

# Вероятностные тематические модели

## Лекция 3. Оценивание качества тематических моделей

К. В. Воронцов  
[vokov@forecsys.ru](mailto:vokov@forecsys.ru)

Этот курс доступен на странице вики-ресурса  
<http://www.MachineLearning.ru/wiki>  
«Вероятностные тематические модели (курс лекций, К.В.Воронцов)»

МФТИ – ФИЦ ИУ РАН • 18 сентября 2019

## 1 Измерение качества тематических моделей

- Правдоподобие и перплексия
- Интерпретируемость и когерентность
- Разреженность и различность

## 2 Эксперименты с регуляризацией

- Проблема определения числа тем
- Проблема несбалансированности тем
- Комбинирование регуляризаторов

## Напоминания. Задача тематического моделирования

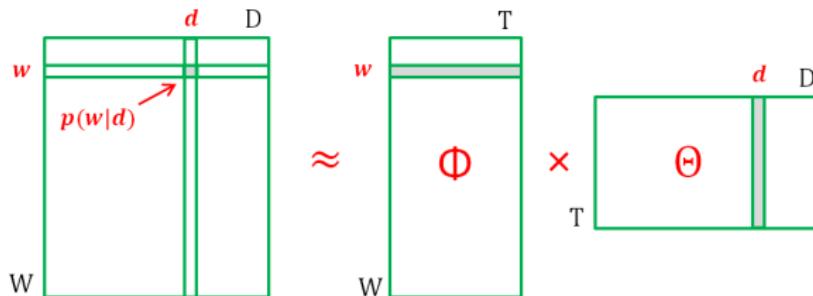
Дано: коллекция текстовых документов,  $p(w|d) = \frac{n_{dw}}{n_d}$

Вероятностная тематическая модель:

$$p(w|d) = \sum_{t \in T} p(w|t)p(t|d) = \sum_{t \in T} \phi_{wt}\theta_{td}$$

Найти: параметры модели  $\phi_{wt} = p(w|t)$ ,  $\theta_{td} = p(t|d)$

Это задача стохастического матричного разложения:



Максимизация  $\log$  правдоподобия с регуляризатором  $R$ :

$$\sum_{d,w} n_{dw} \ln \sum_t \phi_{wt} \theta_{td} + R(\Phi, \Theta) \rightarrow \max_{\Phi, \Theta}$$

EM-алгоритм: метод простой итерации для системы уравнений

E-шаг:  $p_{tdw} \equiv p(t|d, w) = \text{norm}_{t \in T}(\phi_{wt} \theta_{td})$

M-шаг: 
$$\begin{cases} \phi_{wt} = \text{norm}_{w \in W} \left( n_{wt} + \phi_{wt} \frac{\partial R}{\partial \phi_{wt}} \right), & n_{wt} = \sum_{d \in D} n_{dw} p_{tdw} \\ \theta_{td} = \text{norm}_{t \in T} \left( n_{td} + \theta_{td} \frac{\partial R}{\partial \theta_{td}} \right), & n_{td} = \sum_{w \in d} n_{dw} p_{tdw} \end{cases}$$

где  $\text{norm}_{t \in T}(x_t) = \frac{\max\{x_t, 0\}}{\sum_{s \in T} \max\{x_s, 0\}}$  — операция нормирования вектора.

Максимизация  $\log$  правдоподобия с  $k$  регуляризаторами  $R_i$ :

$$\sum_{d,w} n_{dw} \ln \sum_t \phi_{wt} \theta_{td} + \sum_{i=1}^k \tau_i R_i(\Phi, \Theta) \rightarrow \max_{\Phi, \Theta},$$

где  $\tau_i$  — коэффициенты регуляризации.

EM-алгоритм: метод простой итерации для системы уравнений

$$\begin{aligned} \text{E-шаг: } & \left\{ \begin{array}{l} p_{tdw} = \underset{t \in T}{\text{norm}} (\phi_{wt} \theta_{td}) \\ \phi_{wt} = \underset{w \in W}{\text{norm}} \left( \sum_{d \in D} n_{dw} p_{tdw} + \phi_{wt} \sum_{i=1}^k \tau_i \frac{\partial R_i}{\partial \phi_{wt}} \right) \\ \theta_{td} = \underset{t \in T}{\text{norm}} \left( \sum_{w \in d} n_{dw} p_{tdw} + \theta_{td} \sum_{i=1}^k \tau_i \frac{\partial R_i}{\partial \theta_{td}} \right) \end{array} \right. \\ \text{M-шаг: } & \left\{ \begin{array}{l} p_{tdw} = \underset{t \in T}{\text{norm}} (\phi_{wt} \theta_{td}) \\ \phi_{wt} = \underset{w \in W}{\text{norm}} \left( \sum_{d \in D} n_{dw} p_{tdw} + \phi_{wt} \sum_{i=1}^k \tau_i \frac{\partial R_i}{\partial \phi_{wt}} \right) \\ \theta_{td} = \underset{t \in T}{\text{norm}} \left( \sum_{w \in d} n_{dw} p_{tdw} + \theta_{td} \sum_{i=1}^k \tau_i \frac{\partial R_i}{\partial \theta_{td}} \right) \end{array} \right. \end{aligned}$$

