие
сигнала.
Нестационарная
модель
сигнала

Примеры
сигналов и
их нестационарных
моделей

Речевой
сигнал

Инвестиционный
портфель

Белки

Дефектограммы

Нестационарной моделью речевого сигнала будет последовательность его локальных спектров $X = (\mathbf{x}_t, t = 1, \dots, N)$, представляющих собой совокупность $\mathbf{x}_t = (x_t^{(1)}, \dots, x_t^{(n)}) \in R^n$ конечного числа спектральных составляющих для некоторого числа фиксированных частот $f^{(1)}, \dots, f^{(n)}$.

Задача оценивания состава портфеля инвестиционной компании

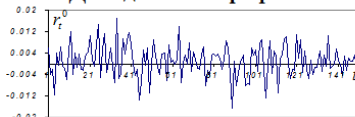
Красоткина
О.В.

Понятие
сигнала.
Нестационарная
модель
сигнала

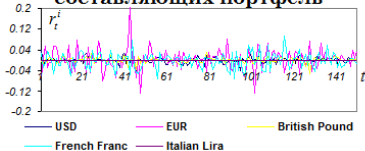
Примеры
сигналов и
их нестационарных
моделей

Инвестиционный
портфель
Белки
Дефектограммы

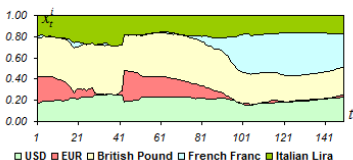
Доходность портфеля



Доходности активов, составляющих портфель



Оцененный состав портфеля



Задача оценивания состава портфеля инвестиционной компании: Исходные данные

Красоткина
О.В.

Понятие
сигнала.
Нестационарная
модель
сигнала

Примеры
сигналов и
их нестационарных
моделей

Речевой
сигнал

Инвестиционный
портфель

Белки

Дефектограммы

Доходность портфеля

Пусть z_t - стоимость портфеля в момент время t , которая обычно не известна. Ежедневно инвестиционная компания обязана публиковать свою так называемую доходность

$$r_t^{(p)} = (z_t^{(p)} - z_{t-1}^{(p)}) / z_{t-1}^{(p)}$$

Доходность ценных бумаг

Цены активов $(z_t^{(i)}, i = 1, \dots, n)$, в которые компания предположительно могла вложить свой капитал, обычно известны в любой момент времени, поэтому можно легко вычислить ежедневную доходность актива

$$r_t^{(i)} = (z_t - z_{t-1}) / z_{t-1}$$

Задача оценивания состава портфеля инвестиционной компании: Модель

Процентный состав инвестиционного портфеля

$\mathbf{x}_t = (x_t^{(1)} \dots x_t^{(n)})^T$, $x_t^i \geq 0$, $i = 1, \dots, n$, $\sum_{i=1}^n x_t^i = 1$ - долевое распределение портфеля по видам инвестиций. Можно показать, что если средства не поступали в портфель и не извлекались из него, то $r_t^{(p)} \cong \sum_{i=1}^n x_t^{(i)} r_t^{(i)}$.

Совокупность значений доходностей портфеля и потенциальных активов, из которых он может быть составлен, образует анализируемый векторный сигнал $\mathbf{y}_t = (r_t^{(p)}, r_t^{(i)}, i = 1, \dots, n)$, а искомое долевое распределение капитала $\mathbf{x}_t = (x_t^{(i)}, i = 1, \dots, n) \in \mathbb{R}^n$ представляет собой нестационарную модель этого сигнала, подлежащую оцениванию

Задача парного выравнивания белков

Красоткина
О.В.

Понятие
сигнала.
Нестационарная
модель
сигнала

Примеры
сигналов и
их нестационарных
моделей

Речевой
сигнал

Инвестиционный
портфель

Белки

Дефектограммы

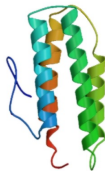
Cytochrome C



1TIM:A 247 amino acids

```
APRKFFVGNMNMNGKRKSLGELIHTLDGAKLSADTEVVCGRAPS IYLDFA  
RQKLDAKIGVAAQNCYKVPKGAFTGEISPA MIKDIGAANVILGHSERRHV  
FGESDELIQRVAHALABGLGVIACIGEKLDEREAGITEKVVVFQETRAIA  
DNVKDMSKVVLAYPEVMAIGTKTATPQQAQEVHEKLRGMLKTHVSDAVA  
VQSRILYGGSVTGGNCKELASQHDVDGFLVGGASLKPFEVDI INAKH
```

