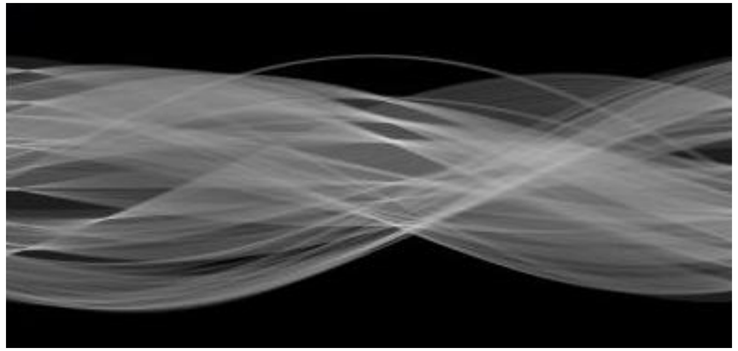
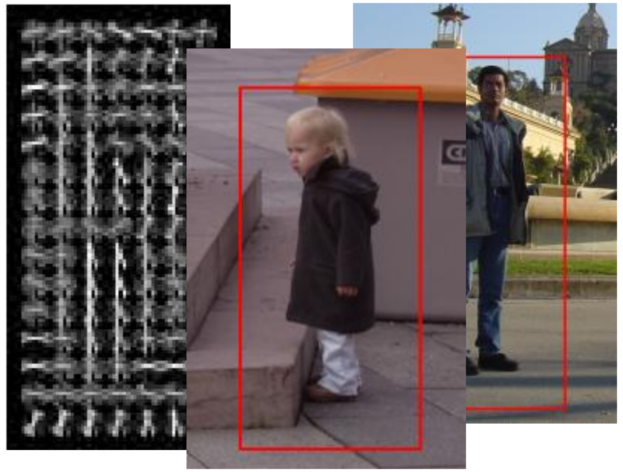
Обработка изображений в системах искусственного интеллекта

(курс лекций)