Общий вид регуляризаторов сглаживания и разреживания:

$$R(\Phi, \Theta) = \beta_0 \sum_{t \in T} \sum_{w \in W} \beta_{wt} \ln \phi_{wt} + \alpha_0 \sum_{d \in D} \sum_{t \in T} \alpha_{td} \ln \theta_{td} \rightarrow \max,$$

где  $\beta_0 > 0$ ,  $\alpha_0 > 0$  — коэффициенты регуляризации,  
 $\beta_{wt}$ ,  $\alpha_{td}$  — параметры, задаваемые пользователем:

- $\beta_{wt} > 0$ ,  $\alpha_{td} > 0$  — сглаживание
- $\beta_{wt} < 0$ ,  $\alpha_{td} < 0$  — разреживание
- $\beta_{wt} > -1$ ,  $\alpha_{td} > -1$  — модель LDA

**Возможные применения** сглаживания и разреживания:

- задать фоновые темы с общей лексикой языка
- задать шумовую тему для нетематичных термов
- задать псевдо-документ с ключевыми термами темы
- скорректировать состав термов и документов темы

**Цель:** сделать темы как можно более различными, выделить для каждой темы лексическое ядро — набор термов, отличающий её от других тем.

Минимизируем ковариации между вектор-столбцами  $\phi_t$ :

$$R(\Phi) = -\frac{\tau}{2} \sum_{t \in T} \sum_{s \in T \setminus t} \sum_{w \in W} \phi_{wt} \phi_{ws} \rightarrow \max.$$

Подставляем, получаем ещё один вариант разреживания — постепенное контрастирование строк матрицы  $\Phi$  (малые вероятности  $\phi_{wt}$  в строке становятся ещё меньше):

$$\phi_{wt} = \operatorname{norm}_{w \in W} \left( n_{wt} - \tau \phi_{wt} \sum_{s \in T \setminus t} \phi_{ws} \right).$$

## Критерии качества тематических моделей

### Внешние критерии:

- Полнота и точность тематического поиска
- Качество ранжирования при тематическом поиске
- Качество тематических рекомендаций
- Качество категоризации документов
- Экспертные оценки качества тем

### Внутренние критерии:

- Правдоподобие и перплексия
- Средняя когерентность (согласованность) тем
- Разреженность матриц  $\Phi$  и  $\Theta$
- Различность тем
- Статистический тест условной независимости

## Правдоподобие и перплексия (perplexity)

Правдоподобие языковой модели  $p(w|d)$  (чем выше, тем лучше):

$$\mathcal{L}(\Phi, \Theta) = \sum_{d \in D} \sum_{w \in d} n_{dw} \ln p(w|d), \quad p(w|d) = \sum_t \phi_{wt} \theta_{td}$$

Перплексия языковой модели  $p(w|d)$  (чем меньше, тем лучше):

$$\mathcal{P}(D) = \exp\left(-\frac{1}{n} \sum_{d \in D} \sum_{w \in d} n_{dw} \ln p(w|d)\right), \quad n = \sum_{d \in D} \sum_{w \in d} n_{dw}$$

Интерпретация перплексии:

- если распределение  $p(w|d) = \frac{1}{|W|}$  равномерное, то  $\mathcal{P} = |W|$
- мера различности или неопределённости слов в тексте
- коэффициент ветвления (branching factor) текста

## Перплексия тестовой (отложенной) коллекции

**Проблема:** перплексия может быть оптимистично занижена из-за *эффекта переобучения*.

Перплексия тестовой коллекции  $D'$  (hold-out perplexity):

$$\mathcal{P}(D') = \exp\left(-\frac{1}{n''} \sum_{d \in D'} \sum_{w \in d''} n_{dw} \ln p(w|d)\right), \quad n'' = \sum_{d \in D'} \sum_{w \in d''} n_{dw}$$

$d = d' \sqcup d''$  — случайное разбиение тестового документа на две половины равной длины;

параметры  $\phi_{wt}$  оцениваются по обучающей коллекции  $D$ ;  
параметры  $\theta_{td}$  оцениваются по первой половине  $d'$ ;  
перплексия вычисляется по второй половине  $d''$ .

