

# Снижение размерности пространства в задачах анализа временных рядов

Роман Исаченко

Научный руководитель:  
д.ф.-м.н. В. В. Стрижов

Московский физико-технический институт  
Факультет управления и прикладной математики  
Кафедра «Интеллектуальные системы»

21 июня 2018 г.

# Задача декодирования временного ряда

## Цель

Исследовать зависимости в пространствах объектов и ответов и построить устойчивую модель декодирования временных рядов в случае коррелированного описания данных.

## Проблема

Целевая переменная – вектор, компоненты которого являются зависимыми.

Требуется построить модель, адекватно описывающую как пространство объектов так и пространство ответов при наблюдаемой мультикорреляции в обоих пространствах высокой размерности.

## Решение

Для учёта зависимостей в пространствах объектов и ответов предлагается снизить размерность с использованием скрытого пространства.

## Литература

- Katrutsa A., Strijov V. Comprehensive study of feature selection methods to solve multicollinearity problem according to evaluation criteria // *Expert Systems with Applications* 76, 2017.
- Li J. et al. Feature selection: A data perspective // *ACM Computing Surveys (CSUR)* 50(6), 2017.
- Eliseyev A. et al. Iterative N-way partial least squares for a binary self-paced brain-computer interface in freely moving animals // *Journal of neural engineering* 4(8), 2011.
- Rodriguez-Lujan I. et al. Quadratic programming feature selection // *Journal of Machine Learning Research* 11(Apr), 2010.
- Motrenko A., Strijov V. Multi-way Feature Selection for ECoG-based Brain-Computer Interface // *Expert Systems with Applications* Submitted to the journal.

# Многомерная регрессия

## Дано

$(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$  – выборка,  $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{m \times n}$  – матрица объектов,  $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{m \times r}$  – матрица ответов,

$$\mathbf{X} = [\chi_1, \dots, \chi_n]; \quad \mathbf{Y} = [\nu_1, \dots, \nu_r].$$

## Модель

$$\mathbf{y} = \mathbf{\Theta} \mathbf{x} + \varepsilon, \quad \mathbf{\Theta} \in \mathbb{R}^{r \times n}.$$

## Функция потерь

$$\mathcal{L}(\mathbf{\Theta} | \mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \left\| \begin{matrix} \mathbf{Y} & - & \mathbf{X} \cdot \mathbf{\Theta}^T \\ m \times r & & m \times n \quad r \times n \end{matrix} \right\|_2^2 \rightarrow \min_{\mathbf{\Theta}}.$$

$$\mathbf{\Theta}^T = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y}.$$

Линейная зависимость столбцов матрицы  $\mathbf{X}$  приводит к неустойчивому решению.

Для устранения сильной линейной зависимости предлагается использовать методы выбора признаков и снижения размерности пространства.

# Снижение размерности пространства

## Цель

- спроецировать исходные матрицы  $\mathbf{X}$  и  $\mathbf{Y}$  в общее латентное пространство;
- максимизировать ковариацию между образцами;
- сохранить информацию об исходных матрицах.

## Метод частных наименьших квадратов (PLS)

$$\mathbf{X} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{P}^T + \mathbf{F} = \sum_{k=1}^l \mathbf{t}_k \cdot \mathbf{p}_k^T + \mathbf{F},$$

$m \times n$      $m \times l$     $l \times n$      $m \times n$      $m \times 1$     $1 \times n$      $m \times n$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{Q}^T + \mathbf{E} = \sum_{k=1}^l \mathbf{u}_k \cdot \mathbf{q}_k^T + \mathbf{E}.$$

$m \times r$      $m \times l$     $l \times r$      $m \times r$      $m \times 1$     $1 \times r$      $m \times r$

$$\mathbf{U} \approx \mathbf{T}\mathbf{B}, \quad \mathbf{B} = \text{diag}(\beta_k), \quad \beta_k = \mathbf{u}_k^T \mathbf{t}_k / (\mathbf{t}_k^T \mathbf{t}_k).$$