http://bit.ly/ML_IS_CV

Гнеушев Александр Николаевич

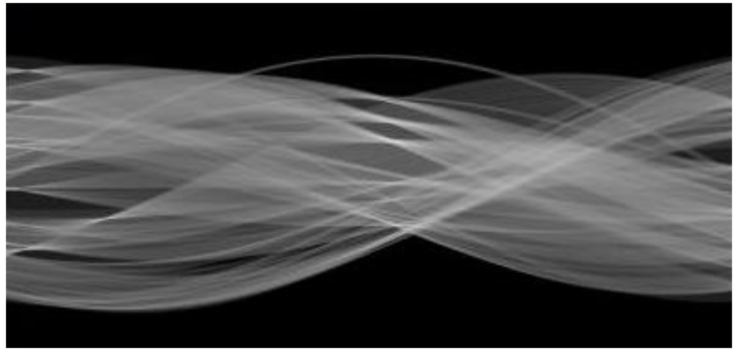


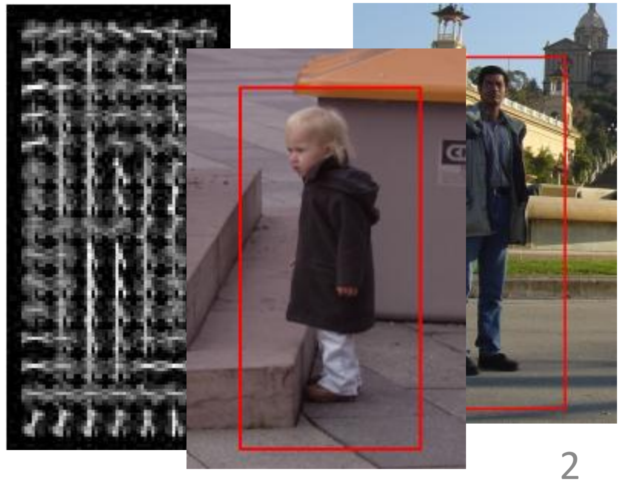


Нелинейная фильтрация

Тема 8

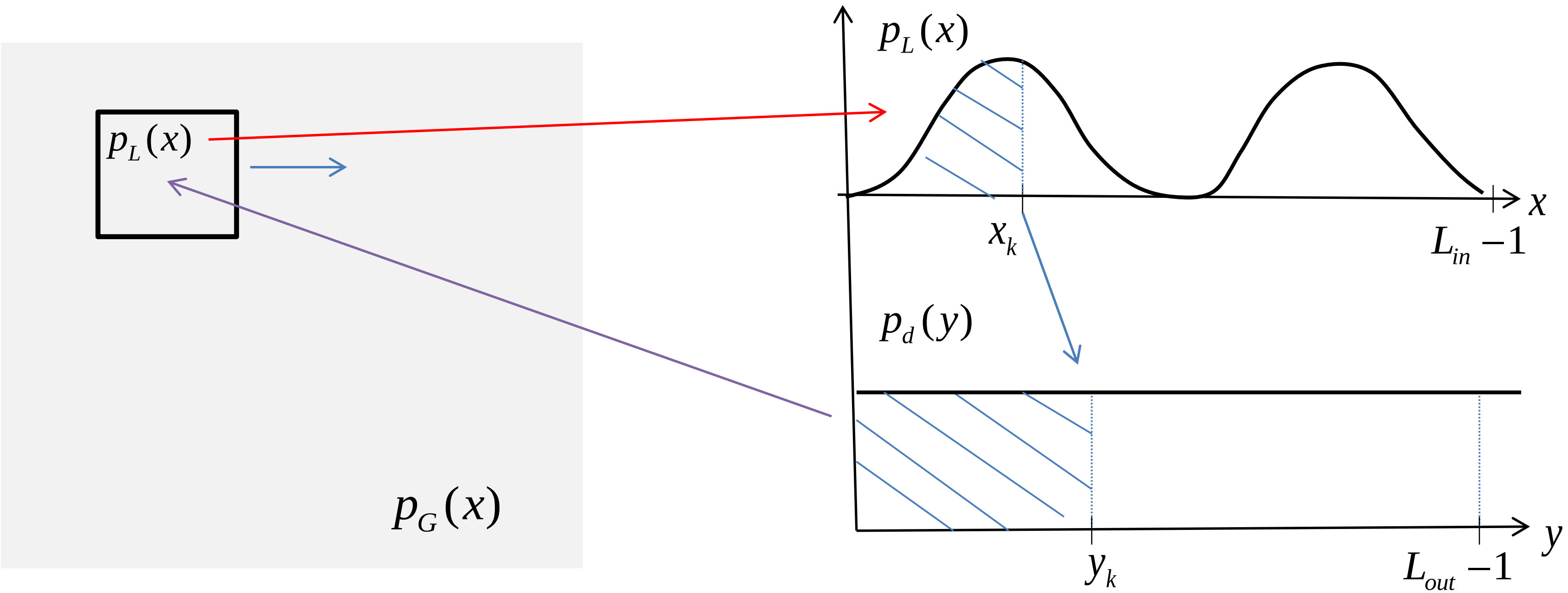
20.03.2026





Нелинейная фильтрация

Локальные яркостные преобразования, гистограммные преобразования в окне.



$$p_d(y)=\begin{cases}\dfrac{1}{L_{out}-1}\sum\limits_{i=0}^{L_{in}-1}p_L(i), & 0\le y\le L_{out}-1\\ 0, & \textit{иначе}\end{cases}$$

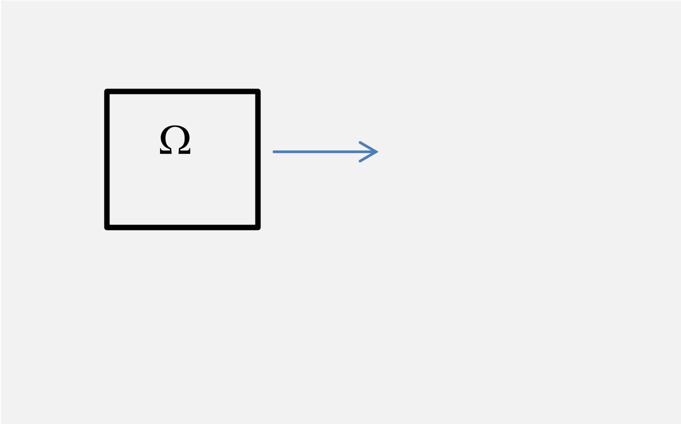
$$\Rightarrow \sum_{j=0}^{L_{out}-1}p_d(j)=\sum_{i=0}^{L_{in}-1}p_L(i)\ \Rightarrow \boxed{y_k=\frac{(L_{out}-1)\sum\limits_{i=0}^{x_k}p_L(i)}{\sum\limits_{i=0}^{L_{in}-1}p_L(i)}}$$

Для предотвращения контрастирования разрывов яркости, локальное распределение яркости смешивается с глобальным распределением яркости по всему изображению:

$$p_L(x)\rightarrow(1-k)\,p_G(x)+kp_L(x),\quad k=0\ldots1$$

Нелинейная фильтрация

Оконная нелинейная фильтрация. Билатеральный фильтр



$$I^{\text{filtered}}(x) = \frac{1}{W_p} \sum_{x_i \in \Omega} I(x_i) f_r(\|I(x_i) - I(x)\|) g_s(\|x_i - x\|)$$

$$W_p = \sum_{x_i \in \Omega} f_r(\|I(x_i) - I(x)\|) g_s(\|x_i - x\|)$$

Проблема:
при сглаживании низкочастотным фильтром, теряются края объектов, размываются границы и полезные детали

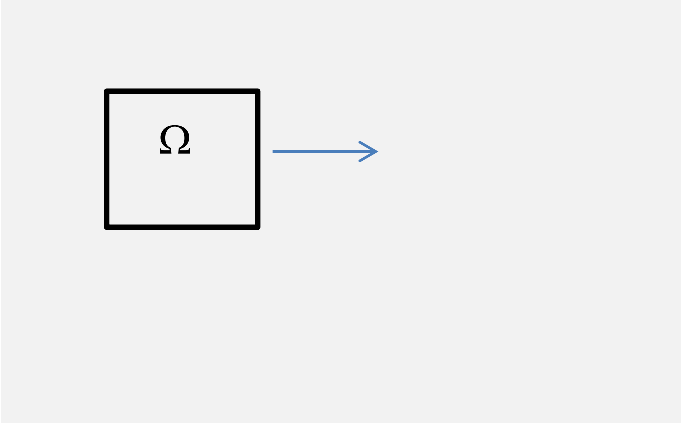
Размытие границ

Сохранение границ

https://en.wikipedia.org/wiki/Bilateral_filter

Нелинейная фильтрация

Оконная нелинейная фильтрация. Билатеральный фильтр

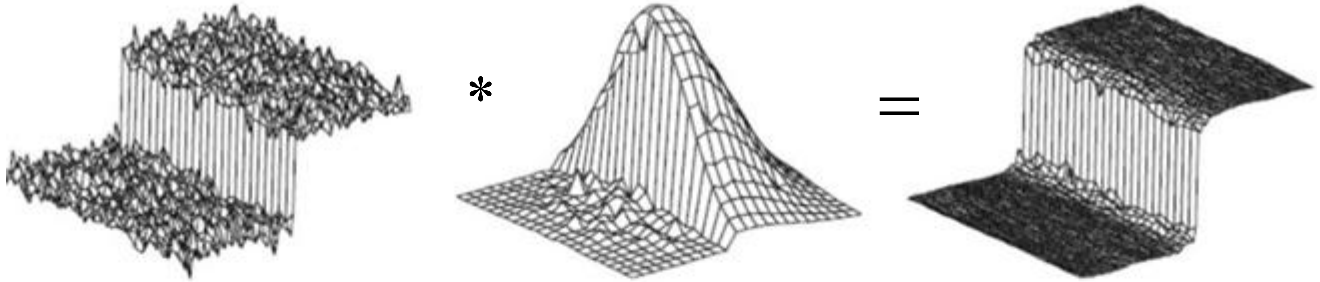


$$I^{\text{filtered}}(x) = \frac{1}{W_p} \sum_{x_i \in \Omega} I(x_i) f_r(\|I(x_i) - I(x)\|) g_s(\|x_i - x\|)$$

$$W_p = \sum_{x_i \in \Omega} f_r(\|I(x_i) - I(x)\|) g_s(\|x_i - x\|)$$

$$I_D(i,j) = \frac{\sum_{k,l} I(k,l) w(i,j,k,l)}{\sum_{k,l} w(i,j,k,l)}$$

$$w(i,j,k,l) = \exp\left(-\frac{(i-k)^2 + (j-l)^2}{2\sigma_d^2} - \frac{\|I(i,j) - I(k,l)\|^2}{2\sigma_r^2}\right)$$