## Интерпретируемости и когерентность

Тема интерпретируемая, если по топовым словам темы эксперт может определить, о чём эта тема, и дать ей название.

- Экспертные оценки:
  - интерпретируемость темы по балльной шкале;
  - каждую тему оценивают несколько экспертов.
- Метод интрузий (intrusion):
  - в список топовых слов внедряется лишнее слово;
  - измеряется доля ошибок экспертов его при определении

Нужна автоматически вычисляемая мера интерпретируемости, коррелирующая с экспертными оценками.

Ею оказалась *когерентность* (согласованность, coherence).

---

Newman D., Lau J.H., Grieser K., Baldwin T. Automatic evaluation of topic coherence // Human Language Technologies, HLT-2010, Pp. 100–108.

## Эксперимент. Связь когерентности и интерпретируемости

Измерялась ранговая корреляция Спирмена между 15 метрикам и экспертными оценками интерпретируемости.

PMI — лучшая метрика.

Gold-standard — средняя корреляция Спирмена между оценками разных экспертов.

Resource	Method	Median	Mean
WordNet	HSO	0.15	0.59
	JCN	-0.20	0.19
	LCH	-0.31	-0.15
	LESK	0.53	0.53
	LIN	0.09	0.28
	PATH	0.29	0.12
	RES	0.57	0.66
	VECTOR	-0.08	0.27
Wikipedia	WUP	0.41	0.26
	RACO	0.62	0.69
	MIW	0.68	0.70
	DOCsim	0.59	0.60
Google	PMI	0.74	0.77
	TITLES		0.51
	LOGHITS		-0.19
Gold-standard	IAA	0.82	0.78

Вывод: когерентность близка к «золотому стандарту».

Newman D., Lau J.H., Grieser K., Baldwin T. Automatic evaluation of topic coherence // Human Language Technologies, HLT-2010, Pp. 100–108.

## Когерентность как внутренняя мера интерпретируемости

Когерентность (согласованность) темы  $t$  по  $k$  топовым словам:

$$\text{PMI}_t = \frac{2}{k(k-1)} \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k \text{PMI}(w_i, w_j)$$

где  $w_i$  —  $i$ -е слово в порядке убывания  $\phi_{wt}$ .

$\text{PMI}(u, v) = \ln \frac{|D| N_{uv}}{N_u N_v}$  — поточечная взаимная информация (pointwise mutual information),

$N_{uv}$  — число документов, в которых слова  $u, v$  хотя бы один раз встречаются рядом (в окне 10 слов),

$N_u$  — число документов, в которых  $u$  встретился хотя бы 1 раз.

---

Newman D., Lau J.H., Grieser K., Baldwin T. Automatic evaluation of topic coherence // Human Language Technologies, HLT-2010, Pp. 100–108.

## Критерии разреженности, различности и невырожденности тем

- Разреженность — доля нулевых элементов в  $\Phi$  и  $\Theta$
- Характеристики интерпретируемости тем:
  - размер ядра темы:  $|W_t|$ , ядро  $W_t = \{w : p(t|w) > 0.25\}$
  - чистота темы:  $\sum_{w \in W_t} p(w|t)$
  - контрастность темы:  $\frac{1}{|W_t|} \sum_{w \in W_t} p(t|w)$
- Вырожденность тематической модели:
  - доля фона в коллекции:  $\frac{1}{n} \sum_{d,w} \sum_{t \in B} p(t|d, w)$
  - доля нетематичных документов:  $\frac{1}{|D|} \sum_{d \in D} \left[ \sum_{t \in B} p(t|d) > 0.95 \right]$
  - доля нетематичных термов:  $\frac{1}{|W|} \sum_{w \in W} \left[ \sum_{t \in B} p(t|w) > 0.95 \right]$

## Разреживающий регуляризатор для отбора тем

**Цель:** избавиться от незначимых тем (topic selection).

Разреживаем распределение  $p(t) = \sum_d p(d)\theta_{td}$ , максимизируя кросс-энтропию между  $p(t)$  и равномерным распределением:

$$R(\Theta) = -\tau \sum_{t \in T} \ln \sum_{d \in D} p(d)\theta_{td} \rightarrow \max.$$

Подставляем, получаем:

$$\theta_{td} = \underset{t \in T}{\text{norm}} \left( n_{td} - \tau \frac{n_d}{n_t} \theta_{td} \right), \text{ вариант: } \theta_{td} = \underset{t \in T}{\text{norm}} \left( n_{td} \left( 1 - \frac{\tau}{n_t} \right) \right).$$

**Эффект:** обнуляются строки матрицы  $\Theta$  с малыми  $n_t$ , заодно (неожиданно) удаляются зависимые и расщеплённые темы.

