

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»  
Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики  
Кафедра интеллектуальных систем

**Направление подготовки / специальность:** 03.04.01 Прикладные математика и физика

**Направленность (профиль) подготовки:** Математическая физика, компьютерные технологии и математическое моделирование в экономике

## ПРИМЕНЕНИЕ ГРАДИЕНТНЫХ МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

(магистерская диссертация)

**Студент:**

Плетнев Никита Вячеславович

(подпись студента)

**Научный руководитель:**

Гасников Александр Владимирович,  
д-р физ.-мат. наук, доц.

(подпись научного руководителя)

**Консультант (при наличии):**

(подпись консультанта)

Москва 2021

# Оглавление

1	Аннотация	2
2	Введение	3
3	Постановка задачи	4
4	Некорректность задачи	5
5	Обзор литературы	6
6	Функционал и градиент	7
7	Метод подобных треугольников	10
8	Приближённое решение с использованием разностных схем	11
9	Приближённое решение с использованием рядов Фурье	16
10	Определение концепции шума	22
11	Применение техники рестартов	23
12	Заключение	25
13	Ссылки	27

# 1 Аннотация

Работа посвящена изучению применения методов выпуклой оптимизации с целью решения задачи Коши для уравнения Гельмгольца. Некорректно поставленная задача Коши сводится к задаче выпуклой оптимизации в гильбертовом пространстве. Оптимизируемый функционал вычисляется с использованием решения обратных задач, которые, в свою очередь, корректны и допускают решение стандартными численными методами. Экспериментально исследуется сходимость применяемых быстрых градиентных методов и качество получаемого таким образом решения. Формулируется теорема о вычислительной сложности полученного алгоритма. Определяется, что неточность вычислений более адекватно описывается аддитивной концепцией шума.

**Ключевые слова:** обратные задачи, выпуклая оптимизация, оптимизация в гильбертовом пространстве, методы первого порядка, быстрые градиентные методы, неточный оракул.

## 13 ССЫЛКИ

- [1 ] Васильев Ф. П.: Методы оптимизации, часть вторая: Оптимизация в функциональных пространствах. Регуляризация. Аппроксимация, ISBN 978-5-94057-708-9
- [2 ] Гасников А. В.: Современные численные методы оптимизации. Метод универсального градиентного спуска: Учебное пособие. – 2-е изд., испр. – М.: МЦНМО, 2021. – 272 с. ISBN 978-5-4439-4199-8
- [3 ] Демьянов В. Ф.: Минимакс: дифференцируемость по направлениям. Л.: Изд-во Ле-нингр. ун-та, 1974.
- [4 ] Рябенский В. С.: Введение в вычислительную математику: Учеб. пособие. – 2-е изд., исправл. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2000. — 296 с. – ISBN 5-9221-0047-5
- [5 ] Тихонов А. Н., Самарский А. А.: Уравнения математической физики: Учеб. пособие. – 6-е изд., испр, и доп. М.: Изд-во МГУ, 1999. ISBN: 5-211-04138-0
- [6 ] Gasnikov A., Kabanikhin S., Mohammed A., Shishlenin M.: Convex optimization in Hilbert space with applications to inverse problems,  
<https://arxiv.org/abs/1703.00267>
- [7 ] Danskin J. M.: The theory of Max Min. Berlin: Springer, 1967.
- [8 ] Kabanikhin S., Shishlenin M., Nurseitov D., Nurseitova A., and Kasenov S.: Comparative Analysis of Methods for Regularizing an Initial Boundary Value Problem for the Helmholtz Equation,  
<http://dx.doi.org/10.1155/2014/786326>
- [9 ] Kabanikhin S.: Inverse and ill-posed problems : theory and applications ISBN 978-3-11-022400-9 (alk. paper)
- [10 ] Polyak B.: Introduction to Optimization. New York, Optimization Software (1987)
- [11 ] Polyak B.: Iterative algorithms for singular minimization problems. In: Nonlinear Programming 4, pp. 147–166. Elsevier (1981)
- [12 ] Vasin A., Gasnikov A., Spokoiny V.: Stopping rules for accelerated gradient methods with additive noise in gradient, <https://arxiv.org/abs/2102.02921>