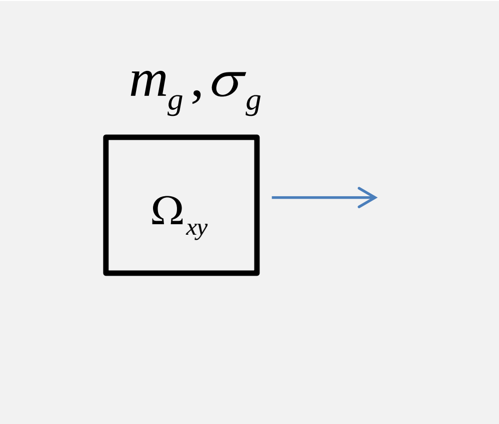
Сохранение границ

Нелинейная фильтрация

Оконная нелинейная фильтрация. Билатеральный фильтр

http://vcg.isti.cnr.it/Publications/2012/BCCS12/

Адаптивная линейная фильтрация



Модель наблюдения:

$$g = f + n,\ n \sim P_{\sigma_n}$$

эргодический с.п. ?

$$\tilde{f} \approx \frac{1}{|\Omega_{xy}|} \sum_{(i,j)\in\Omega_{xy}} \left(g(i,j) - n(i,j)\right) = \frac{1}{|\Omega_{xy}|} \sum_{(i,j)\in\Omega_{xy}} g(i,j) - \frac{1}{|\Omega_{xy}|} \sum_{(i,j)\in\Omega_{xy}} n(i,j) =$$

$$= \frac{1}{|\Omega_{xy}|} \sum_{(i,j)\in\Omega_{xy}} g(i,j) = m_g$$

Алгоритм адаптации:

$$\sigma_g^2 = \frac{1}{|\Omega_{xy}|} \sum_{(i,j)\in\Omega_{xy}} \left(g(i,j) - m_g\right)^2$$

$$\text{при } \sigma_f^2 \gg \sigma_n^2 \ \Rightarrow\ h(g) \to f,$$

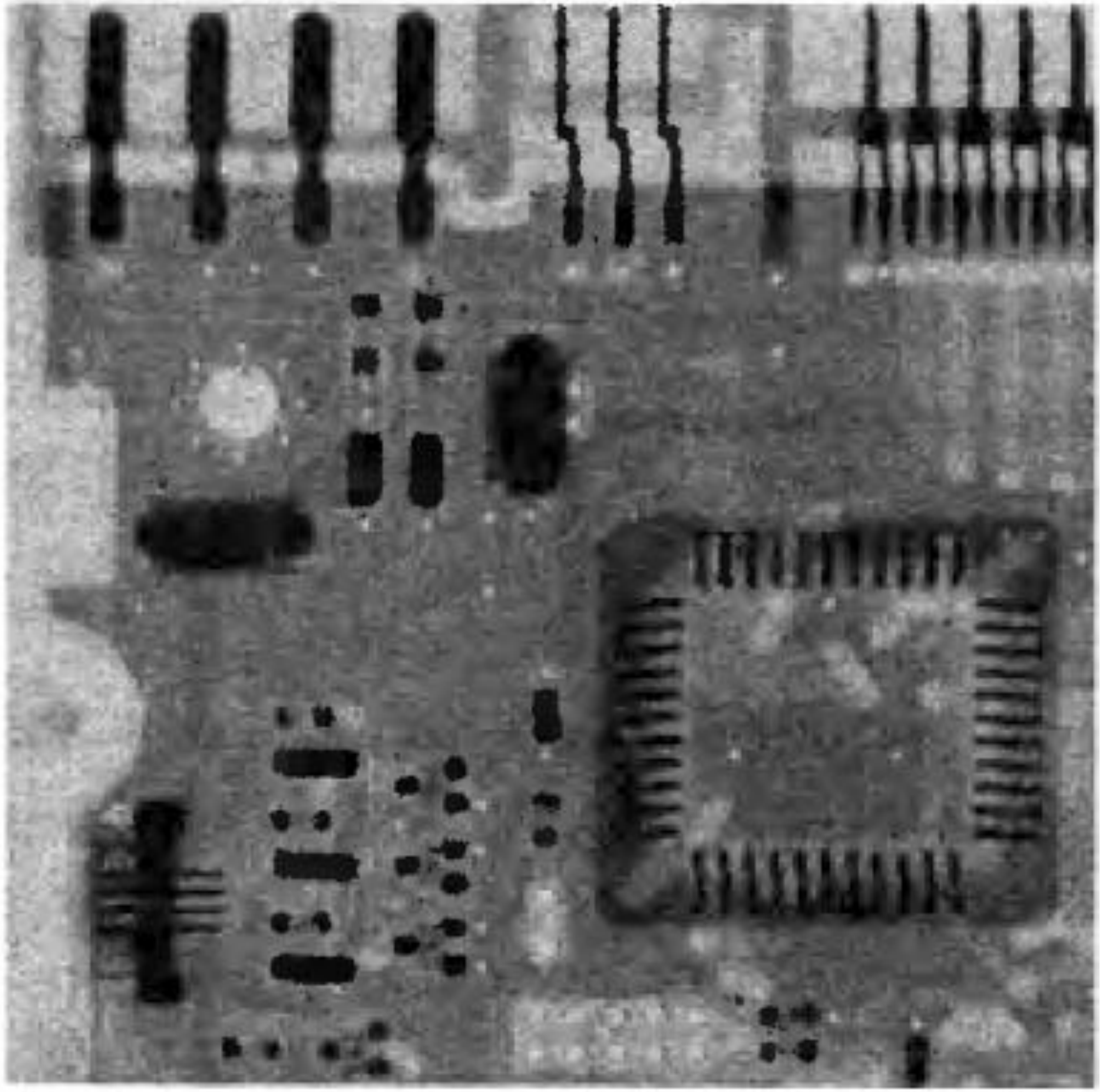
1. $\sigma_g^2 \gg \sigma_n^2 \ \Rightarrow\ h(g) \to g,$
2. $\sigma_g^2 \sim \sigma_n^2 \ \Rightarrow\ h(g) \to m_g,$