---

Vorontsov K. V., Potapenko A. A., Plavin A. V. Additive Regularization of Topic Models for Topic Selection and Sparse Factorization. SLDS 2015.

## Эксперименты с регуляризатором отбора тем

Коллекция статей NIPS (Neural Information Processing System)

- $|D| = 1566$  обучающих документов;  $|D'| = 174$  тестовых
- $|W| = 13\text{K}$  — мощность словаря

Синтетическая коллекция:

- строим PLSA за 500 итераций,  $|T_0| = 50$  тем на NIPS
- генерируем коллекцию  $(n_{dw}^0)$  из полученных  $\Phi$  и  $\Theta$ :

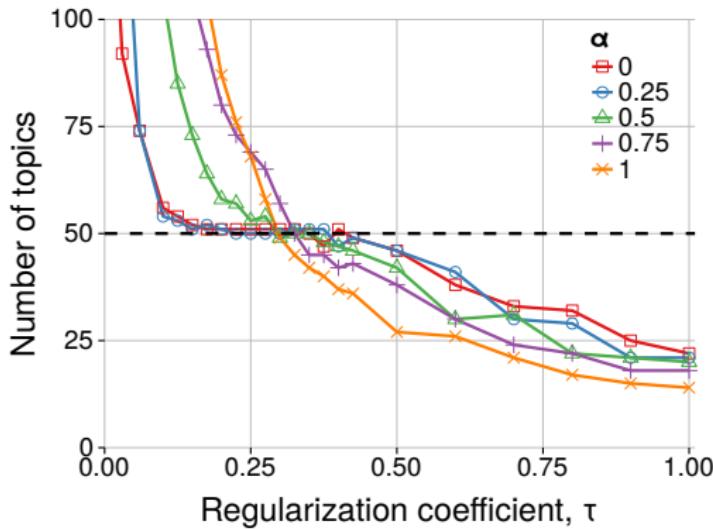
$$n_{dw}^0 = n_d \sum_{t \in T_0} \phi_{wt} \theta_{td}$$

Параметрическое семейство полусинтетических данных:

- $n_{dw}^\alpha$  — смесь синтетических данных  $n_{dw}^0$  и реальных  $n_{dw}$ :

$$n_{dw}^\alpha = \alpha n_{dw} + (1 - \alpha) n_{dw}^0$$

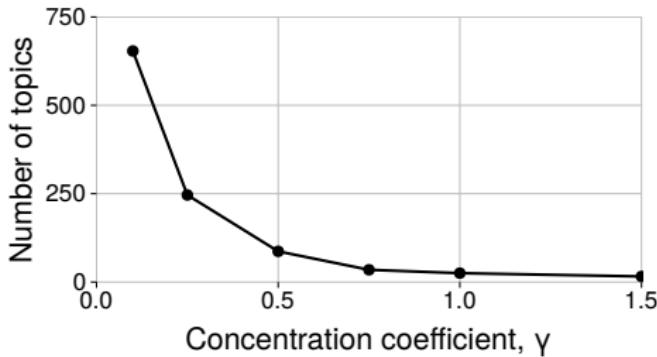
## Попытка определения числа тем



- на синтетических данных надёжно находим  $|T| = 50$
- причём в широком интервале значений коэффициента  $\tau$
- однако на реальных данных чёткого интервала нет

## Сравнение с байесовской тематической моделью HDP

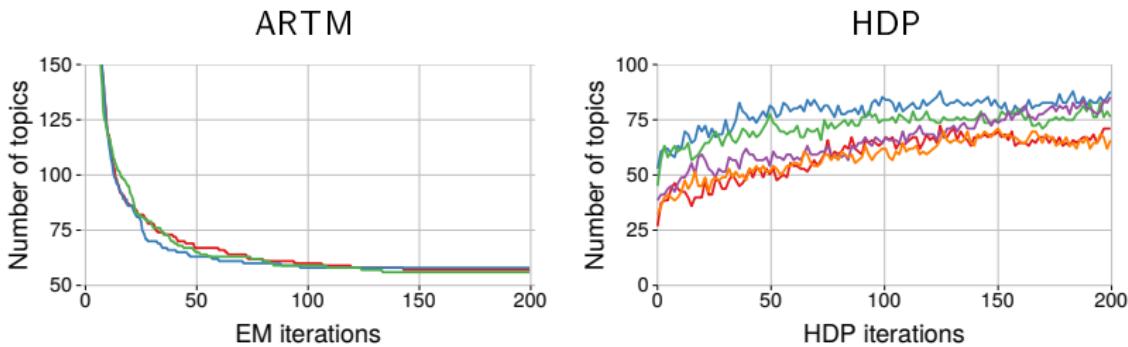
HDP, Hierarchical Dirichlet Process [Teh et.al, 2006] —  
«state-of-the-art» байесовский подход к определению числа тем