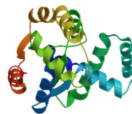
Immunoglobulin beta-sandwich



2MHR: 118 amino acids

```
GWEIPEPYVNDSEFRVFEQLDEEHKKIFGIFDCIRDNSAPMLATLKYK  
TTNHFTEAMMDAAKYSEVVPKHKMKDFLEKIGGLSAPVDAMNVDYK  
EMLVNHIGTDFKYKGL
```

Four-helical bundle



3ADK: 195 amino acids

```
KWEKLRKSKIIFVWGGPSSGAGTQCEKIVQKVGYYTHLSTGDLRAEVSS  
GSRACWMLSEIMKQGLVELEVLMLADAMFAKVTISKGFLLDCYFREV  
KQCEEFERKIGQPTLLLYVDAGPEITMKRLKRGETSGRVDDNEETIKKR  
LETYYKATEPVIAFYEKRGIVRKNVAEGSVDDVFSQVCTHDLTK
```

Задача парного выравнивания белков: Исходные данные

Табл. 1. Двадцать аминокислот и их буквенные обозначения.

<i>Alanine (аланин)</i>	<i>Ala</i>	A	<i>Methionine (метионин)</i>	<i>Met</i>	M
<i>Cysteine (цистеин)</i>	<i>Cys</i>	C	<i>Asparagine (аспарагин)</i>	<i>Asn</i>	N
<i>Aspartic Acid (аспарагиновая кислота)</i>	<i>Asp</i>	D	<i>Proline (пролин)</i>	<i>Pro</i>	P
<i>Glutamic Acid (глутаминовая кислота)</i>	<i>Glu</i>	E	<i>Glutamine (глутамин)</i>	<i>Gln</i>	Q
<i>Phenylalanine (фенилаланин)</i>	<i>Phe</i>	F	<i>Arginine (аргинин)</i>	<i>Arg</i>	R
<i>Glycine (глицин)</i>	<i>Gly</i>	G	<i>Serine (серин)</i>	<i>Ser</i>	S
<i>Histidine (гистидин)</i>	<i>His</i>	H	<i>Threonine (треонин)</i>	<i>Thr</i>	T
<i>Isoleucine (изолейцин)</i>	<i>Ile</i>	I	<i>Valine (валин)</i>	<i>Val</i>	V
<i>Lysine (лизин)</i>	<i>Lys</i>	K	<i>Tryptophan (триптофан)</i>	<i>Trp</i>	W
<i>Leucine (лейцин)</i>	<i>Leu</i>	L	<i>Tyrosine (тирозин)</i>	<i>Tyr</i>	Y

Задача парного выравнивания белков: Модель

Красоткина
О.В.

Понятие
сигнала.
Нестационарная
модель
сигнала

Примеры
сигналов и
их нестационарных
моделей

Речевой
сигнал

Инвестиционный
портфель

Белки

Дефектограммы

Существуют априорные объективные данные о попарном несходстве в химико-биологическом смысле всех аминокислот, что позволяет рассматривать алфавит аминокислот как метрическое пространство с некоторой заданной метрикой $\rho(y', y'')$. Так как длины аминокислотных последовательностей разных белков не совпадают, и для измерения их несходства длины белков выравнивают, искусственно вставляя пробелы между аминокислотами. Всякий вариант расстановки пробелов называют выравниванием двух символьных последовательностей $X(Y', Y'')$.

Задача парного выравнивания белков: Модель

Красоткина
О.В.

Понятие
сигнала.
Нестационарная
модель
сигнала

Примеры
сигналов и
их нестационарных
моделей

Речевой
сигнал

Инвестиционный
портфель

Белки

Дефектограммы

$$\begin{array}{l} Y': \quad - \quad y'_1 \quad y'_2 \quad y'_3 \quad y'_4 \quad y'_5 \quad y'_6 \quad y'_7 \quad - \quad - \quad y'_8 \quad y'_9 \quad - \\ Y'': \quad y''_1 \quad y''_2 \quad y''_3 \quad - \quad - \quad - \quad y''_4 \quad y''_5 \quad y''_6 \quad y''_7 \quad y''_8 \quad y''_9 \quad y''_{10} \\ X=(x_t): \quad \begin{pmatrix} - \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ - \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ - \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ - \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} - \\ 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} - \\ 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 \\ 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} - \\ 10 \end{pmatrix} \end{array}$$

Последовательность $X = (\mathbf{x}_t, t=1, \dots, N)$, наиболее согласующаяся как с обеими аминокислотными последовательностями, так и с представлениями о допустимых расстановках пробелов, играет роль искомой модели пары белков, определяющей степень их несходства

Задача анализа ультразвуковых дефектограмм: Исходные данные

Красоткина
О.В.