Модель реставрации:

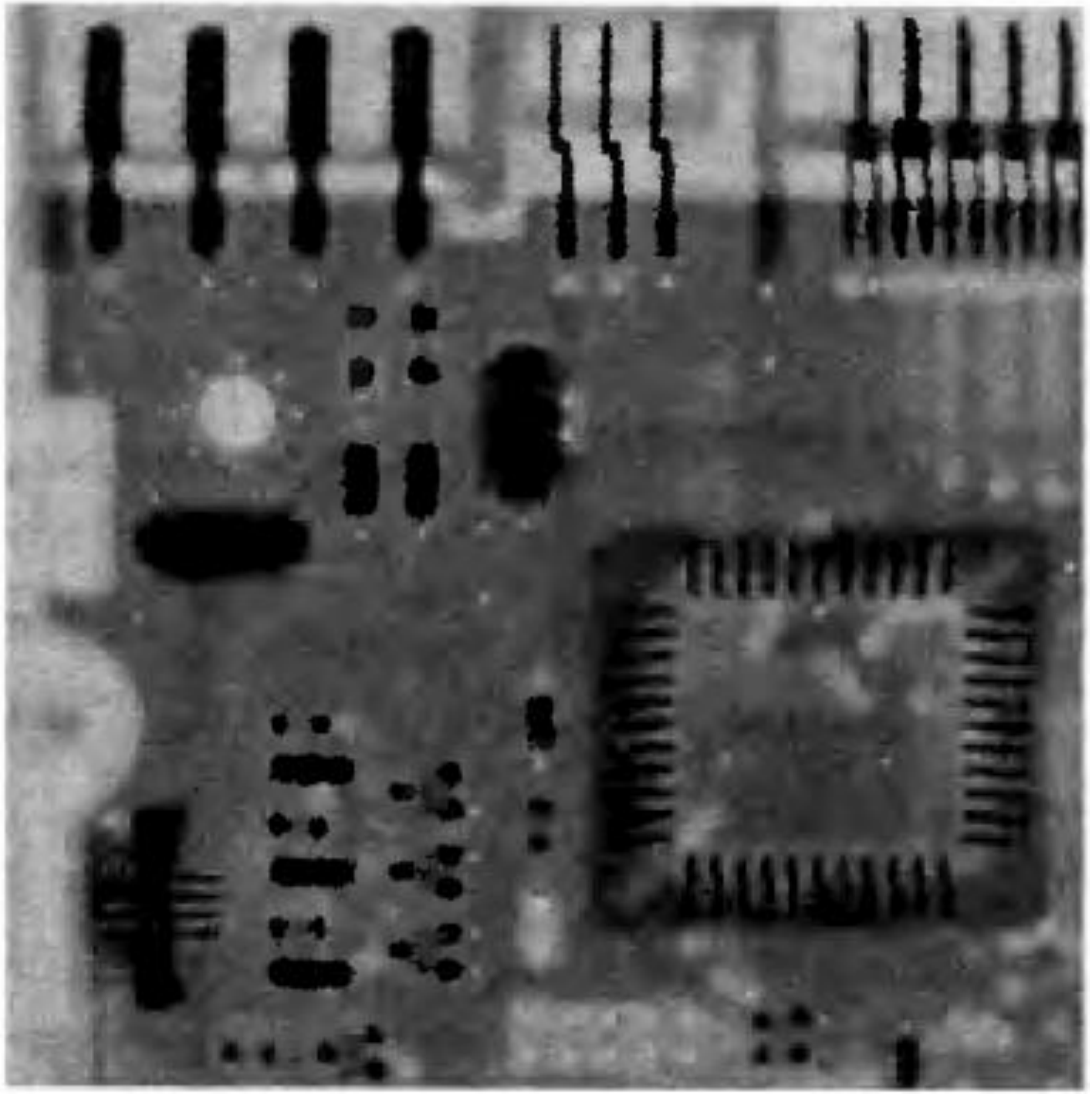
$$f(x,y) = \mathrm{g}(x,y) - \frac{\sigma_n^2}{\sigma_g^2}\left(\mathrm{g}(x,y) - m_g\right) = \mathrm{g}(x,y)\frac{\sigma_g^2 - \sigma_n^2}{\sigma_g^2} + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_g^2} m_g,\ \ \sigma_n^2 \le \sigma_g^2$$

Взвешенное среднее

Адаптивная линейная фильтрация



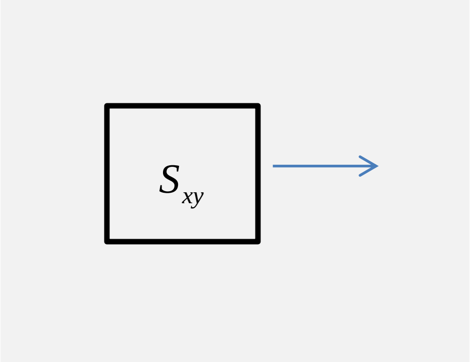
Изображение, искаженное аддитивным гауссовым шумом



Результат обработки с использованием адаптивного фильтра уменьшения шума.