- Коэффициент концентрации  $\gamma$  в HDP влияет на  $|T|$  так же сильно, как выбор коэффициента  $\tau$  в ARTM.

## Сравнение ARTM и HDP по устойчивости

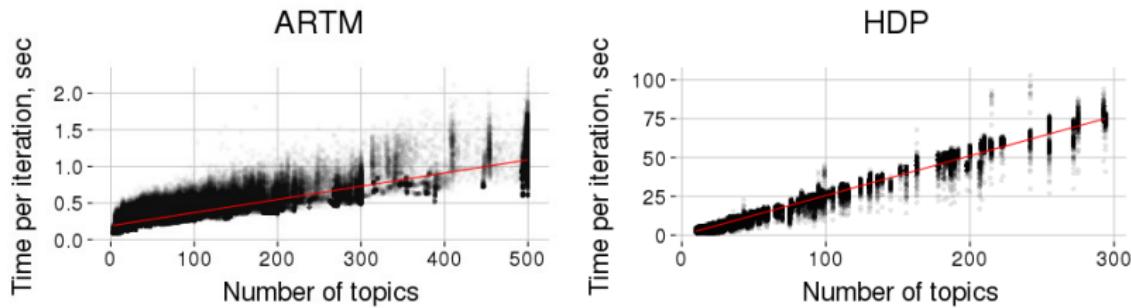
Запуск ARTM и HDP много раз из случайных инициализаций:



- HDP менее устойчив, причём в двух смыслах:
  - число тем сильнее флюкутирует от итерации к итерации;
  - результаты нескольких запусков различаются сильнее.
- «Рекомендуемые» значения параметров  $\gamma$  в HDP и  $\tau$  в ARTM дают примерно равное число тем  $|T| \approx 60$

## Сравнение ARTM и HDP по времени вычислений

Сравнение времени одного прохода коллекции (sec)

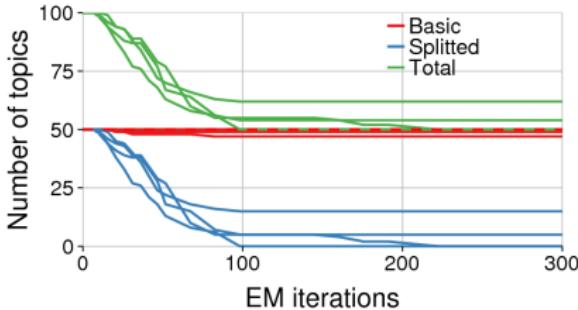
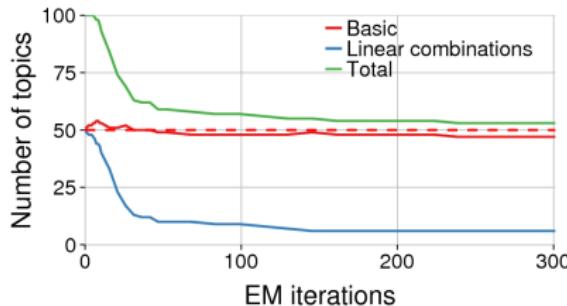


- ARTM в 100 раз быстрее!

Vorontsov K. V., Potapenko A. A., Plavin A. V. Additive regularization of topic models for topic selection and sparse factorization. SLDS 2015.

## Удаление линейно зависимых и расщеплённых тем

Добавили 50 линейных комбинаций тем в модельную  $\Phi$ .  
Расщепили 50 тем, каждую на две подтемы в модельной  $\Phi$ .



- Удаляются линейно зависимые и расщеплённые темы
- Остаются наиболее различные темы исходной модели.

---

Vorontsov K. V., Potapenko A. A., Plavin A. V. Additive regularization of topic models for topic selection and sparse factorization. SLDS 2015.

