

ЭКОМОД – ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЙ ИНСТРУМЕНТ РАЗРАБОТКИ И ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЭКОНОМИКИ

ПОСПЕЛОВ И.Г., зав отделом ВЦ РАН, Москва

ПОСПЕЛОВА Л.Я., ст. н.с. ВЦ РАН, Москва

ХОХЛОВ М.А., Yandex LLC, Москва

В течение 40 лет в отделе разрабатываются модели советской и российской экономики с учетом особенностей фактически складывающихся экономических отношений и институтов.

☆ Модели позволяют дать системно согласованные качественные и количественные оценки состояния экономики, в том числе тех показателей, которые не наблюдаются экономической статистикой.

☆ Модели позволяют проводить сценарные расчеты для оценки последствий реализации тех или иных вариантов макроэкономической политики.

☆ Модели использовались для анализа эволюции структуры советской и российской экономики, а результаты их исследования составляют "летопись" экономической истории нашей страны в последние два десятилетия.

Сложные системы и особенности их моделирования

- **Сложные системы** – это системы, способные к **необратимому саморазвитию** (живой организм; биосфера; Земля в целом; человеческое общество и его подсистемы: технология, экономика, язык)
- Сложные системы **неэргодичны**, т.е. не показывают всех своих возможностей на наблюдаемой траектории. Исследование сложных систем выводит нас за пределы применимости **эмпирического метода**, который обеспечил триумф естественных наук в последние 300 лет.
- Опыт показывает, что сложной системы получается **много моделей**, не выводящихся как частный случай из какой бы то ни было универсальной «супермодели». Частные модели описывают **разные ракурсы** исследуемой системы. Они оперируют разными наборами понятий и пренебрегают отнюдь не малыми отклонениями от учтенных в них закономерностей.
- Систему моделей сложной системы можно рассматривать как математическую **категорию**. Понятия теории выступают в этом случае не как собрания частных случаев, а как **морфизмы**, отображающие одну частную модель в другие.

Структурные особенности макромоделей экономики, основанных на описании поведения экономических агентов

- **Аддитивные величины** (запасы материальных благ, финансовые требования и обязательства) удовлетворяют балансовым уравнениям вида

Скорость изменения запаса = алгебраическая сумма потоков

и можно считать, что каждый поток входит ровно в два баланса, причем с противоположными знаками.

- **Экономический агент** (потребитель, производитель, государство, торговец, и т.п.) описывается как **лицо, принимающее решение**, в первую очередь относительно **потоков** аддитивных величин.
- Экономический агент «не видит» всей системы, и при принятии решения опирается на **информационные переменные**: (цены, проценты, курсы, и т.п.)
- Поведение экономического агента часто описывается не явной процедурой, а **принципом оптимальности**

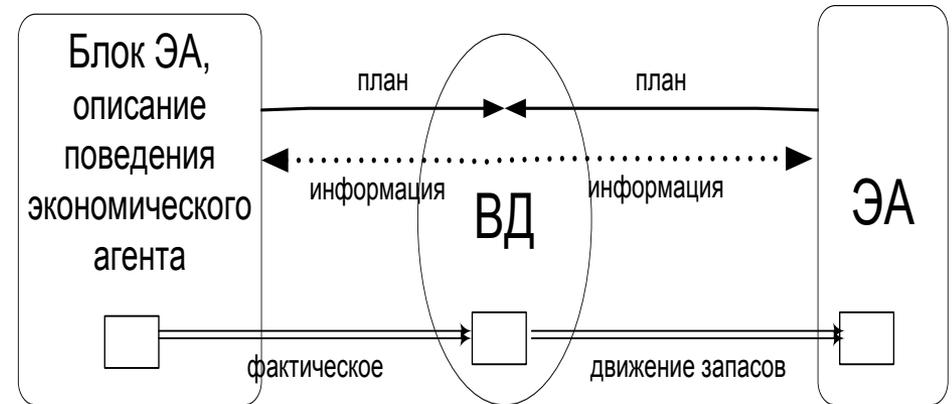
Модели экономической динамики и принципы оптимальности

- Задача оптимального планирования экономики в интересах потребителей может быть формально преобразована (декомпозирована) в задачу поиска рыночного равновесия. При этом в модели **возникают**
- экономические **агенты**: домохозяйства, производители, торговцы, банки с естественными целями и ограничениями.
- экономические **институты**: деньги, цены проценты, кредиты и сбережения

Описание поведения агентов

- **Динамическое равновесие** = баланс сил
- **Статистическое равновесие** = баланс вероятностей перехода
- **Экономическое равновесие** = баланс интересов

Совокупность показанных выше кривых = ОДНО РАВНОВЕСИЕ



❖ В модели **агенты** = лица, принимающих решение относительно величины потоков, находящихся в их «компетенции». **Балансы** служат внутренними **ограничениями** на возможности выбора агентов. Другими внутренними ограничениями служат **технологические ограничения**.

❖ Главная задача экономики – определить потоки обменов. Идея экономического равновесия: агенты предлагают **свои планы** величин потоков (спрос или предложение). Этот план условный – он зависит от значений особых **информационных переменных** (цен, процентов, курсов), значения которых приносят агенту информацию о состоянии всей системы. Допустимые сложившимися экономическими отношениями планы описываются **институциональными** (внешними) ограничениями, содержащими информационные переменные -- согласуются в процессе взаимодействия так, чтобы **по всей системе выполнялись включенные в модель балансовые соотношения**.