Понятие
сигнала.
Нестационар-
ная
модель
сигнала

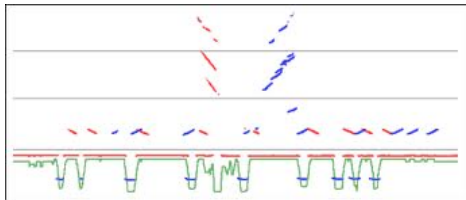
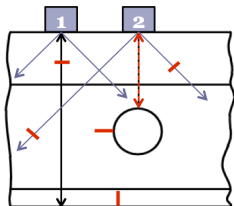
Примеры
сигналов и
их нестационар-
ных
моделей

Речевой
сигнал

Инвестиционный
портфель

Белки

Дефектограммы



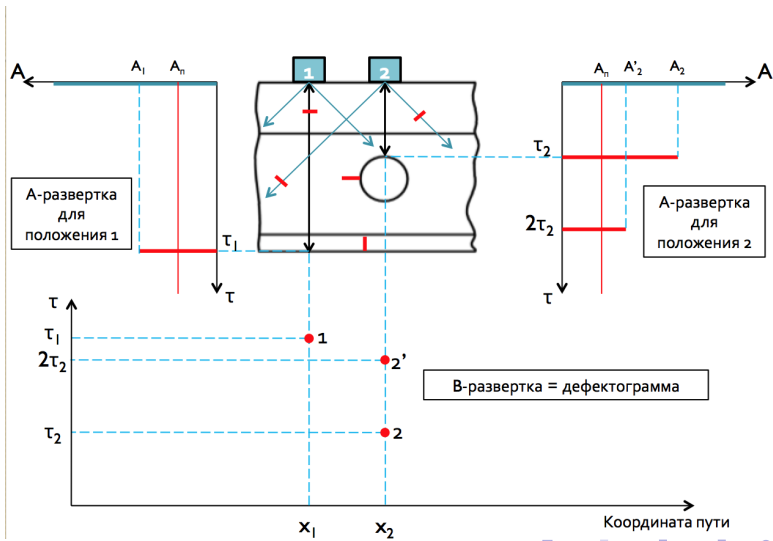
Задача анализа ультразвуковых дефектограмм: Исходные данные

Красоткина
О.В.

Понятие сигнала.
Нестационарная модель сигнала

Примеры сигналов и их нестационарных моделей

Речевой сигнал
Инвестиционный портфель
Белки
Дефектограммы



Задача анализа ультразвуковых дефектограмм: Исходные данные

Красоткина
О.В.

Понятие
сигнала.
Нестационарная
модель
сигнала

Примеры
сигналов и
их нестационарных
моделей

Речевой
сигнал

Инвестиционный
портфель

Белки

Дефектограммы

Каждый элемент дефектограммы \mathbf{y}_t по отдельному каналу представляет собой импульсный сигнал в пространстве "задержка"- "амплитуда". Таким образом, он оказывается представлен двухкомпонентным сигналом длины $n = 256$, составленным из пар $(\tau_i, a_i) \in R^2$: $\mathbf{y}_t = (\tau_i, a_i, i = 1, \dots, n)$. Напрямую сравнивать сигналы такого вида невозможно, поэтому каждый элемент дефектограммы представляется смесью нормальных распределений

$$f(\tau|\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^n a_i \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(\tau - \tau_i)^2\right)$$

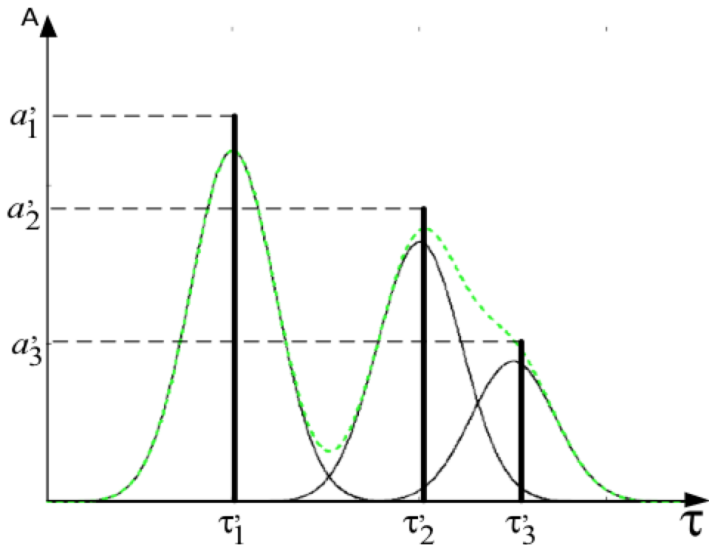
Задача анализа ультразвуковых дефектограмм: Исходные данные

Красоткина
О.В.