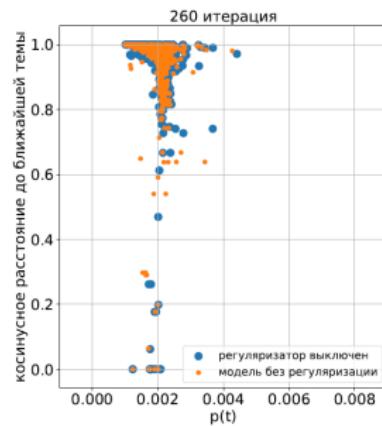
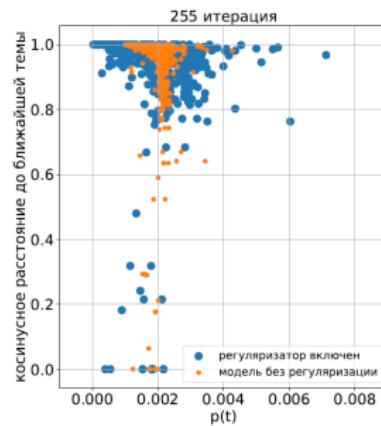
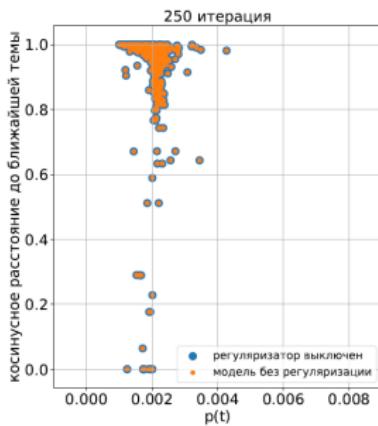
## Выводы по результатам экспериментов

- Регуляризатор отбора тем удаляет незначимые темы и определяет оптимальное число тем, если оно существует
- Увы, в реальных данных его не существует!  
Оно задаётся исходя из целей моделирования.
- Значит, надо иерархически дробить темы на подтемы, пусть пользователь выбирает нужную ему детализацию
- Есть простой метод для удаления лишних тем,  
но как добавлять темы в ARTM — **открытая проблема**
- Регуляризатор отбора тем имеет полезный побочный эффект, удаляя линейно зависимые и расщеплённые темы
- Почему это происходит — **открытая проблема**

## Проблема малых тем и тем-дубликатов

Эксперимент на коллекции postnauka.ru

- Самой модели не выгодно производить малые темы!
- Регуляризатор отбора тем плохо устраняет дубликаты!

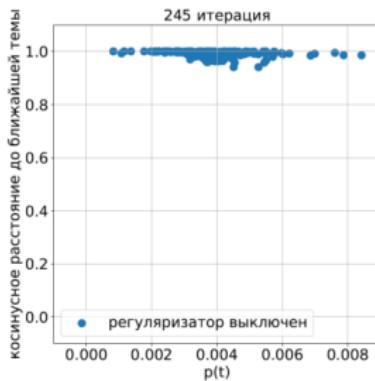
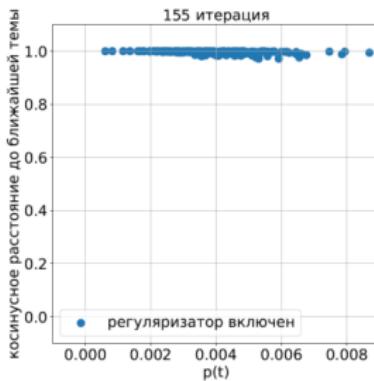
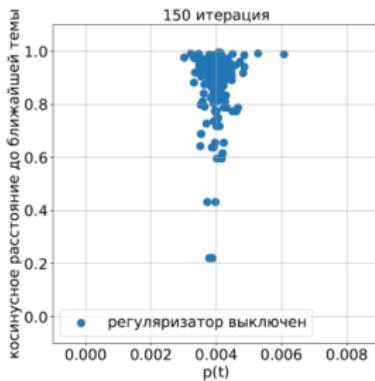


Г.Фоминская. Выявление тем-дубликатов в тематических моделях.  
Курсовая работа, ВМК МГУ, 2018.