## Псевдокод метода частных наименьших квадратов (PLS)

**Require:**  $\mathbf{X}, \mathbf{Y}, l$ ;

**Ensure:**  $\mathbf{T}, \mathbf{P}, \mathbf{Q}$ ;

- 1: normalize matrices  $\mathbf{X}$  и  $\mathbf{Y}$  by columns
- 2: initialize  $\mathbf{u}_0$  (the first column of  $\mathbf{Y}$ )
- 3:  $\mathbf{X}_1 = \mathbf{X}; \mathbf{Y}_1 = \mathbf{Y}$
- 4: **for**  $k = 1, \dots, l$  **do**
- 5:   **repeat**
- 6:      $\mathbf{w}_k := \mathbf{X}_k^\top \mathbf{u}_{k-1} / (\mathbf{u}_{k-1}^\top \mathbf{u}_{k-1}); \quad \mathbf{w}_k := \frac{\mathbf{w}_k}{\|\mathbf{w}_k\|}$
- 7:      $\mathbf{t}_k := \mathbf{X}_k \mathbf{w}_k$
- 8:      $\mathbf{c}_k := \mathbf{Y}_k^\top \mathbf{t}_k / (\mathbf{t}_k^\top \mathbf{t}_k); \quad \mathbf{c}_k := \frac{\mathbf{c}_k}{\|\mathbf{c}_k\|}$
- 9:      $\mathbf{u}_k := \mathbf{Y}_k \mathbf{c}_k$
- 10:   **until**  $\mathbf{t}_k$  stabilizes
- 11:    $\mathbf{p}_k := \mathbf{X}_k^\top \mathbf{t}_k / (\mathbf{t}_k^\top \mathbf{t}_k), \quad \mathbf{q}_k := \mathbf{Y}_k^\top \mathbf{t}_k / (\mathbf{t}_k^\top \mathbf{t}_k)$
- 12:    $\mathbf{X}_{k+1} := \mathbf{X}_k - \mathbf{t}_k \mathbf{p}_k^\top$
- 13:    $\mathbf{Y}_{k+1} := \mathbf{Y}_k - \mathbf{t}_k \mathbf{q}_k^\top$

## Метод частных наименьших квадратов (PLS)

### Утверждение (Исаченко, 2017)

*Максимизация ковариации между векторами  $\mathbf{t}_k$  и  $\mathbf{u}_k$  приводит к наилучшему описанию матриц  $\mathbf{X}$  и  $\mathbf{Y}$  с учётом их взаимосвязи.*

### Утверждение (Исаченко, 2017)

*Вектора  $\mathbf{w}_k$  и  $\mathbf{c}_k$  – собственные вектора матриц  $\mathbf{X}_k^T \mathbf{Y}_k \mathbf{Y}_k^T \mathbf{X}_k$  и  $\mathbf{Y}_k^T \mathbf{X}_k \mathbf{X}_k^T \mathbf{Y}_k$ , соответствующие максимальным собственным значениям.*

### Утверждение (Исаченко, 2017)

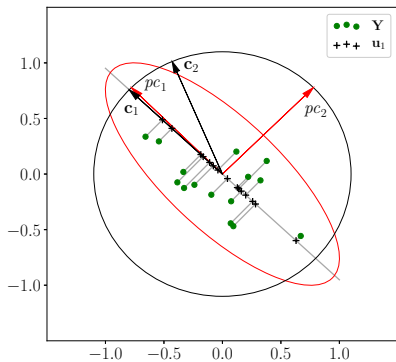
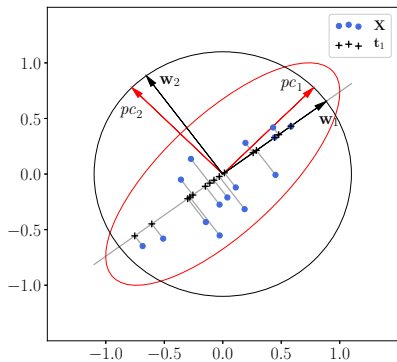
*Правила обновления векторов (6)–(9) максимизируют ковариацию между векторами  $\mathbf{t}_k$  и  $\mathbf{u}_k$ .*

### Модель PLS регрессии

$$\mathbf{Y} = \mathbf{UQ}^T + \mathbf{E} \approx \mathbf{TBQ}^T + \mathbf{E} = \mathbf{XW}^* \mathbf{BQ}^T + \mathbf{E} = \mathbf{X}\Theta + \mathbf{E}.$$

$$\Theta = \mathbf{W}(\mathbf{P}^T \mathbf{W})^{-1} \mathbf{BQ}^T, \quad \mathbf{T} = \mathbf{XW}^*, \quad \text{where } \mathbf{W}^* = \mathbf{W}(\mathbf{P}^T \mathbf{W})^{-1}.$$

## Пример PLS регрессии в двумерном случае





## Задача выбора признаков

### Требуется

Найти бинарный вектор  $\mathbf{a} = \{0, 1\}^n$ , компоненты – индикаторы выбранных признаков.