Понятие
сигнала.
Нестационар-
ная
модель
сигнала

Примеры
сигналов и
их нестационар-
ных
моделей

Речевой
сигнал
Инвестиционный
портфель
Белки
Дефектограммы



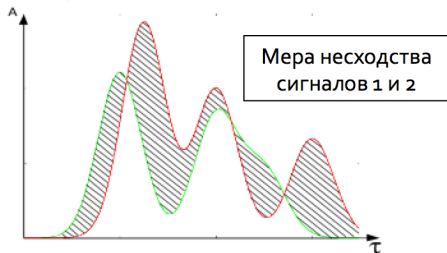
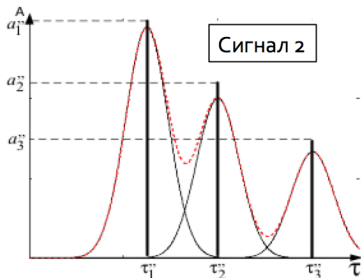
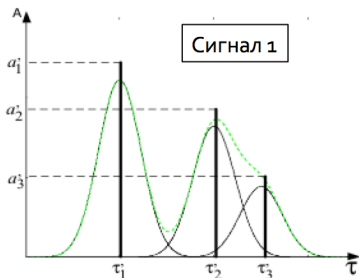
Задача анализа ультразвуковых дефектограмм: Исходные данные

Красоткина
О.В.

Понятие сигнала.
Нестационарная модель сигнала

Примеры сигналов и их нестационарных моделей

Речевой сигнал
Инвестиционный портфель
Белки
Дефектограммы



Задача анализа ультразвуковых дефектограмм: Модель

Красоткина
О.В.

Понятие
сигнала.
Нестационарная
модель
сигнала

Примеры
сигналов и
их нестационарных
моделей

Речевой
сигнал

Инвестиционный
портфель

Белки

Дефектограммы

Пусть мы имеем две дефектограммы $\mathbf{Y}' = (\mathbf{y}'_1, \dots, \mathbf{y}'_{N'})$ и $\mathbf{Y}'' = (\mathbf{y}''_1, \dots, \mathbf{y}''_{N''})$, требующие сравнения. Один из них, неважно какой, примем за "базовый", другой - за "ссылочный". Под моделью сигнала будем понимать таблицу ссылок $X = (\theta_t, t = 1, \dots, N')$, где $\theta_t \in \{1, \dots, N''\}$ - абсолютная ссылка (номер отсчета в ссылочном сигнале, соответствующий отсчету t в базовом)

Задача анализа ультразвуковых дефектограмм: Модель

Красоткина
О.В.

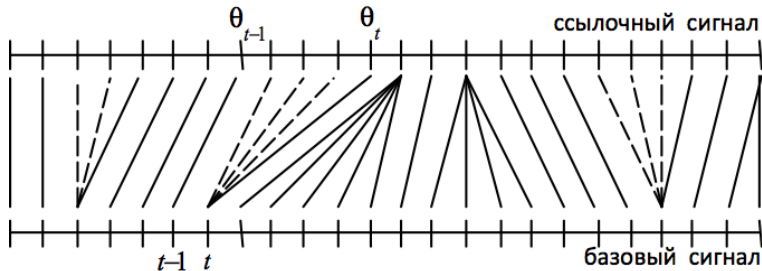
Понятие
сигнала.
Нестационар-
ная
модель
сигнала

Примеры
сигналов и
их нестационар-
ных
моделей

Речевой
сигнал

Инвестиционный
портфель
Белки

Дефектограммы



Задача выравнивания ультразвуковых дефектограмм: Пример выравнивания по красному каналу

Красоткина
О.В.

Понятие
сигнала.
Нестационарная
модель
сигнала

Примеры
сигналов и
их нестационарных
моделей

Речевой
сигнал
Инвестиционный
портфель
Белки
Дефектограммы