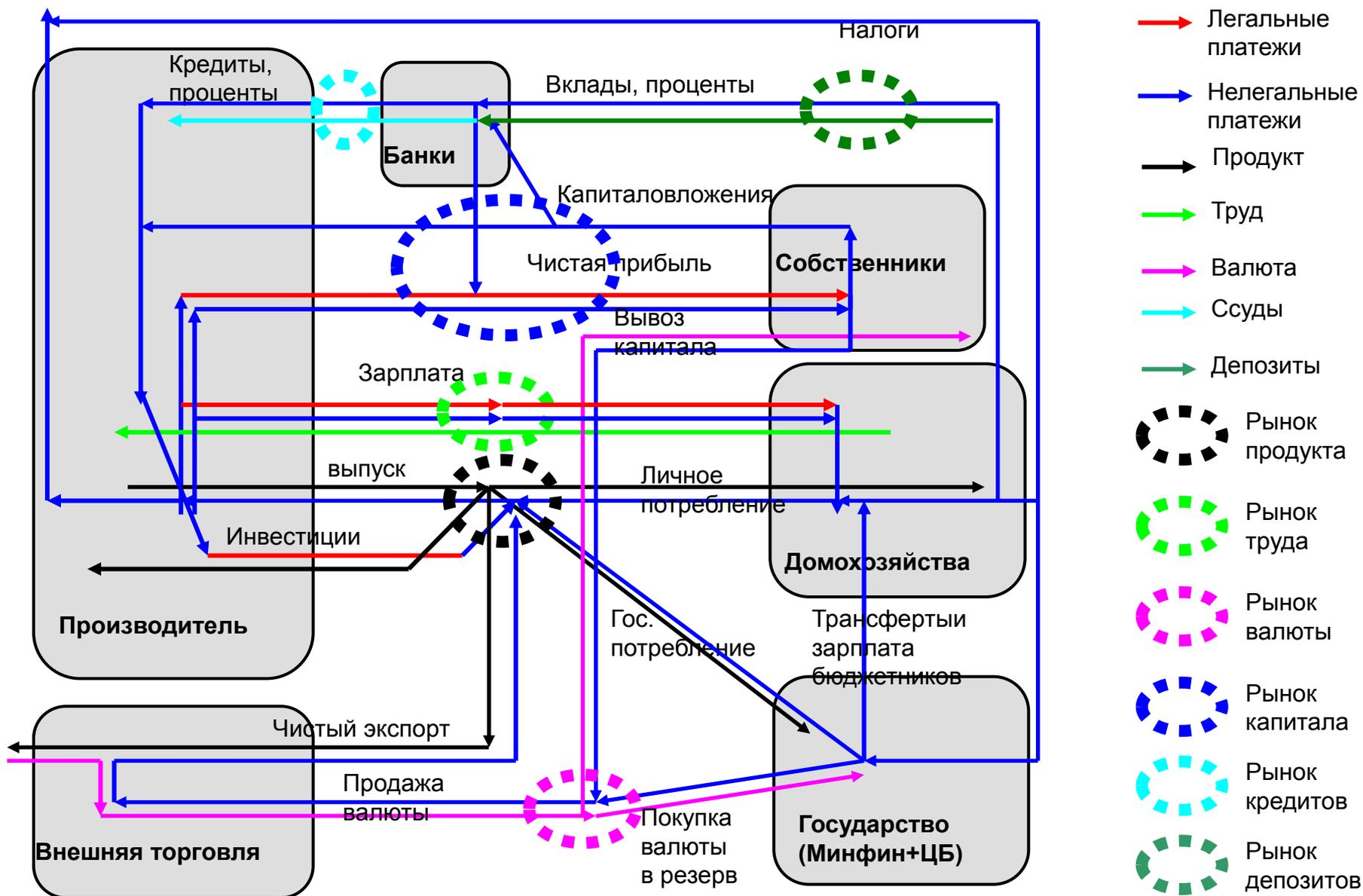
Каноническая форма модели экономики

- **Каноническая форма** модели – это система классификация соотношений и переменных модели. Эта классификация несет информацию, о семантике модели не содержащуюся в самих соотношениях.

Каноническая форма опирается на **структурные характеристики** (запас, поток, агент переменная), а не на конкретное экономическое значение (производство, потребление, цена),

- Доказана **единственность** канонической формы.
- Выявлены **признаки близости** канонических форм, которые позволяют оценить корректность заимствования описаний блоков из одной модели в другую.

Оценка теневого оборота в экономике России



ФУНКЦИИ СИСТЕМЫ ЭКОМОД

- Система ЭКОМОД, реализованная в среде компьютерной алгебры Maple, поддерживает все этапы разработки и использования модели в канонической форме:
 - **Описание блоков**
 - Контроль синтаксиса
 - Контроль размерности
 - Автоматическая генерация условий оптимальности
 - Использование упрощенных обозначений
 - **Сборка модели**
 - Контроль системы балансов
 - Контроль информационных связей агентов
 - Некоторые гарантии от смешения обозначений
 - **Аналитическое исследование модели**
 - Автоматическое упрощение системы соотношений на основе их семантики
 - Возможность узнать исходный вид и смысл соотношений после любых преобразований
 - Контроль корректности переобозначений
 - Сохранение дерева вариантов преобразований в файловой системе
 - Возможность быстро повторить все преобразования при модификации исходных гипотез
 - **Расчеты по модели** (идентификация, верификация, численные эксперименты)
 - Сохранение стандартной математической нотации до самого расчета
 - **Представление и хранение результатов расчетов**