Нелинейная фильтрация

Фильтры, основанные на порядковых статистиках

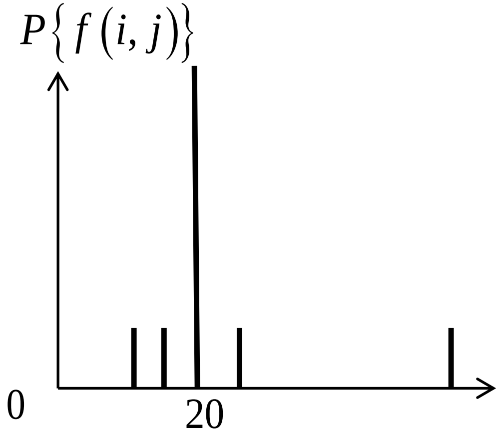


Модель наблюдения:

$$g = f + n,\ n \sim B$$

Ранжирование в окне S_{xy}

Медианный фильтр: $$\tilde{f} = \underset{(x,y)\in S_{x,y}}{\text{med}} \left\{ g(x,y) \right\}$$



$$(10, 15, 20, 20, 20, 20, 20, 25, 100) \rightarrow med = 20$$

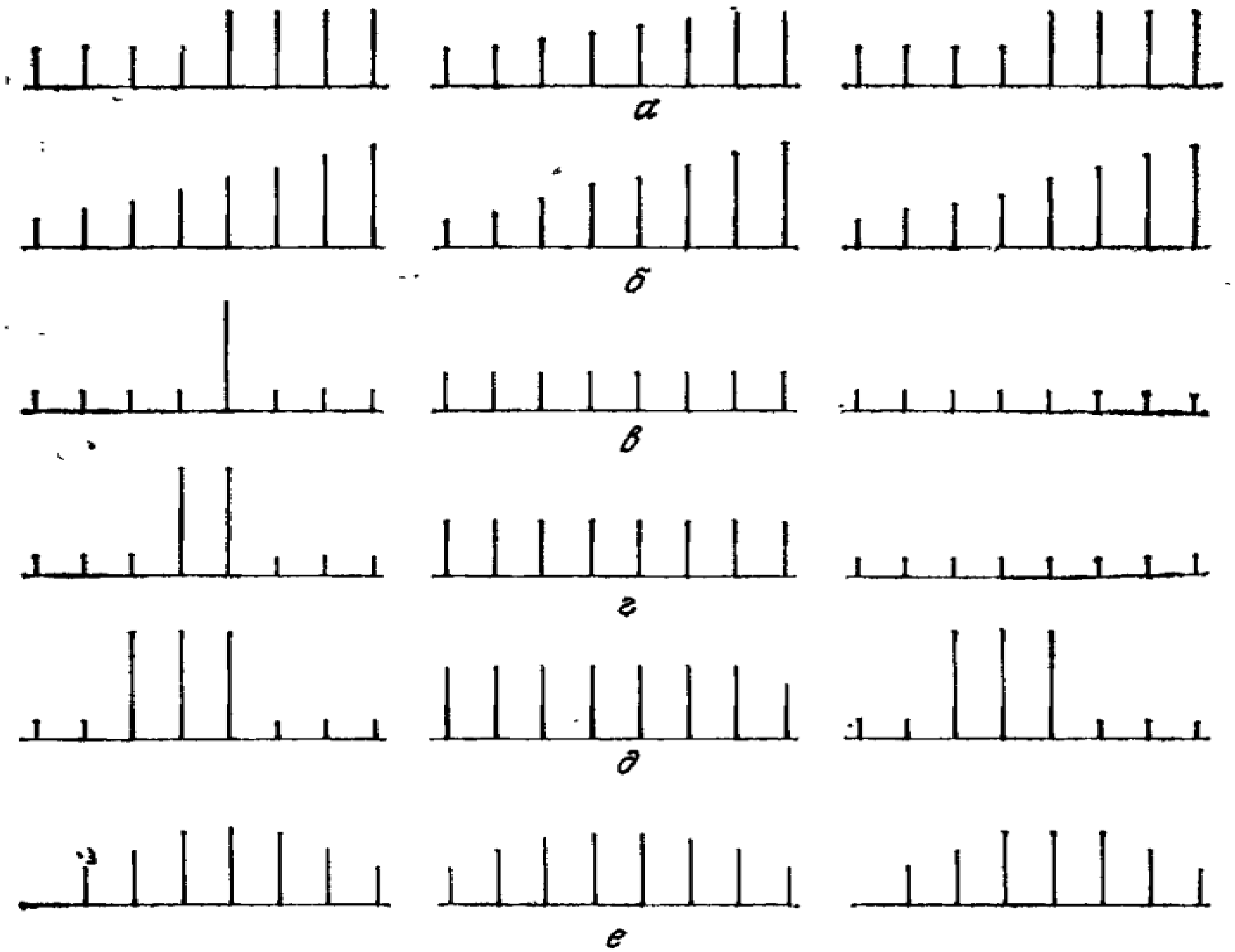
$$\sum_{k=0}^{med-1} P(k) = \sum_{med}^{\max(k)} P(k)$$

Если размер окна $|S_{xy}| = n \times n$, то темные или светлые области будут удалены при $|область| < \dfrac{n^2}{2}$

Нелинейная фильтрация

Медианная фильтрация

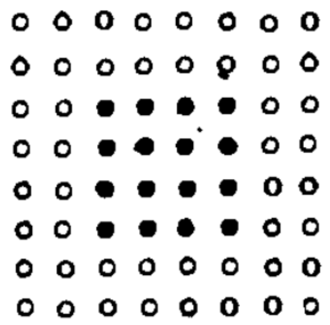
Усреднение (L=5) Med (L=5)