### Функция ошибки отбора признаков

$$\mathbf{a} = \arg \min_{\mathbf{a}' \in \{0,1\}^n} S(\mathbf{a}' | \mathbf{X}, \mathbf{Y}).$$

### Релаксация

Замена дискретной области определения  $\{0, 1\}^n$  на непрерывную релаксацию  $[0, 1]^n$ :

$$\mathbf{z} = \arg \min_{\mathbf{z}' \in [0,1]^n} S(\mathbf{z}' | \mathbf{X}, \mathbf{Y}), \quad a_j = [z_j > \tau].$$

Получив  $\mathbf{a}$ , решаем задачу регрессии:

$$\mathcal{L}(\Theta_{\mathbf{a}} | \mathbf{X}_{\mathbf{a}}, \mathbf{Y}) = \left\| \mathbf{Y} - \mathbf{X}_{\mathbf{a}} \Theta_{\mathbf{a}}^T \right\|_2^2 \rightarrow \min_{\Theta_{\mathbf{a}}},$$

где индекс  $\mathbf{a}$  обозначает подматрицу с номерами столбцов, для которых  $a_j = 1$ .

## Quadratic Programming Feature Selection

$$\|\boldsymbol{\nu} - \mathbf{X}\boldsymbol{\theta}\|_2^2 \rightarrow \min_{\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^n}.$$

Задача квадратичного программирования

$$S(\mathbf{z}|\mathbf{X}, \boldsymbol{\nu}) = (1 - \alpha) \cdot \underbrace{\mathbf{z}^T \mathbf{Q} \mathbf{z}}_{\text{Sim}(\mathbf{X})} - \alpha \cdot \underbrace{\mathbf{b}^T \mathbf{z}}_{\text{Rel}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\nu})} \rightarrow \min_{\substack{\mathbf{z} \geq \mathbf{0}_n \\ \mathbf{1}_n^T \mathbf{z} = 1}}.$$

- $\mathbf{z} \in [0, 1]^n$  – значимость признаков;
- $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  – матрица парных взаимодействий признаков;
- $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$  – вектор релевантностей признаков к целевой переменной.

$$\mathbf{Q} = [|\text{corr}(\chi_i, \chi_j)|]_{i,j=1}^n, \quad \mathbf{b} = [|\text{corr}(\chi_i, \boldsymbol{\nu})|]_{i=1}^n.$$

Утверждение (Исаченко, 2018)

*В случае полуопределенной матрицы  $\mathbf{Q}$  задача QPFS является выпуклой. Полуопределенная релаксация – сдвиг спектра:*

$$\mathbf{Q} \rightarrow \mathbf{Q} - \lambda_{\min} \mathbf{I}.$$

## Многомерный QPFS

Агрегирование релевантностей по целевым векторам (RelAgg)

$$\mathbf{b} = [|\text{corr}(\chi_i, \nu)|]_{i=1}^n \rightarrow \mathbf{b} = \left[ \sum_{k=1}^r |\text{corr}(\chi_i, \nu_k)| \right]_{i=1}^n.$$

**Недостаток:** нет учёта зависимостей в матрице  $\mathbf{Y}$ .

Симметричный учёт значимостей (SymImp)

Штрафуем коррелированные целевые вектора с помощью  $\text{Sim}(\mathbf{Y})$

$$\alpha_1 \cdot \underbrace{\mathbf{z}_x^T \mathbf{Q}_x \mathbf{z}_x}_{\text{Sim}(\mathbf{X})} - \alpha_2 \cdot \underbrace{\mathbf{z}_x^T \mathbf{B} \mathbf{z}_y}_{\text{Rel}(\mathbf{X}, \mathbf{Y})} + \alpha_3 \cdot \underbrace{\mathbf{z}_y^T \mathbf{Q}_y \mathbf{z}_y}_{\text{Sim}(\mathbf{Y})} \rightarrow \min_{\substack{\mathbf{z}_x \geq \mathbf{0}_n, \mathbf{1}_n^T \mathbf{z}_x = 1 \\ \mathbf{z}_y \geq \mathbf{0}_r, \mathbf{1}_r^T \mathbf{z}_y = 1}}.$$