Пример записи фрагмента модели в системе ЭКОМОД

В данном блоке система ограничений описывает пять функций банка:

- Выдача ссуд производителям (J35.mws)
- Прием депозитов населения (H32.mws)
- Проведение безналичных расчетов через расчетные счета производителей и корреспондентские счета в ЦБ (CB1.mws)
- Уплата налогов государству (G1.mws)
- Выплата доходов собственникам (C32.mws)
- Материальными затратами банков мы здесь пренебрегаем, ограничиваясь описанием итога чисто финансовых операций.
- Мы также пренебрегаем участием банков в теневом обороте, считая, что этот оборот обслуживается наличными деньгами без кредитов.

Система ограничений => L_Relations;

Выдача ссуд

Предполагается, что банк предоставляет производителям [J35.mws](#) (и только им) срочный кредит под сложный процент $r_l(t)$ на срок $\frac{1}{\beta_k}$. Общий объем подлежащих возврату ссуд, который банк планирует иметь в момент времени t , обозначается через $L(t)$.

Эта величина возрастает за счет неотрицательного потока новых кредитов и убывает за счет потока погашений. Если кредит выдается на срок $\frac{1}{\beta_k}$, то поток погашений составит примерно $\beta_k L(t)$. Обозначая через $LdL(t)$ нетто-кредиты (разность новых кредитов и погашений), получаем дифференциальное уравнение изменения $L(t)$ и неравенство на $LdL(t)$, выражающее неотрицательность вновь выданных кредитов..

> Balance(ВМ, `срочные ссуды`, `деньги`, ϕ , diff(L(t),t) = _(`нетто-кредиты`,LdL(t)), LdL(t) >= -(`срок ссуд`^(-1)` ,beta[k])*_(`объем ссуд`,L(t))):

$$\frac{d}{dt}L(t) = LdL(t)$$

$$-\beta_k L(t) \leq LdL(t)$$

Величина $L(t)$ должна быть неотрицательной. Это наиболее частый вид простого ограничения. В данном случае мы его не вводим, поскольку, как легко видеть, неравенство $0 \leq L(t)$ следует из $-\beta_k L(t) \leq LdL(t)$ и $\frac{d}{dt}L(t) = LdL(t)$ при условии, что начальный объем ссуд неотрицателен.

> Role(`кредитор`, 1, _(`поток кредитов`, KdL(t)) = LdL(t), _(`процентные платежи по кред`, rL(t)) = _(`процент по кредитам`, r[1](t))*L(t)):

$$KdL(t) = LdL(t)$$

$$rL(t) = r_l(t) L(t)$$

МОДЕЛЬ ЭКОНОМИКИ РОССИИ 2004-2009 гг.:

- ❖ Исходное структурированное представление модели состоит из 162 динамических и конечных нелинейных уравнений, для которых ставится **краевая задача**.
- ❖ **Вся совокупность траекторий = одно экономическое равновесие**
- ❖ В качестве **экзогенных переменных** выступают **индексы экспортных и импортных цен, численность занятых**, а также государственная экономическая политика, описываемая переменными:
 - **государственного потребления**
 - **субсидий населению**
 - **валютного курса**
 - **учетной ставки ЦБ**
 - **налогов, пошлин**
- ❖ Система уравнений модели содержит 50 постоянных параметров, из которых 30 идентифицируются независимо от модели (ставки налогов, параметры производственных функций и др.), а 20 служат для «подгонки».
- ❖ Модель идентифицируется по официальной **несглаженной квартальной статистике**.

Информационная технология создания моделей

Система ЭКОМОД, в среде компьютерной алгебры **Maple**, поддерживает все этапы разработки и использования модели в канонической форме:

Описание блоков

Контроль синтаксиса, Контроль размерности, Автоматическая генерация условий оптимальности, Использование упрощенных обозначений

Сборка модели

Контроль системы балансов, Контроль информационных связей агентов, Некоторые гарантии от смешения обозначений

Аналитическое исследование модели

Автоматическое упрощение системы соотношений на основе их семантики,

Возможность узнать исходный вид и смысл соотношений после любых преобразований,

Контроль корректности переобозначений,

Сохранение дерева вариантов преобразований в файловой системе, Возможность быстро повторить все преобразования при модификации исходных гипотез

Расчеты по модели (идентификация, верификация, численные эксперименты, **Сохранение стандартной математической нотации до самого расчета**