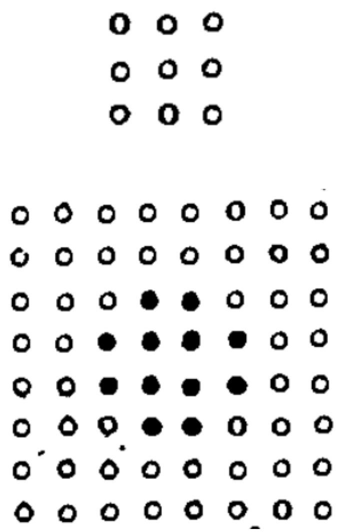
Сохраняет границы

Нелинейная фильтрация

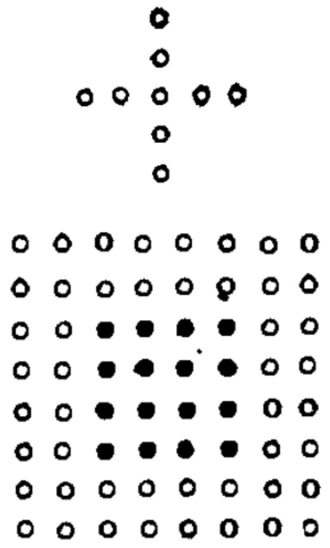
Медианная фильтрация. Виды окон.



Квадратное окно 3X3



Крест 5 X 5



Сохраняет границы

Свойства:

$$\operatorname{med}\{Kf(j)\} = K \operatorname{med}\{f(j)\}$$

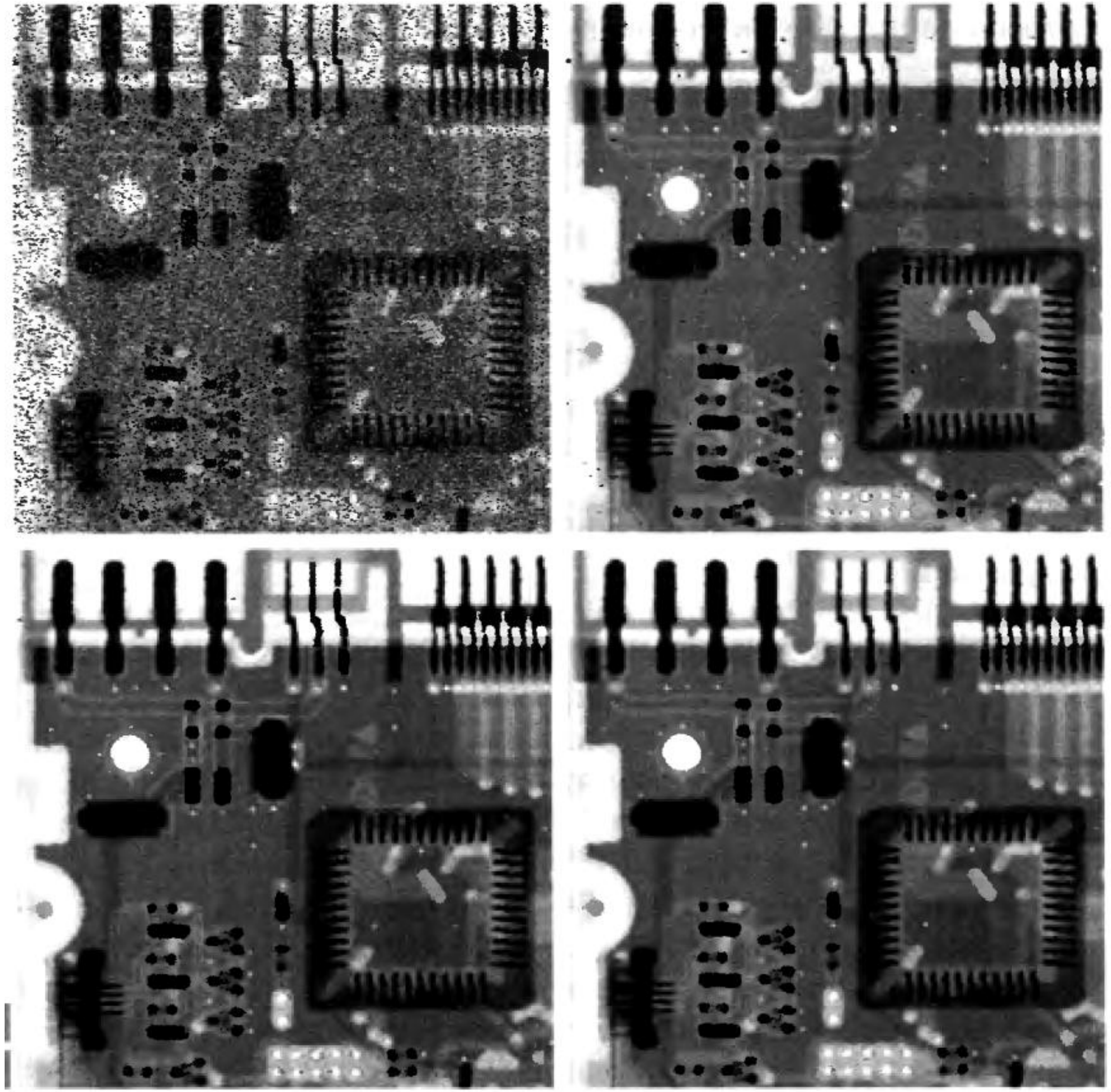
$$\operatorname{med}\{K + f(j)\} = K + \operatorname{med}\{f(j)\}$$

$$\operatorname{med}\{f(j) + g(j)\} \neq \operatorname{med}\{f(j)\} + \operatorname{med}\{g(j)\}$$