$$\mathbf{Q}_x = [|\text{corr}(\chi_i, \chi_j)|]_{i,j=1}^n, \quad \mathbf{Q}_y = [|\text{corr}(\nu_i, \nu_j)|]_{i,j=1}^r, \quad \mathbf{B} = [|\text{corr}(\chi_i, \nu_j)|]_{\substack{i=1, \dots, n \\ j=1, \dots, r}}$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1, \quad \alpha_i \geq 0.$$

## Многомерный QPFS

SymImp штрафует коррелированные целевые вектора, которые в меньшей мере объясняются признаками.

$$\alpha_1 \cdot \underbrace{\mathbf{z}_x^T \mathbf{Q}_x \mathbf{z}_x}_{\text{Sim}(X)} - \alpha_2 \cdot \underbrace{\mathbf{z}_x^T \mathbf{B} \mathbf{z}_y}_{\text{Rel}(X, Y)} \rightarrow \min_{\substack{\mathbf{z}_x \geq \mathbf{0}_n \\ \mathbf{1}_n^T \mathbf{z}_x = 1}} ; \quad \alpha_3 \cdot \underbrace{\mathbf{z}_y^T \mathbf{Q}_y \mathbf{z}_y}_{\text{Sim}(Y)} + \alpha_2 \cdot \underbrace{\mathbf{z}_x^T \mathbf{B} \mathbf{z}_y}_{\text{Rel}(X, Y)} \rightarrow \min_{\substack{\mathbf{z}_y \geq \mathbf{0}_r \\ \mathbf{1}_r^T \mathbf{z}_y = 1}} .$$

### Минимаксный подход (MinMax / MaxMin)

$$\min_{\substack{\mathbf{z}_x \geq \mathbf{0}_n \\ \mathbf{1}_n^T \mathbf{z}_x = 1}} \max_{\substack{\mathbf{z}_y \geq \mathbf{0}_r \\ \mathbf{1}_r^T \mathbf{z}_y = 1}} \left( \text{or } \max_{\substack{\mathbf{z}_y \geq \mathbf{0}_r \\ \mathbf{1}_r^T \mathbf{z}_y = 1}} \min_{\substack{\mathbf{z}_x \geq \mathbf{0}_n \\ \mathbf{1}_n^T \mathbf{z}_x = 1}} \right) \left[ \alpha_1 \cdot \underbrace{\mathbf{z}_x^T \mathbf{Q}_x \mathbf{z}_x}_{\text{Sim}(X)} - \alpha_2 \cdot \underbrace{\mathbf{z}_x^T \mathbf{B} \mathbf{z}_y}_{\text{Rel}(X, Y)} - \alpha_3 \cdot \underbrace{\mathbf{z}_y^T \mathbf{Q}_y \mathbf{z}_y}_{\text{Sim}(Y)} \right] .$$

### Теорема (Исаченко, 2018)

Для положительно определенных матриц  $\mathbf{Q}_x$  и  $\mathbf{Q}_y$   $\min\max$  и  $\max\min$  задачи достигают одинакового значения функционала.

### Теорема (Исаченко, 2018)

Минимаксная задача эквивалентна задаче квадратичного программирования с  $n + r + 1$  переменными.

Для получения выпуклой задачи применяется сдвиг спектра.

# Многомерный QPFS

## Максимизация релевантностей (MaxRel)

$$\min_{\substack{\mathbf{z}_x \geq \mathbf{0}_n \\ \mathbf{1}_n^T \mathbf{z}_x = 1}} \max_{\substack{\mathbf{z}_y \geq \mathbf{0}_r \\ \mathbf{1}_r^T \mathbf{z}_y = 1}} \left[ (1 - \alpha) \cdot \mathbf{z}_x^T \mathbf{Q}_x \mathbf{z}_x - \alpha \cdot \mathbf{z}_x^T \mathbf{B} \mathbf{z}_y \right].$$

## Теорема (Исаченко, 2018)

Для положительно определенной матрицы  $\mathbf{Q}_x$  *minmax* и *maxmin* задачи достигают одинакового значения функционала.