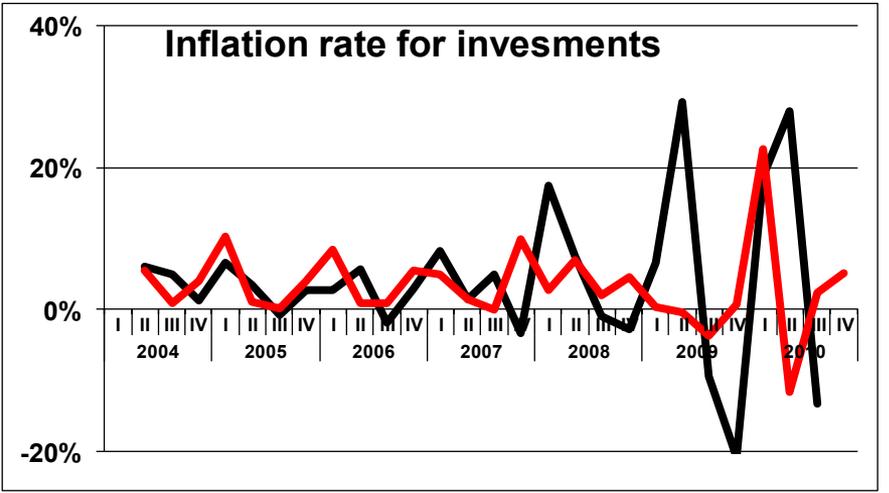
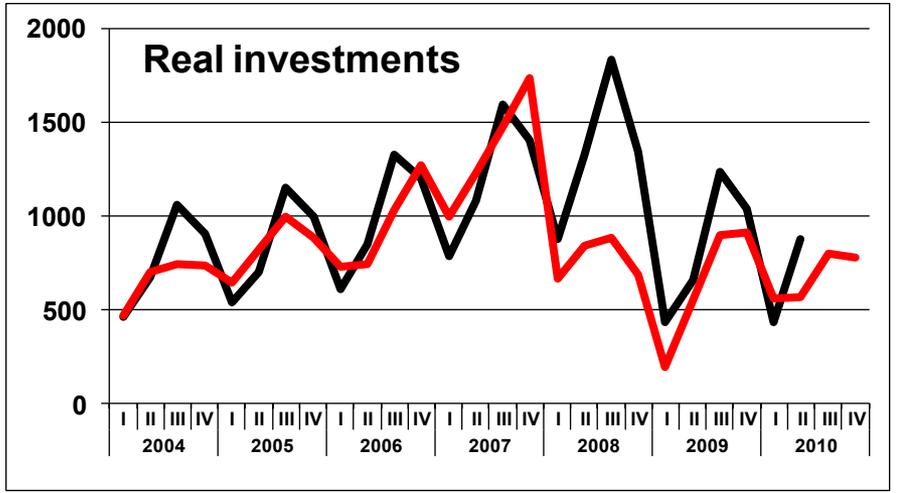
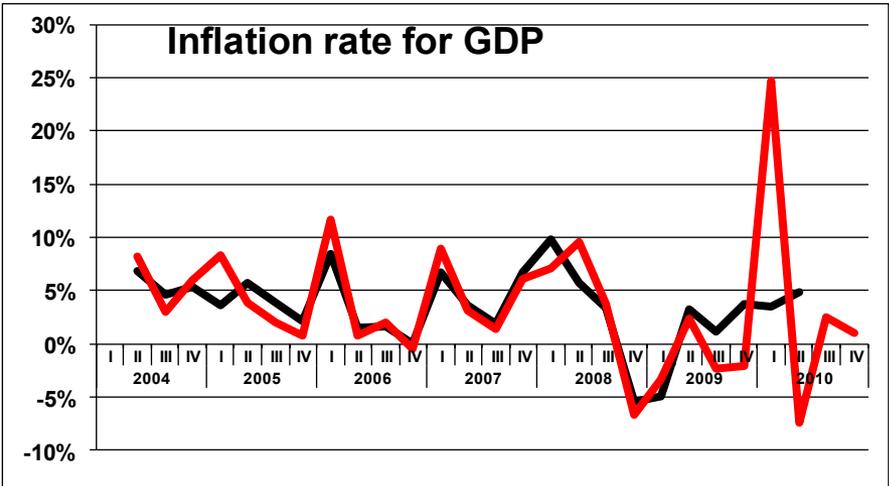
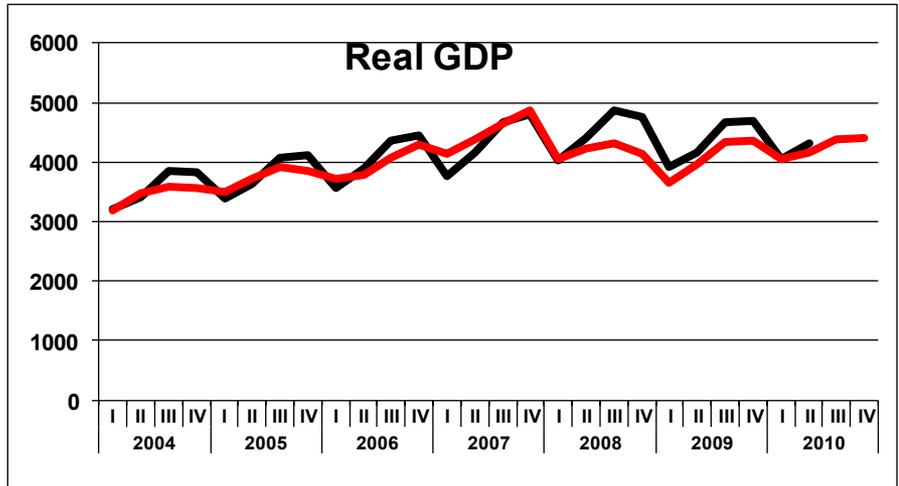
Представление и хранение результатов расчетов