## Проблема малых тем и тем-дубликатов

Эксперимент на коллекции [postnauka.ru](http://postnauka.ru)

- Регуляризатор декоррелирования удаляет дубликаты лучше!
- Заодно он усиливает разброс тем по их мощности  $p(t)$

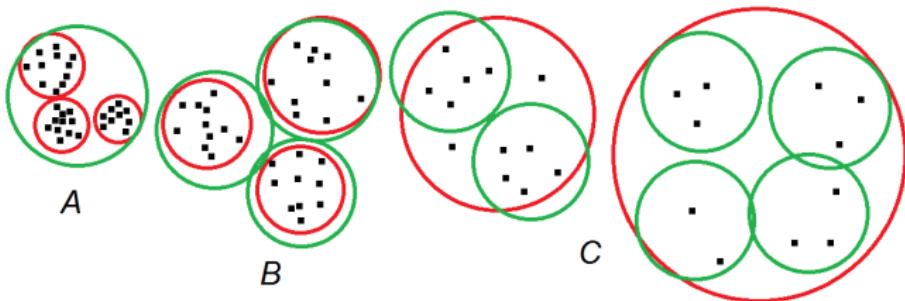


Г.Фоминская. Выявление тем-дубликатов в тематических моделях.  
Курсовая работа, ВМК МГУ, 2018.

## Проблема расщепления и слияния тем

Тема — кластер на единичном симплексе размерности  $|W| - 1$  с центром  $p(w|t)$  и точками  $p(w|t, d)$ ,  $d \in D: \theta_{td} > 0$

- Тематические модели стремятся выравнивать темы по их мощности (красные кластеры).
- Это приводит к появлению тем-дубликатов (A) и семантически разнородных тем (C).
- Выравнивание тем по радиусу семантической однородности (зелёные кластеры) должно решать обе проблемы.



## Разреживание, сглаживание, декоррелирование, отбор тем

M-шаг при комбинировании 6 регуляризаторов:

$$\phi_{wt} = \underset{w}{\text{norm}} \left( n_{wt} + \tau_1 \underbrace{\beta_w[t \in B]}_{\substack{\text{сглаживание} \\ \text{фоновых} \\ \text{тем}}} - \tau_2 \underbrace{\beta_w[t \in S]}_{\substack{\text{разреживание} \\ \text{предметных} \\ \text{тем}}} - \tau_3 \underbrace{\phi_{wt} \sum_{s \in S \setminus t} \phi_{ws}}_{\substack{\text{декоррелирование}}} \right)$$

$$\theta_{td} = \underset{t}{\text{norm}} \left( n_{td} + \tau_4 \underbrace{\alpha_t[t \in B]}_{\substack{\text{сглаживание} \\ \text{фоновых} \\ \text{тем}}} - \tau_5 \underbrace{\alpha_t[t \in S]}_{\substack{\text{разреживание} \\ \text{предметных} \\ \text{тем}}} - \tau_6 \underbrace{\frac{n_d}{n_t} \theta_{td}}_{\substack{\text{удаление} \\ \text{малых тем}}} \right)$$

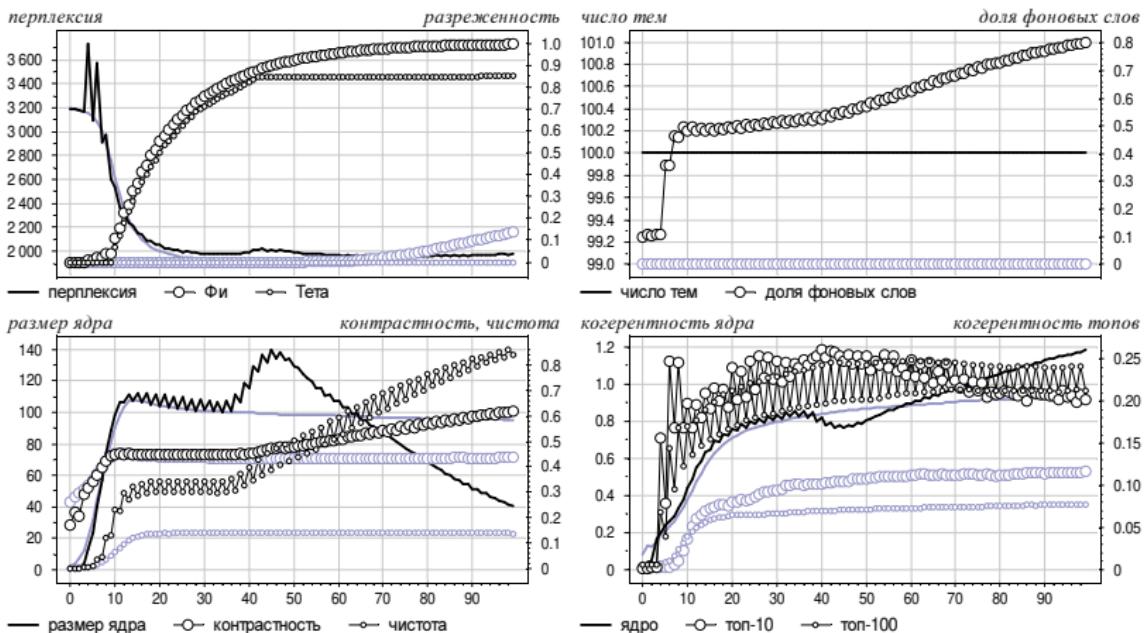
**Данные:** статьи NIPS (Neural Information Processing System)  
 $|D| = 1566$  статей,  $n = 2.3 M$ ,  $|W| = 13 K$ ,  
контрольная коллекция:  $|D'| = 174$ .