## Асимметричный учёт значимостей (AsymImp)

$$\alpha_1 \cdot \underbrace{\mathbf{z}_x^T \mathbf{Q}_x \mathbf{z}_x}_{\text{Sim}(\mathbf{X})} - \alpha_2 \cdot \underbrace{(\mathbf{z}_x^T \mathbf{B} \mathbf{z}_y - \mathbf{b}^T \mathbf{z}_y)}_{\text{Rel}(\mathbf{X}, \mathbf{Y})} + \alpha_3 \cdot \underbrace{\mathbf{z}_y^T \mathbf{Q}_y \mathbf{z}_y}_{\text{Sim}(\mathbf{Y})} \rightarrow \min_{\substack{\mathbf{z}_x \geq \mathbf{0}_n, \mathbf{1}_n^T \mathbf{z}_x = 1 \\ \mathbf{z}_y \geq \mathbf{0}_r, \mathbf{1}_r^T \mathbf{z}_y = 1}}.$$

При  $b_j = \max_{i=1, \dots, n} [\mathbf{B}]_{i,j}$  коэффициенты при  $\mathbf{z}_y$  в  $\text{Rel}(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$  неотрицательны.

## Утверждение (Исаченко, 2017)

В одномерном случае  $r = 1$  предлагаемые стратегии *SymImp*, *MinMax*, *MaxMin*, *MaxRel*, *AsymImp* совпадают с исходным алгоритмом QPFS.

## Обобщение предложенных методов выбора признаков

Алгоритм	Критерий	Функция ошибки $S(\mathbf{z} \mathbf{X}, \mathbf{Y})$
RelAgg	$\min [\text{Sim}(\mathbf{X}) - \text{Rel}(\mathbf{X}, \mathbf{Y})]$	$\min_{\mathbf{z}_x} [(1 - \alpha) \cdot \mathbf{z}_x^T \mathbf{Q}_x \mathbf{z}_x - \alpha \cdot \mathbf{z}_x^T \mathbf{B} \mathbf{1}_r]$
SymImp	$\min [\text{Sim}(\mathbf{X}) - \text{Rel}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) + \text{Sim}(\mathbf{Y})]$	$\min_{\mathbf{z}_x, \mathbf{z}_y} [\alpha_1 \cdot \mathbf{z}_x^T \mathbf{Q}_x \mathbf{z}_x - \alpha_2 \cdot \mathbf{z}_x^T \mathbf{B} \mathbf{z}_y + \alpha_3 \cdot \mathbf{z}_y^T \mathbf{Q}_y \mathbf{z}_y]$
MinMax	$\min [\text{Sim}(\mathbf{X}) - \text{Rel}(\mathbf{X}, \mathbf{Y})]$ $\max [\text{Rel}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) + \text{Sim}(\mathbf{Y})]$	$\min_{\mathbf{z}_x} \max_{\mathbf{z}_y} [\alpha_1 \cdot \mathbf{z}_x^T \mathbf{Q}_x \mathbf{z}_x - \alpha_2 \cdot \mathbf{z}_x^T \mathbf{B} \mathbf{z}_y - \alpha_3 \cdot \mathbf{z}_y^T \mathbf{Q}_y \mathbf{z}_y]$
MaxRel	$\min [\text{Sim}(\mathbf{X}) - \text{Rel}(\mathbf{X}, \mathbf{Y})]$ $\max [\text{Rel}(\mathbf{X}, \mathbf{Y})]$	$\min_{\mathbf{z}_x} \max_{\mathbf{z}_y} [(1 - \alpha) \cdot \mathbf{z}_x^T \mathbf{Q}_x \mathbf{z}_x - \alpha \cdot \mathbf{z}_x^T \mathbf{B} \mathbf{z}_y]$
AsymImp	$\min [\text{Sim}(\mathbf{X}) - \text{Rel}(\mathbf{X}, \mathbf{Y})]$ $\max [\text{Rel}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) + \text{Sim}(\mathbf{Y})]$	$\min_{\mathbf{z}_x, \mathbf{z}_y} [\alpha_1 \mathbf{z}_x^T \mathbf{Q}_x \mathbf{z}_x - \alpha_2 (\mathbf{z}_x^T \mathbf{B} \mathbf{z}_y - \mathbf{b}^T \mathbf{z}_y) + \alpha_3 \mathbf{z}_y^T \mathbf{Q}_y \mathbf{z}_y]$

