

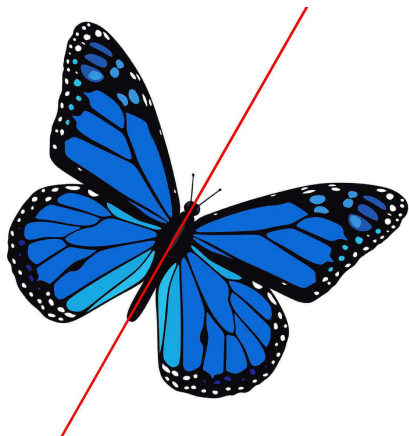


Метод распознавания осевой симметрии объектов на цифровых изображениях

Журавская Александра Валерьевна
Местецкий Леонид Моисеевич

Московский Государственный Университет имени М.В.Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики
Кафедра математических методов прогнозирования

28 ноября 2019 г.



Симметрия играет важную роль для генерации признаков и классификации формы объектов в задачах распознавания формы изображений.

Актуальная задача - оценка степени осевой симметрии для объектов на цифровых изображениях.

Постановка задачи

Исходные данные и контурное описание



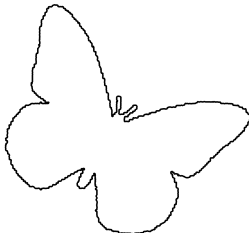
Входные данные: бинарные изображения, содержащие силуэт объекта.

Найти: симметричные объекты, определить оси симметрии и оценить степень симметричности объектов.

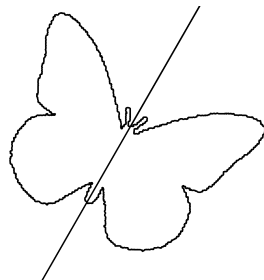
Цель исследования: оценить возможности использования Фурье-дескрипторов для решения задачи.



1. Силуэт объекта



2. Контур объекта



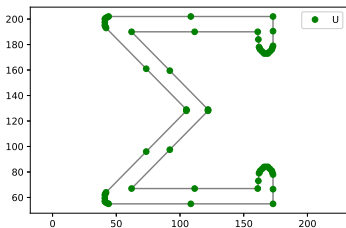
3. Ось симметрии
контура

Фурье-дескриптор для цифровой кривой

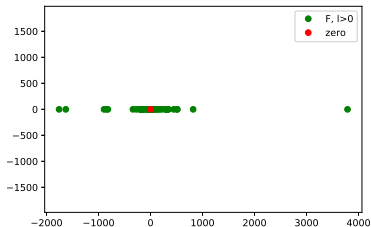


Представим контур фигуры как последовательность точек в комплексной плоскости: $U = \{u_l\}_{l=0}^{N-1}$.

Выполним для U дискретное преобразование Фурье: получим последовательность коэффициентов $F = \{f_l\}_{l=0}^{N-1}$ – дескриптор Фурье фигуры, описанной контуром U .



1. Контур объекта:
последовательность точек на
комплексной плоскости



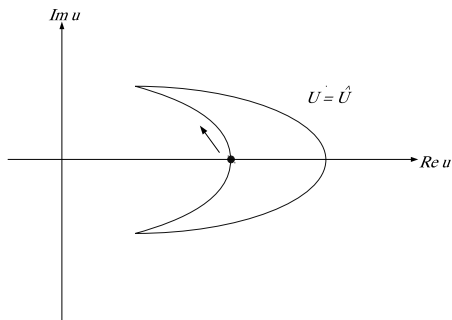
2. Дескрипторы Фурье при
правильном выборе начальной
точки контура

Критерий осевой симметрии



Контур U будем называть **идеальным**, если выполнены условия:

$$\begin{aligned} \operatorname{Im}(u_0) &= 0, \\ u_l &= u_{N-l}^*, \quad l = 1..N-1. \end{aligned}$$



Утверждение (необходимое условие идеального контура)

Пусть $U = \{u_l\}_{l=0}^{N-1}$ – идеальный контур.

Тогда для дескриптора Фурье $F = \{f_l\}_{l=0}^{N-1}$ контура U равенство $\operatorname{Im}(f_l) = 0$ выполнено для всех $l = 0..N-1$.