---

Vorontsov K. V., Potapenko A. A. Tutorial on Probabilistic Topic Modeling:  
Additive Regularization for Stochastic Matrix Factorization. AIST'2014.

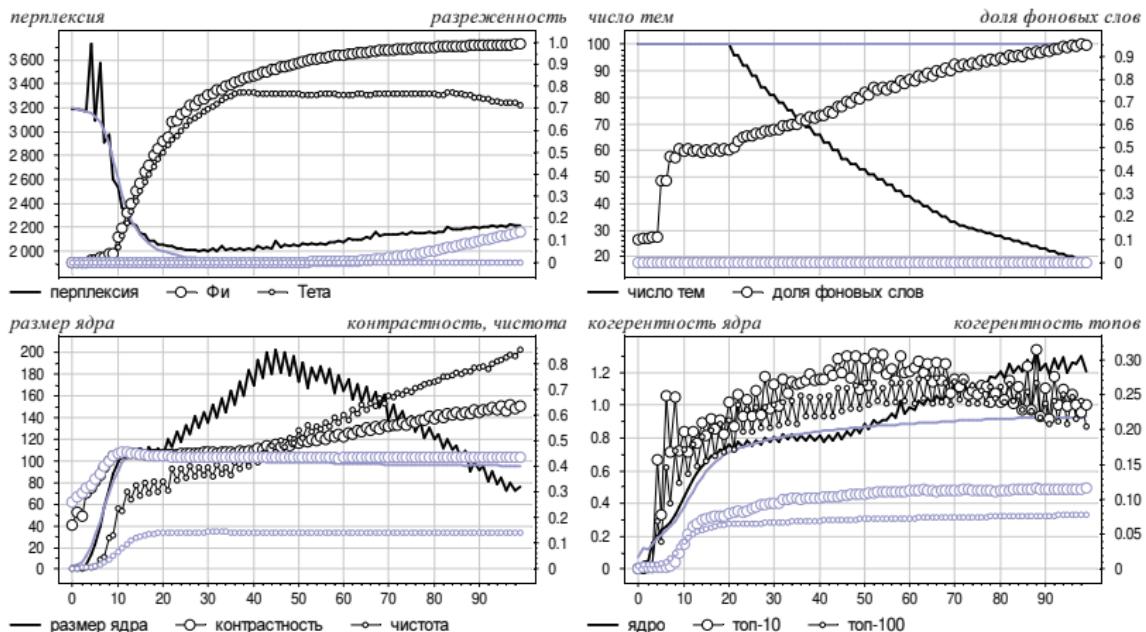
## Разреживание, сглаживание, декоррелирование

Зависимости критериев качества от итераций EM-алгоритма  
(серый — PLSA, чёрный — ARTM)



## Те же регуляризаторы, плюс отбор тем

Зависимости критериев качества от итераций EM-алгоритма  
(серый — PLSA, чёрный — ARTM)



## Выводы по результатам экспериментов

**Одновременное улучшение многих критериев качества:**

- *разреженность* выросла от 0 до 95%–98%
- *когерентность тем* выросла от 0.1 до 0.3
- *чистота тем* выросла от 0.15 до 0.8
- *контрастность тем* выросла от 0.4 до 0.6
- почти без потери *перплексии* (правдоподобия) модели

**Рекомендации по выбору траектории регуляризации:**

- разреживание включать постепенно после 10-20 итераций
- сглаживание включать сразу
- декоррелирование включать сразу и как можно сильнее
- отбор тем включать постепенно,
- не совмещая с декоррелированием на одной итерации

- Регуляризация — стандартный приём для решения некорректно поставленных задач
- ARTM позволяет комбинировать регуляризаторы и строить тематические модели с требуемыми свойствами
- Реализация — в проекте с открытым кодом BigARTM
- Сглаживание + разреживание + декоррелирование — наиболее часто используемая комбинация регуляризаторов
- Другие регуляризаторы — в следующих лекциях

## Открытые проблемы

- Несбалансированность тем
- Определение числа тем
- Обнаружение новых тем и их добавление в модель
- Оптимальный выбор траектории регуляризации