Model of Intertemporal Equilibrium of Russian Economy of 2004-2009

numerical results

— statistics

— model

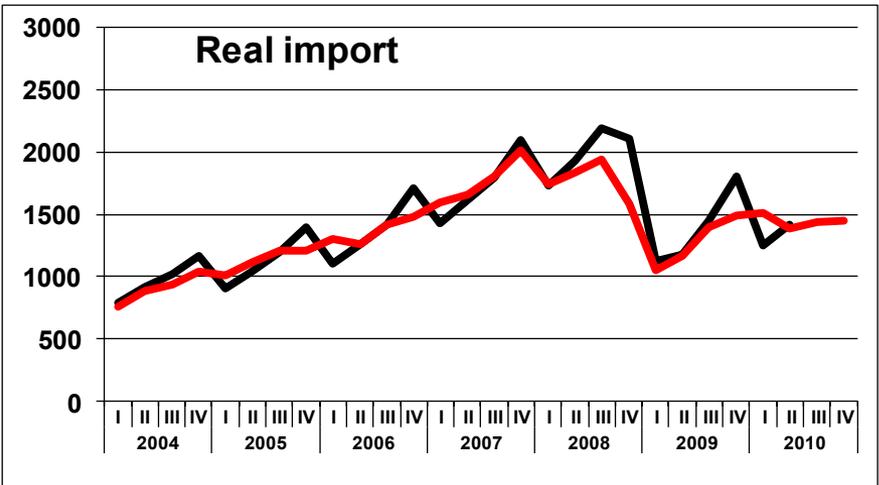
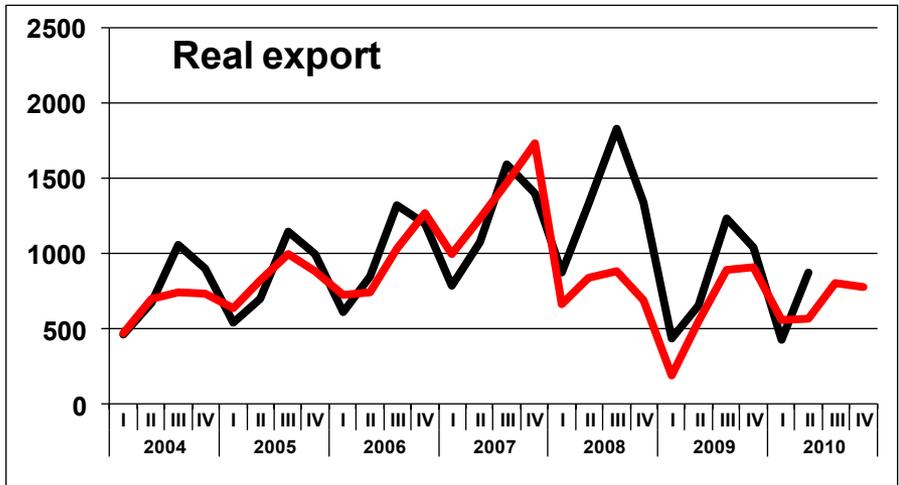
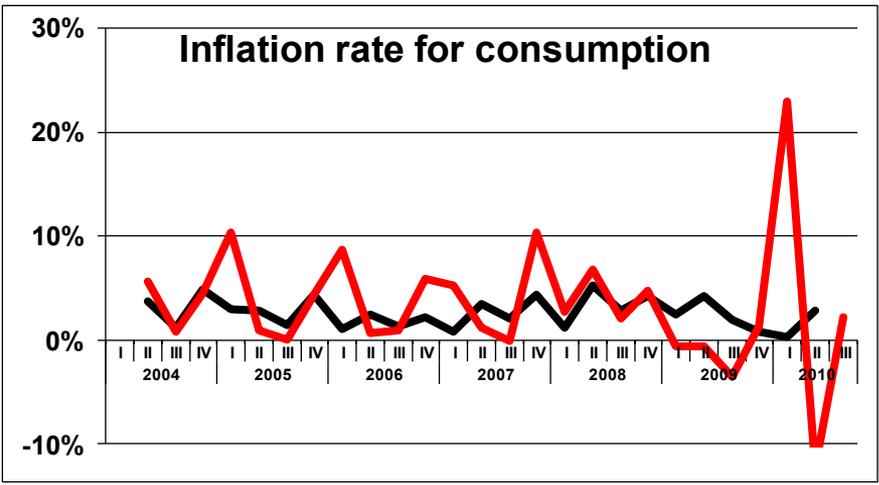
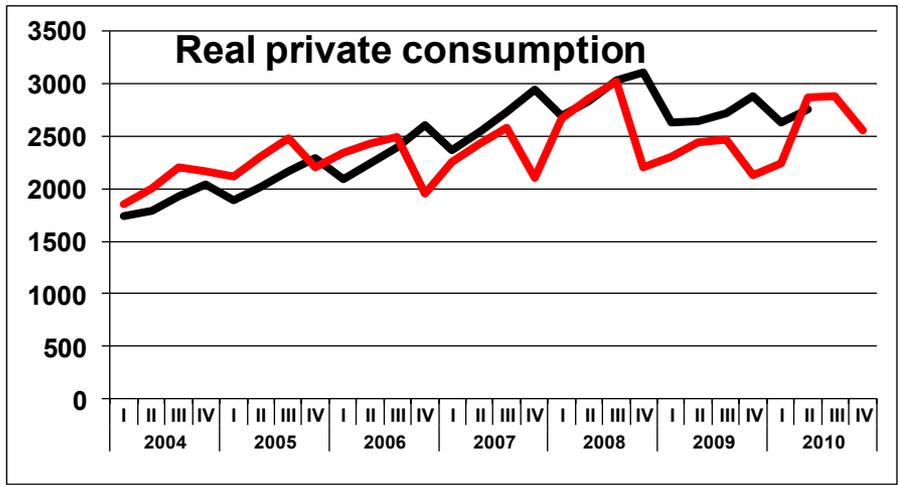


