Алгоритм повышения качества смазанных трехмерных изображений

Тихонов Андрей, гр. 417

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
Факультет вычислетельной математики и кибернетики
Кафедра математических методов прогнозирования

Научный руководитель: к.ф.-м.н. Ветров Д. П.

Москва
2011 г.

Задача

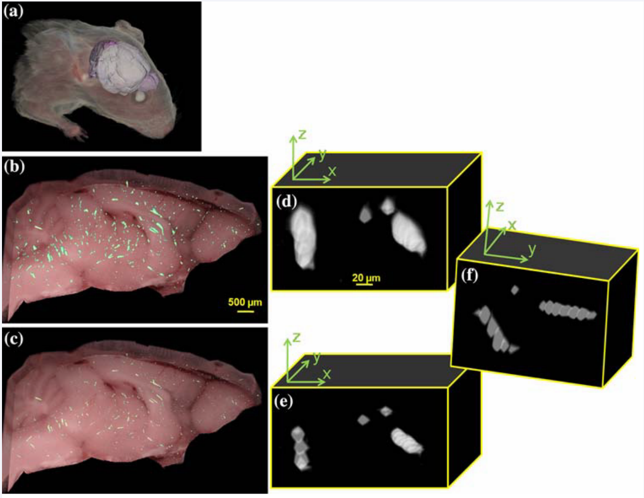


Рис.: Проблема смазанности трехмерных изображения

Аналогичная задача в 2D

Рис.: Пример двухмерного смазанного изображения

Модель искажения

Общепринятая модель размытия сигнала — свертка

$$\mathbf{I} = \mathbf{L} \otimes \mathbf{f} + \mathbf{n};$$

$\mathbf{I}$ — наблюдаемый размытый сигнал;
$\mathbf{L}$ — искомый неискаженный;
$\mathbf{f}$ — ядро свертки (point spread function, PSF);
$\mathbf{n}$ — шумовой сигнал.
Простейшая модель — ядро инвариантно по сдвигу в пространстве сигнала.

Регуляризационные фильтры

Инверсные фильтры с регуляризацией.
Фильтр Винера:

$$\hat{\mathbf{L}} = \mathbf{I} \otimes \mathbf{g}$$

Где образ Фурье ядра $\mathbf{g}$ получен по формуле:

$$G = \frac{F^* S}{|F|^2 S + N}$$

Регуляризатор — N. Используется множество модификаций на основе Байесовского подхода и регуляризации по Тихонову.

Итерационные схемы

Наиболее популярен метод Люси-Ричардсона. В предположении пуассоновского шума можно выписать следующие итерационные формулы:

$$\mathbf{Hf} = \mathbf{g};$$

$$\sum_j h_{ij} f_j = g_i; \quad h_{ij}, f_j, g_j > 0;$$

$$f_i = f_i \sum_k \frac{h_{ki} g_k}{\sum_j h_{kj} f_j}; \quad f^{n+1} = f^n \mathbf{H} * \frac{g}{\mathbf{H} f^n}$$

На практике в случае сходимости находит глобальный оптимум.

Подход на основе EM-алгоритма

Все описанные выше подходы требуют знания ядра. На практике его можно лишь как-то оценить. Задача деконволюции с одновременным восстановлением ядра — слепая деконволюция. Широкое распространение получил EM-алгоритм.
Скрытые переменные — $\mathbf{L}$, наблюдаемые — $\mathbf{I}$, параметры — $\mathbf{f}$.
Схема EM-алгоритма:

$$p(\mathbf{L}|\mathbf{I}, \mathbf{f}_{old}) = \frac{p(\mathbf{I}, \mathbf{L}|\mathbf{f}_{old})}{\sum_{\mathbf{L}} p(\mathbf{I}, \mathbf{L}|\mathbf{f}_{old})};$$

$$\mathbb{E}_{\mathbf{L}|\mathbf{I},\mathbf{f}_{old}} \log p(\mathbf{I}, \mathbf{L}|\mathbf{f}) = \sum_{\mathbf{L}} p(\mathbf{L}|\mathbf{I}, \mathbf{f}_{old}) \log p(\mathbf{I}, \mathbf{L}|\mathbf{f}) \to \max_{\mathbf{f}};$$

Статистика градиентов

На практике решение исходной задачи получается вырожденным. Необходимо введение дополнительных ограничений. Общепринятый подход — регулязирация на распределение градиентов в полученном изображении.

$$(\mathbf{L}, \mathbf{f}) = \arg\max \log p(\mathbf{L}, \mathbf{f}|\mathbf{I});$$

$$(\mathbf{L}, \mathbf{f}) = \arg\min_{\mathbf{L},\mathbf{f}} \lambda||\mathbf{L} \otimes \mathbf{f} - \mathbf{I}||^2 + \sum_i |\frac{d\mathbf{L}_i}{dx}|^\alpha + |\frac{d\mathbf{L}_i}{dy}|^\alpha$$

Однако попытка найти MAP-решение, минимизирующее ошибку свертки и разреженные производные напрямую не всегда приводит к успеху [Levin et al., 2009].