Нелинейная фильтрация

Медианная фильтрация

Импульсный шум



Нелинейная фильтрация

Медианная фильтрация

Фильтр максимума

$$\tilde{f} = \max_{(x,y)\in S_{x,y}} \left\{ g\left(x, y\right) \right\}$$

Фильтр униполярного “черного” шума

Фильтр минимума

$$\tilde{f} = \min_{(x,y)\in S_{x,y}} \left\{ g\left(x, y\right) \right\}$$

Фильтр униполярного “белого” шума

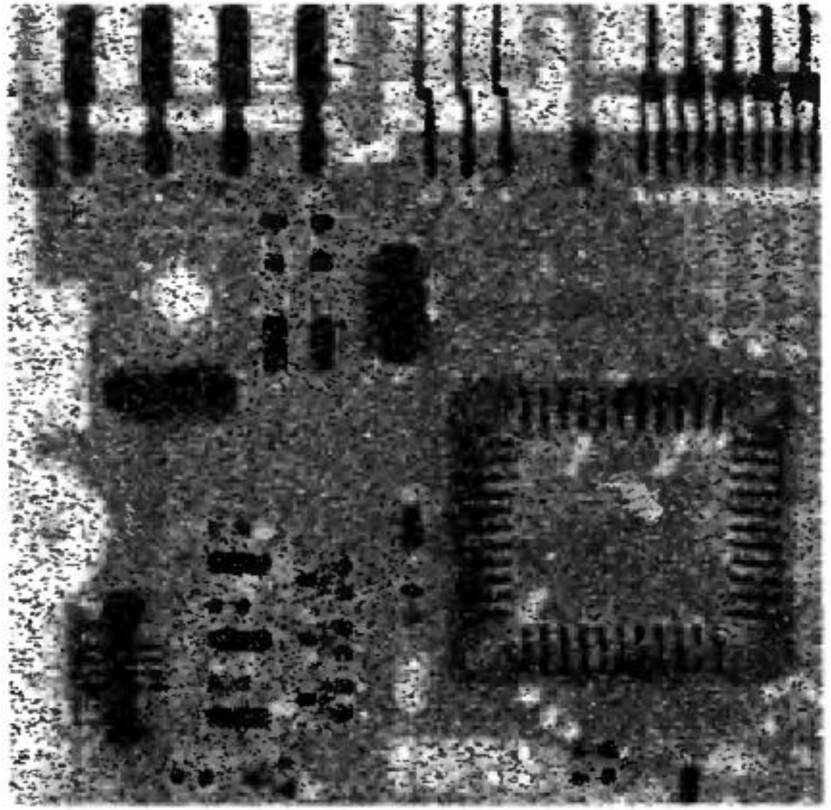
Фильтр средней точки

$$\tilde{f} = \frac{1}{2}\left[\min_{(x,y)\in S_{x,y}} \left\{ g\left(x, y\right) \right\} + \max_{(x,y)\in S_{x,y}} \left\{ g\left(x, y\right) \right\} \right]$$