Метод решения задачи

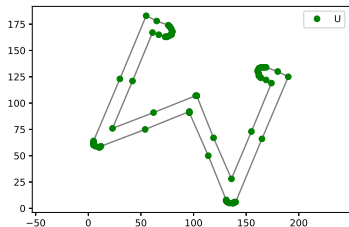
Свойства Фурье-дескриптора



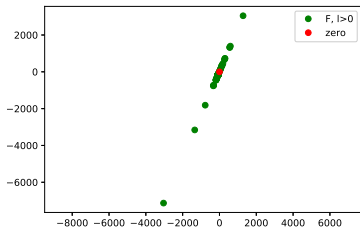
Преобразование	Точки контура $u'_l, l = \overline{0, N-1}$	Дескрипторы Фурье $f'_l, l = \overline{0, N-1}$
Сдвиг на вектор Δu	$u_l + \Delta u$	$f_l + \Delta u, \quad l = 0$ $f_l, \quad l \neq 0$
Поворот вокруг (0, 0) на угол α	$u_l \cdot \exp(i\alpha)$	$f_l \cdot \exp(i\alpha)$
Сдвиг начала об- хода контура	$u_{(l+p) \bmod N}$	$f_l \cdot \exp(i \cdot \frac{2\pi}{N} \cdot l \cdot p)$

Идея метода: найти такое преобразование исходного контура, при котором результат будет наиболее близок к идеальному.

Критерий: чем меньше $\sum_{l=0}^{N-1} (\text{Im } f'_l)^2$, тем больше контур похож на идеальный.



1. Контур объекта



2. Дескриптор Фурье, $l > 0$

Необходимое условие осевой симметрии

Пусть контур $U = \{u_l\}_{l=0}^{N-1}$ является симметричным: существует точка контура u_p , лежащая на оси симметрии, угол наклона которой равен α . $F = \{f_l\}_{l=0}^{N-1}$ – дескриптор Фурье контура U . Тогда равенство $\text{Im}(f_l \cdot \exp(i \cdot \frac{2\pi}{N} \cdot l \cdot (N - p)) \cdot \exp(-i\alpha)) = 0$ выполнено для всех $l = 1..N - 1$.

Метод решения задачи

Поиск параметров оси симметрии и мера симметричности



Мера симметричности контура относительно прямой, проходящей через вершину u_p , и имеющую угол наклона α ?

$$t(\alpha, p) = \sum_{l=1}^{N-1} \operatorname{Im}(f_l \cdot \exp(i \cdot \frac{2\pi}{N} \cdot l \cdot (N - p)) \cdot \exp(-i\alpha))^2 \geq 0$$

Утверждение

Если α – угол наклона оси симметрии, проходящей через точку u_p , то $t(\alpha, p) \approx 0$.

$$\alpha(p) = \operatorname{argmin}_{\alpha \in [0, \pi)} t(\alpha, p), \quad p = 0..N - 1$$

Метод решения задачи



Поиск параметров оси симметрии и мера симметричности

Мера симметричности контура относительно прямой, проходящей через вершину u_p , и имеющую угол наклона $\alpha(p)$?

$$Q(p) = \frac{\sqrt{t(\alpha(p), p)}}{N-1} \geq 0$$

Утверждение

Если ось симметрии проходит через вершину u_p , то $Q(p) \approx 0$.

$$P = \underset{p=0..N-1}{\operatorname{argmin}} Q(p), \quad Q(P) = Q$$

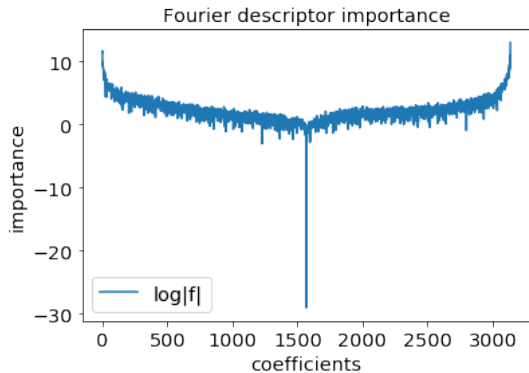
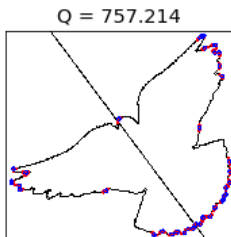
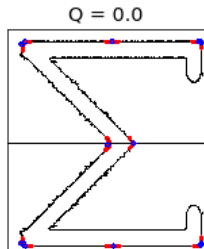
Утверждение

Если контур U имеет ось симметрии, то $Q \approx 0$.