Квадратичное программирование

Оптимизация по ядру — задача квадратичного программирования.

$$E(\mathbf{f}) = \left(\sum_{\partial^* \in \Theta} w_{\kappa(\partial^*)} \|\partial^* \mathbf{L} \otimes \mathbf{f} - \partial^* \mathbf{I}\|^2\right) + \|\mathbf{f}\|^2, \quad f_i >= 0, \sum_i = 1;$$

В случае игнорирования ограничений можно решить «делением», а затем отбросить отрицательные значения и нормировать.

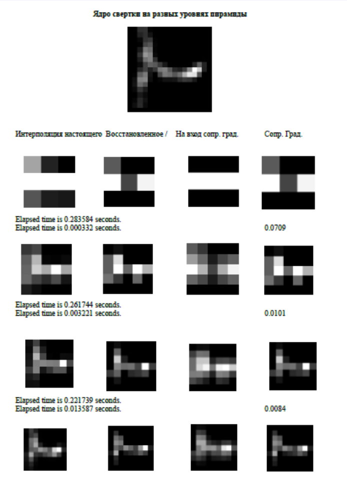
Подход Cho, Lee

Подход [Cho, Lee, 2009] — метод сопряженных градиентов. При использовании преобразования Фурье дает значительный (в десятки раз) прирост в скорости работы а также позволяет уменьшить объем используемой памяти. Точность сходимости к глобальному решению обеспечивается построением пирамиды разрешений.

$$E_k(\mathbf{f}) = ||Af - b||^2 + \beta||f||^2 = (Af - b)^T(Af - b) + \beta f^T f;$$

$$\frac{dE_k(\mathbf{f})}{d\mathbf{f}} = 2A^T A\mathbf{f} + 2\beta\mathbf{f} - 2A^T b;$$

Реализованная в ходе работы пирамида при восстановлении ядра



Восстановление изображения

Для восстановления с фиксированным ядром предлагается использоваться подход [Shan et al., 2009], модифицированным для работы с трехмерными данными. Этот алгоритм считается одним из лучших по качеству результата. Параметры алгоритма могут быть подобраны для получения оптимального качества.

Нахождения ядра свертки

Оптимизация по ядру была взята из [Cho, Lee, 2009]. Как дополнительный регуляризатор и для упрощения вычислений в модель была введена параметризация ядра свертки $\mathbf{f}(\theta)$. Формула для градиента функции:

$$\frac{dE_k(\mathbf{f})}{d\theta} = 2A^T A\mathbf{f}\frac{d\mathbf{f}}{d\theta} + 2\beta\mathbf{f}\frac{d\mathbf{f}}{d\theta} - 2A^T b\frac{d\mathbf{f}}{d\theta};$$

Сравнение алгоритмов

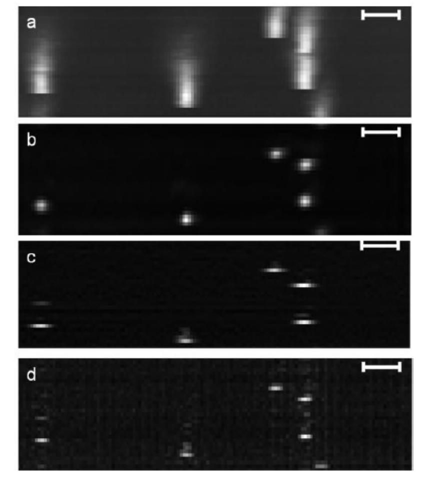


Рис.: Сравнение алгоритмов в 3D

Заключение

Результаты проведенной работы:

- Исследованы современные методы восстановления двухмерных смазанных изображений.
- Реализована тестовая программа, на основе которой проведено сравнение различных подходов.
- Предложен алгоритм для повышения качества трехмерных снимков.
- Оптимизация в параметрическом семействе ядер.
- Метод восстановления показал работоспособность на модельных данных.

Литература

- Shan Q., Jia J., Agarwala A. — High-quality Motion Deblurring from a Single Image. // ACM Transactions on Graphics (SIGGRAPH), 2008.
- Sunghyun Cho, Seungyong Lee — Fast Motion Deblurring. // Proceedings of SIGGRAPH ASIA, 2009.
- A Levin, Y.Weiss, F. Durand, W. Freeman. — Understanding and evaluating blind deconvolution algorithms. // In CVPR, 2009.
- A. Levin, Y. Weiss, F. Durand, W. T. Freeman. — Efficient Marginal Likelihood Optimization in Blind Deconvolution. // In CVPR, June 2011.
- KIM, S.-J., KOH, K., LUSTIG, M., AND BOYD, S. — An efficient method for compressed sensing. // In ICIP, 2007.

Ganapathy Krishnamurthi, Charlie Y. Wang, Grant Steyer, David L. Wilson — Removal of subsurface fluorescence in cryo-imaging using deconvolution. // 2010 11 October 2010 / Vol. 18, No. 21 / OPTICS EXPRESS

Спасибо за внимание