Model of Intertemporal Equilibrium of Russian Economy of 2004-2009

numerical results

— statistics

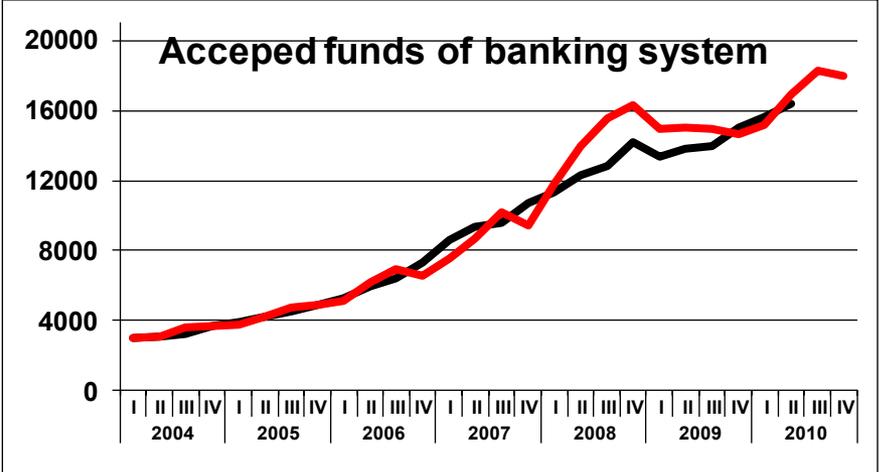
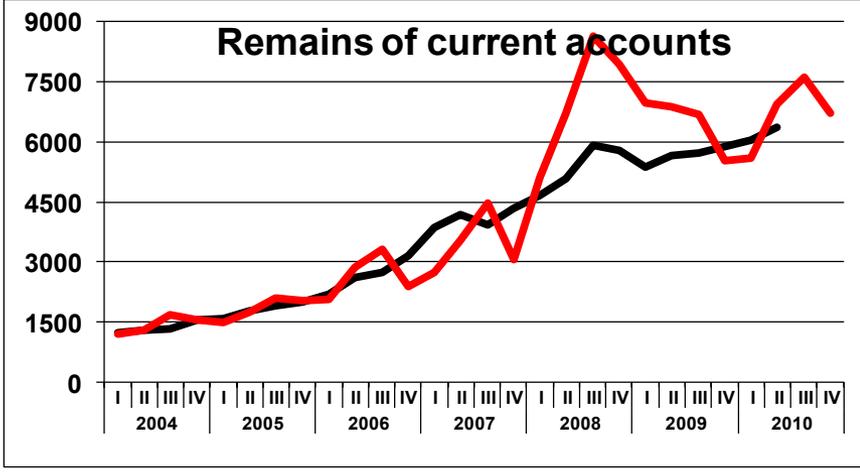
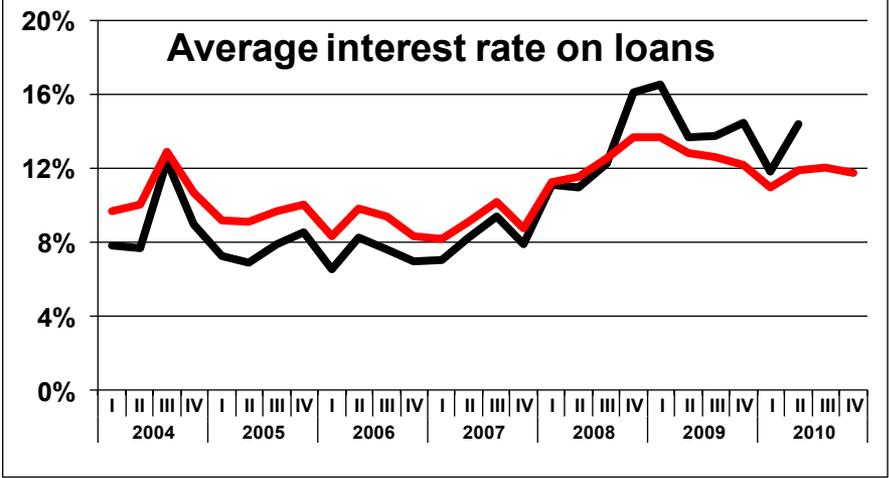
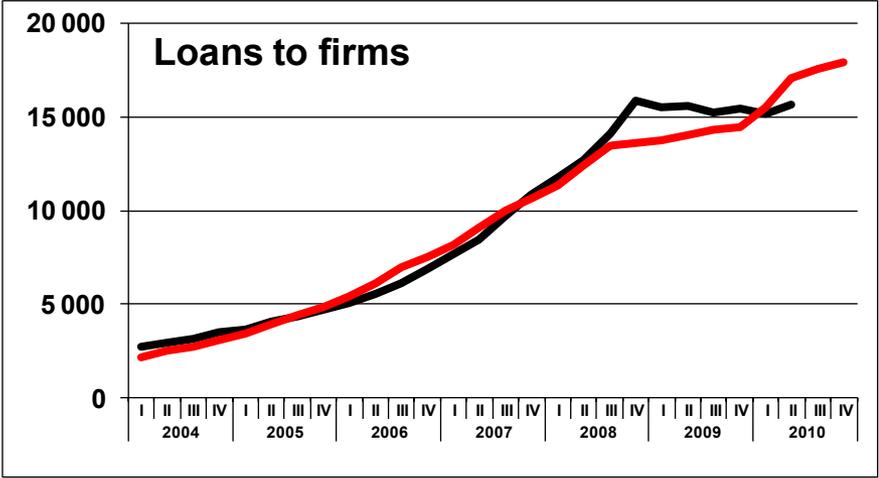
— model