## Внешние критерии качества

### Нормированное RMSE

Качество предсказания:

$$\text{sRMSE}(\mathbf{Y}, \hat{\mathbf{Y}}_a) = \sqrt{\frac{\text{MSE}(\mathbf{Y}, \hat{\mathbf{Y}}_a)}{\text{MSE}(\mathbf{Y}, \bar{\mathbf{Y}})}} = \frac{\|\mathbf{Y} - \hat{\mathbf{Y}}_a\|_2}{\|\mathbf{Y} - \bar{\mathbf{Y}}\|_2}, \quad \text{где } \hat{\mathbf{Y}}_a = \mathbf{X}_a \boldsymbol{\Theta}_a^T.$$

$\bar{\mathbf{Y}}$  — константный прогноз.

### Мультикорреляция

Среднее значение коэффициента множественной корреляции:

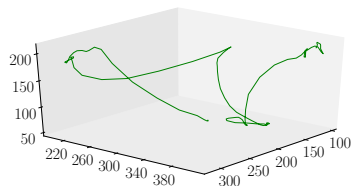
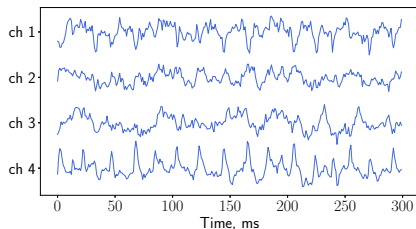
$$R^2 = \frac{1}{r} \text{tr}(\mathbf{C}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C}); \quad \mathbf{C} = [\text{corr}(\chi_i, \nu_j)]_{\substack{i=1, \dots, n, \\ j=1, \dots, r}}, \quad \mathbf{R} = [\text{corr}(\chi_i, \chi_j)]_{i,j=1}^n.$$

### BIC

Компромисс между качеством предсказания и количеством выбранных признаков  $\|\mathbf{a}\|_0$ :

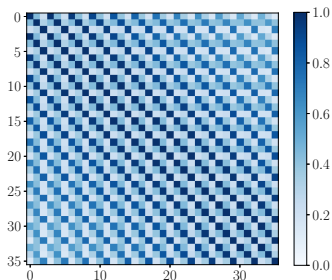
$$\text{BIC} = m \ln(\text{MSE}(\mathbf{Y}, \hat{\mathbf{Y}}_a)) + \|\mathbf{a}\|_0 \cdot \log m.$$

## Вычислительный эксперимент, данные



$$\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{m \times (32 \cdot 27)}; \quad \mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{m \times 3k}.$$

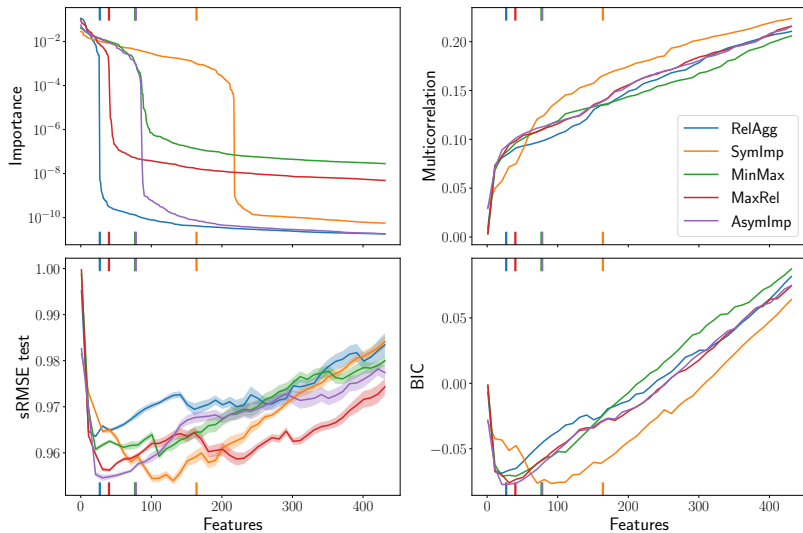
$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & \dots & x_k & y_k & z_k \\ x_2 & y_2 & z_2 & \dots & x_{k+1} & y_{k+1} & z_{k+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_m & y_m & z_m & \dots & x_{m+k} & y_{m+k} & z_{m+k} \end{pmatrix}$$