- 1 Построить цифровой контур бинарного объекта (8-смежная последовательность 4-граничных точек); $O(N)$
- 2 Построить Фурье-дескриптор на основе быстрого преобразования Фурье; $O(N \log N)$
- 3 Направленным перебором по точкам контура найти наилучшее значение критерия симметрии. $O(N^2)$

Методы сокращения количества вычислений



Ускоренный вариант алгоритма



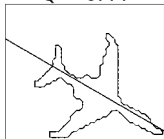
- 1 Построить цифровой контур бинарного объекта (8-смежная последовательность 4-граничных точек); $O(N)$
- 2 Построить Фурье-дескриптор на основе быстрого преобразования Фурье; $O(N \log N)$
- 3 Направленным перебором по точкам контура **определяемым по выпуклой оболочке** найти точку с наилучшим значением **усеченного** критерия симметрии; $O(N \log N + mk)$
- 4 **В окрестности найденной точки** найти точное значение критерия симметрии и выбрать оптимальную точку. $O(N)$

Здесь m – количество точек для перебора, k – количество слагаемых усеченных сумм.

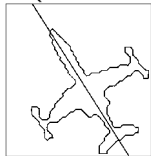
Вычислительные эксперименты



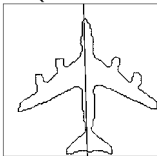
$Q = 0.44$



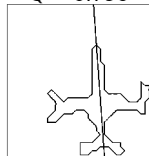
$Q = 0.569$



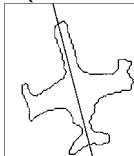
$Q = 0.646$



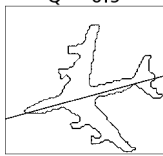
$Q = 0.796$



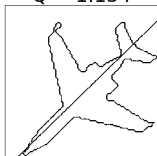
$Q = 0.855$



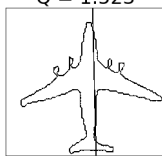
$Q = 0.9$



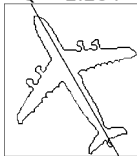
$Q = 1.134$



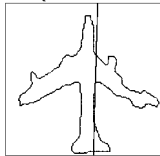
$Q = 1.523$



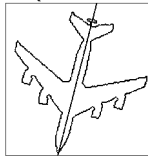
$Q = 2.284$



$Q = 3.288$



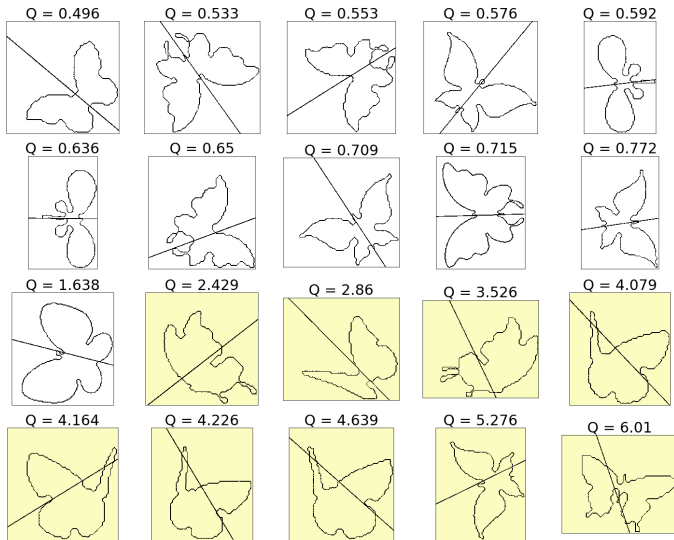
$Q = 3.373$



$Q = 4.098$



Вычислительные эксперименты





- 1 Разработан метод оценки симметричности объектов на цифровом изображении, основанный на использовании Фурье-дескрипторов;
- 2 Доказана корректность данного метода;
- 3 Разработан эффективный алгоритм определения оси симметрии дискретного бинарного силуэта;
- 4 Проведены вычислительные эксперименты, подтверждающие работоспособность, эффективность и практическую полезность данного алгоритма.