Model of Intertemporal Equilibrium of Russian Economy of 2004-2009

numerical results

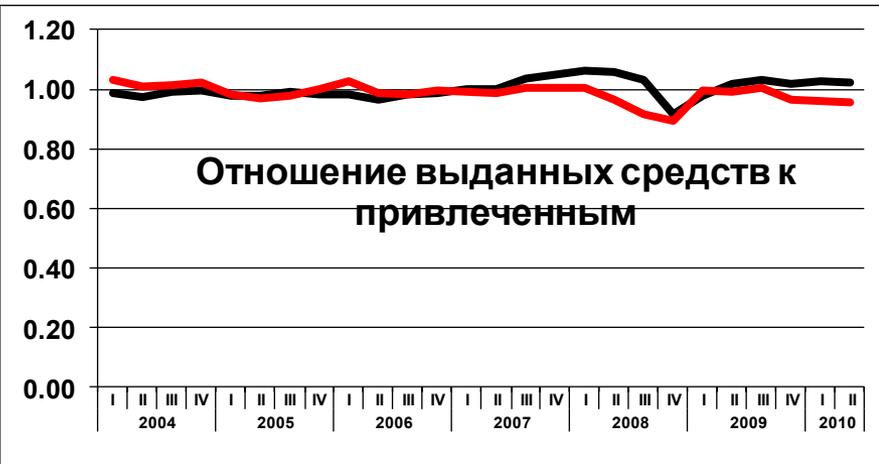
- statistics
- model



Model of Intertemporal Equilibrium of Russian Economy of 2004-2009

numerical results

statistics 
 model 



ПРИМЕР ВВОДА ОПИСАНИЯ АГЕНТА (БАНК) [J35.mws](#)

Балансы:

ссуды

Коммерческий банк предоставляет инвестору в единицу времени $> _(\text{'срочный кредит'}, L(t))$: под

$> _(\text{'процент по кредитам'}, r[1](t))$:

$> \text{Balance}(\text{BAM}, \text{'срочные ссуды'}, \text{'деньги'}, \phi, \text{diff}(L(t), t) = LdL(t), LdL(t) \geq -\text{beta}[k]*L(t))$:

$$\frac{\partial}{\partial t} L(t) = LdL(t)$$

$$-\beta_k L(t) \leq LdL(t)$$

$> \text{Role}(\text{'кредитор'}, l, _(\text{'поток кредитов'}, KdL(t)) = LdL(t), _(\text{'процентные платежи по кред'}, rL(t)) = r[1](t)*L(t))$:

$$KdL(t) = LdL(t)$$

$$rL(t) = r_l(t) L(t)$$

депозиты $> _(\text{'депозиты'}, S(t))$; банк принимает у собственников и домашних хозяйств на срок $1/\text{beta}[s]$, под $> _(\text{'процент по депозитам'}, r[s](t))$;

$> \text{Balance}(\text{BASH}, \text{'депозиты'}, \text{'деньги'}, \pi, \text{diff}(S(t), t) = _(\text{'прирост депозитов'}, SdS(t)), SdS(t) \geq -\text{beta}[s]*S(t))$:

$$\frac{\partial}{\partial t} S(t) = SdS(t)$$

$$-\beta_s S(t) \leq SdS(t)$$

$> \text{Role}(\text{'заемщик'}, s, _(\text{'поток вкладов'}, KdS(t)) = SdS(t), _(\text{'процентные платежи по деп'}, rS(t)) = r[s](t)*S(t))$:

$$KdS(t) = SdS(t)$$

$$rS(t) = r_s(t) S(t)$$

расчетный счет J

$> _(\text{'остатки расчетных счетов инвестора'}, N(t))$:

$$N(t)$$

$> \text{Balance}(\text{BNAL}, \text{'расчетный счет J'}, \text{'деньги'}, \pi, \text{diff}(N(t), t) = NdN(t), N(t) \leq NJ[n](t))$:

$$\{ 0 \leq -\rho_B(t) (\zeta_n - 1) \}$$

$$0 = \Omega_B(T) - e^{(\gamma(T-t_0))} \Omega_B(t_0)$$

$$\psi 3_B(T) = -1$$

$$\psi 1_B(T) = 1$$

$$[\rho_B(t)] [K_B(t) - \zeta_n N_B(t) - \zeta_s S_B(t)]$$

$$0 = NJ_n(t) - N_B(t)$$

$$[-\psi 3_B(t) - 1] [SdS_B(t) + \beta_s S_B(t)]$$

$$[1 - \psi 1_B(t)] [LdL_B(t) + \beta_k L_B(t)]$$

$$0 = LdL_B(t) - \left(\frac{\partial}{\partial t} L_B(t) \right)$$

$$0 = SdS_B(t) - \left(\frac{\partial}{\partial t} S_B(t) \right)$$

$$0 = SdS_B(t) - r_s(t) S_B(t) - LdL_B(t) + r_l(t) L_B(t) + \left(\frac{\partial}{\partial t} N_B(t) \right) - Ub_b(t) \theta_B - n r_l(t) L_B(t) + n r_s(t) S_B(t) - \left(\frac{\partial}{\partial t} K_B(t) \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \psi 3_B(t) = \psi 3_B(t) \rho_B(t) - n r_s(t) + \beta_s \psi 3_B(t) + \beta_s + r_s(t) + \rho_B(t) \zeta_s$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \psi 1_B(t) = \psi 1_B(t) \rho_B(t) - r_l(t) + r_l(t) n - \beta_k + \beta_k \psi 1_B(t)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \Omega_B(t) = -Ub_b(t) \theta_B - NJ_n(t) \rho_B(t) \zeta_n + NJ_n(t) \rho_B(t) + \Omega_B(t) \rho_B(t)$$

$$\Omega_B(t) = K_B(t) + \psi 1_B(t) L_B(t) - N_B(t) + \psi 3_B(t) S_B(t)$$

$$v_B(t) = 1$$

$$f_B(t) = -NJ_n(t) \rho_B(t) \zeta_n + NJ_n(t) \rho_B(t)$$

МОДЕЛЬ МЕЖВРЕМЕННОГО РАВНОВЕСИЯ ЭКОНОМИКИ РОССИИ ДЛЯ ОЦЕНКИ РАЗМЕРОВ ТЕНЕВОГО ОБОРОТА [35_ Модель.mws](#)

$$\frac{d}{dt} p(t) = \iota(t) p(t) \quad 0 = A M(t) + R_{-s}(t) B e^{(b t - b t_0)} - Y(t) \quad \frac{d}{dt} M(t) = J(t) - \kappa M(t) \quad \frac{d}{dt} FK(t) = p(t) J(t) - \beta_a FK(t)$$

$$(\zeta_n - 1) N(t) + (-1 + \zeta_s) S(t) + (-g(t) + 1) L(t) =$$

$$N(t) e^{\left(\frac{ep l \rho_B(t)}{\delta} - \frac{ep l r b}{\delta} \right)}$$

$$0 = N(t) + (-g(t) - 1) L(t) + (1 + nd) Ab(t)$$

$$+ \left(1 - nl + \rho(t) \tau_y - \frac{\Psi(t)}{p(t)} \right) FK(t) + \psi(t) M(t)$$

$$\frac{d}{dt} L(t) = \sigma Y(t) p(t) e^{(-g(t) \varepsilon)} - \beta_k L(t)$$

$$\frac{d}{dt} Q(t) = -\mu Q(t) - J(t) - V_{-s}(t) + Y(t)$$

$$\frac{d}{dt} S(t) = (N_{-s}(t) + V_{-s}(t)) p(t) + (-1 + (1 - nv) P(t)) p(t) Y(t) + p(t) J(t) + \left(\frac{1}{q(t)} - \mu + \iota(t) \right) S(t)$$

$$0 = N(t) - p(t) \tau_y J(t)$$

$$+ (-\tau_s nv ar + \tau_s ar - \tau_s (kr - 1) (nv - 1) P(t)) p(t) Y(t)$$

$$0 = Ab(t) + (-\tau_{bl} ar + \tau_{bl} nv ar + \tau_{bl} kr (nv - 1) P(t)) p(t) Y(t)$$

$$0 = (kn - (\tau_{bl} nd kr + \tau_{bl} kr + \tau_s - \tau_s kr) (nv - 1) \rho(t)) P(t) + (-B an e^{(b t - b t_0)} - B ar (-\tau_s + nd \tau_{bl} + \tau_{bl}) (nv - 1) e^{(b t - b t_0)}) \rho(t)$$

$$R_{-s}(t)/Y(t)$$

$$\frac{d}{dt} \rho(t) = -\frac{\beta_a nl - nn \beta_a + A an}{\tau_y} + \rho(t)^2 - (-\beta_a \tau_y - 1 - nd \tau_{bl} A ar - \tau_s nv A ar + \tau_s A ar + nl + \tau_{bl} nv A ar - \tau_{bl} A ar + nd \tau_{bl} nv A ar)$$

$$\rho(t) / \tau_y + \frac{\left(\frac{-\beta_a + \kappa}{\tau_y} - \frac{\iota(t)}{\tau_y} \right) \Psi(t)}{p(t)}$$

$$\frac{d}{dt} \psi(t) = (\kappa + \rho(t)) \psi(t)$$

$$+ (-A an - A ar (nv - 1) (-\tau_s + nd \tau_{bl} + \tau_{bl}) \rho(t)) p(t)$$

$$\iota(t) = \mu + \frac{(-1 + \zeta_s) \rho_B(t)}{nv - 1 + np} - \frac{1}{q(t)}$$

$$\frac{d}{dt} g(t) = \beta_k g(t) + \frac{(g(t) + 1) (nv - 1 + np) \rho(t)}{np - nn + nv - 1} - \frac{nn (-1 + g(t)) \rho_B(t)}{np - nn + nv - 1}$$

$$\frac{d}{dt} q(t) = (-\eta \mu + \Delta + \mu) q(t) - 1$$

$$+ \frac{-\eta q(t) V_{-s}(t) - \eta q(t) J(t) + q(t) Y(t) \eta}{Q(t)}$$

Предварительные результаты