Матрица корреляций  $\mathbf{Y}$



## Результаты эксперимента



# Стабильность выбора признаков

## Постановка эксперимента

- создать бутстреп-выборки

$$(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) \rightarrow \{(\mathbf{X}_1, \mathbf{Y}_1), \dots, (\mathbf{X}_s, \mathbf{Y}_s)\};$$

- решить задачу выбора признаков

$$\{(\mathbf{X}_1, \mathbf{Y}_1), \dots, (\mathbf{X}_s, \mathbf{Y}_s)\} \rightarrow \{\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_s\};$$

- вычислить статистики

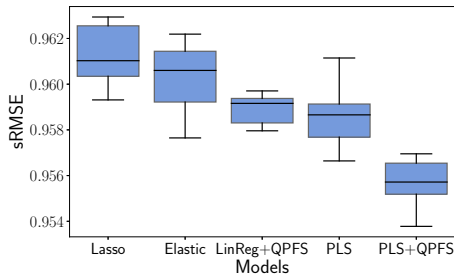
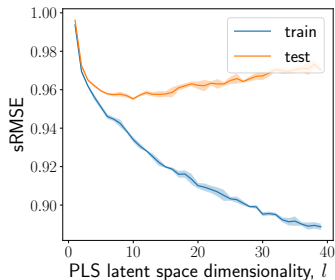
$$\{\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_s\} \rightarrow \{\text{sRMSE}, \|\mathbf{a}\|_0, \text{Спирмен } \rho, \ell_2 \text{ расстояние}\}.$$

	sRMSE	$\ \mathbf{a}\ _0$	Спирмен $\rho$	$\ell_2$ расстояние
RelAgg	0.965 $\pm$ 0.002	26.8 $\pm$ 3.8	0.915 $\pm$ 0.016	0.145 $\pm$ 0.018
SymImp	0.961 $\pm$ 0.001	224.4 $\pm$ 9.0	0.910 $\pm$ 0.017	0.025 $\pm$ 0.002
MinMax	0.961 $\pm$ 0.002	101.0 $\pm$ 2.1	0.932 $\pm$ 0.009	0.059 $\pm$ 0.004
MaxRel	0.958 $\pm$ 0.003	41.2 $\pm$ 5.2	0.862 $\pm$ 0.027	0.178 $\pm$ 0.010
AsymImp	0.955 $\pm$ 0.001	85.8 $\pm$ 10.2	0.926 $\pm$ 0.011	0.078 $\pm$ 0.007

# QPFS vs PLS

## Постановка эксперимента

Сравнить отбор признаков и снижение размерности пространства с помощью моделей линейной регрессии и PLS регрессии.



## Результаты, выносимые на защиту

- Исследована задача декодирования сигналов в пространствах высокой размерности.
- Исследованы методы снижения размерности с анализом структуры пространства.
- Предложены методы для выбора признаков, учитывающие зависимости как в пространстве объектов, так и в пространстве ответов.
- Предложена комбинация методов выбора признаков и снижения размерности пространства.
- Создан макет системы, пригнозирующей сигналы в пространстве большой размерности.
- Предложенные алгоритмы выбора признаков доставляют устойчивые и адекватные решения в коррелированных пространствах высокой размерности.

## Заключение

### Публикации ВАК

- Исаченко Р.В., Стрижов В. В. Метрическое обучение в задачах мультиклассовой классификации временных рядов *Информатика и её применения*, 10(2), 2016.
- Isachenko R. et al. Feature Generation for Physical Activity Classification. *Artificial Intellegence and Decision Making*, 2018, подана в журнал.
- Isachenko R., Strijov V. Quadratic programming optimization for Newton method. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, 2018, принята к публикации.
- Isachenko R., Vladimirova M., Strijov V. Dimensionality reduction for multivariate ECoG-based data. *Chemometrics*, 2018, готова к подаче.

### Выступления с докладом

- Ломоносов, 2016, Москва. Метрическое обучение в задачах мультиклассовой классификации временных рядов.
- Intelligent Data Processing Conference, 2016, Барселона. Multimodel forecasting multiscale time series in internet of things.
- Математические методы распознавания образов ММРО, 2017, Таганрог. Локальные модели для классификации объектов сложной структуры.