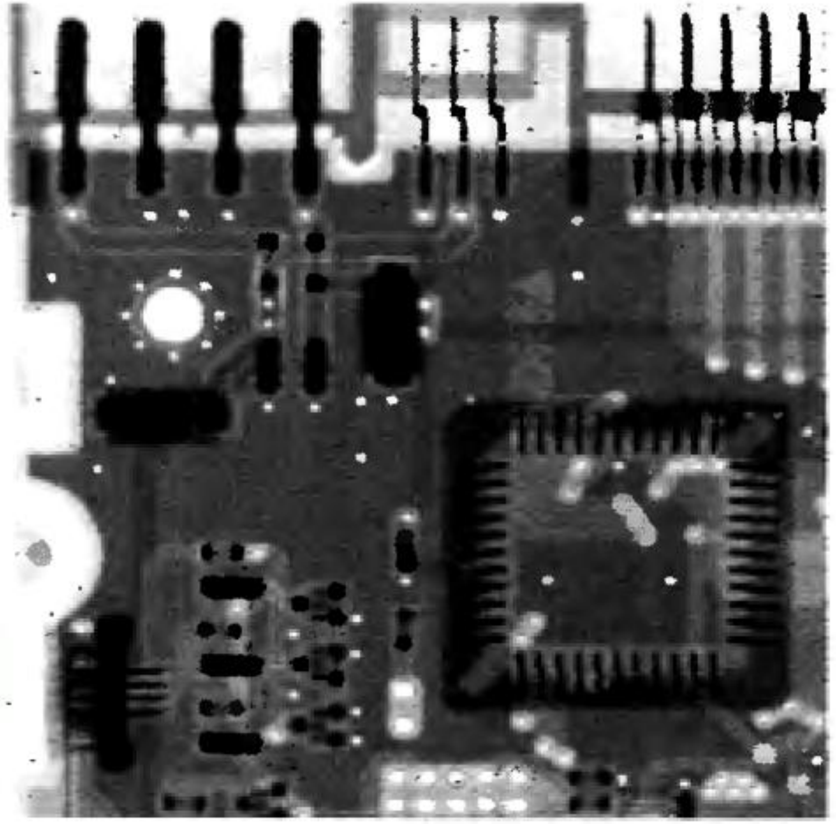
Фильтрует гауссовский и равномерный шум

Нелинейная фильтрация

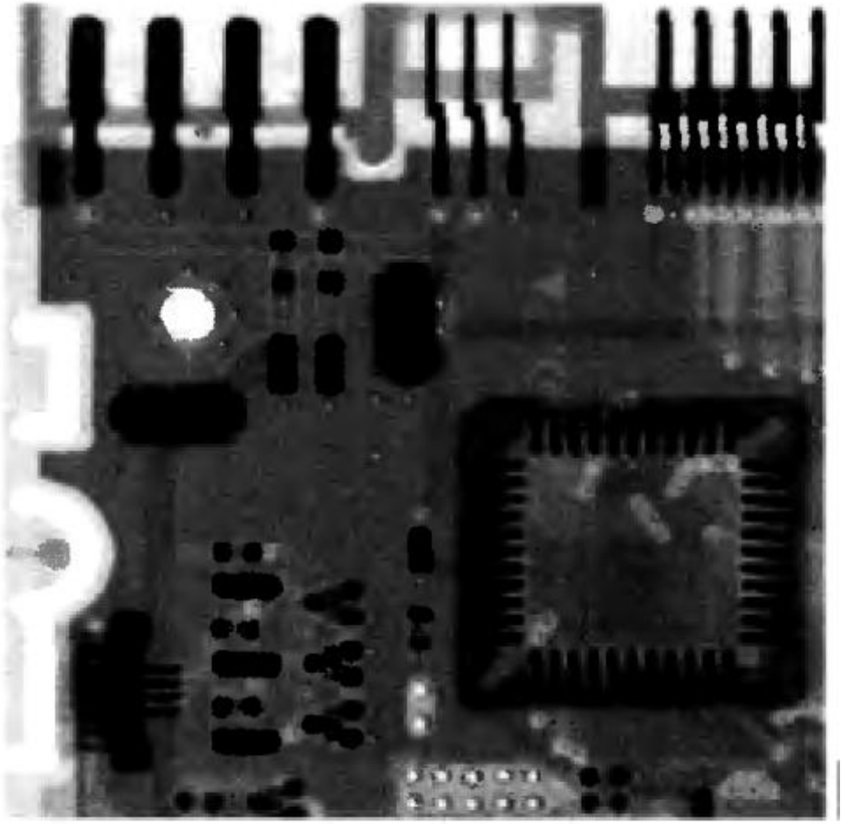
max min фильтрация



Шум “соль и перец”

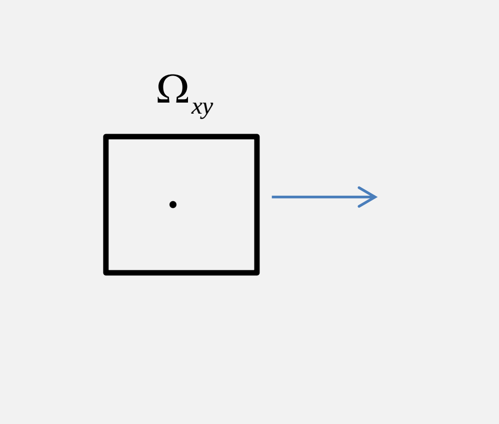


$$\tilde{f} = \max_{(x,y)\in S_{x,y}} \left\{ g\left(x, y\right) \right\}$$

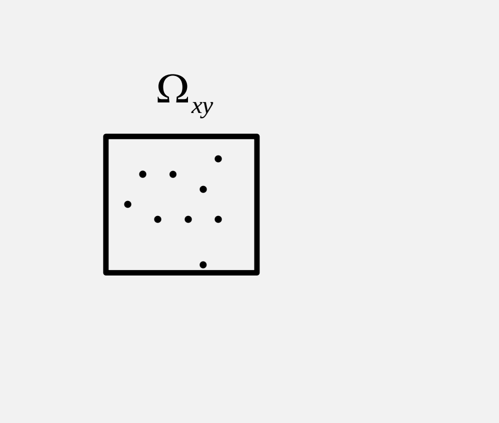


$$\tilde{f} = \min_{(x,y)\in S_{x,y}} \left\{ g\left(x, y\right) \right\}$$

Адаптивная медианная фильтрация



Идея: если в центре окна импульс, то заменить его на med



Идея: чем больше импульсов, тем больше размер $|\Omega_{xy}|$

Модель наблюдения:

$$g = f + n,\ n \sim B$$

Модель реконструкции:

$$\tilde{f} \approx M(g)$$

Алгоритм:

1. $A_1 = g_{med} - g_{\min}$

   $A_2 = g_{med} - g_{\max}$

   если $A_1 > 0$ и $A_2 < 0$: переход на 2. (g_{med} - не импульс)

   иначе увеличить $|\Omega_{xy}|$

   Если $|\Omega_{xy}| < S_{\max}$: переход на 1.

   иначе $\tilde{f}(x, y) = g(x, y)$

2. $B_1 = g(x, y) - g_{\min}$

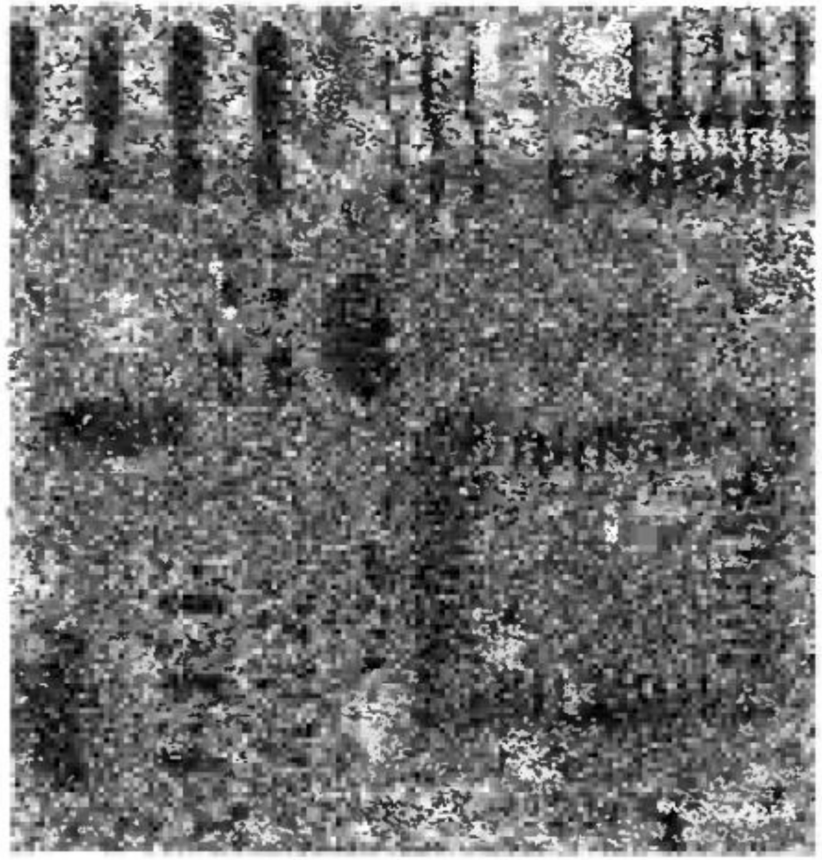
   $B_2 = g(x, y) - g_{\max}$

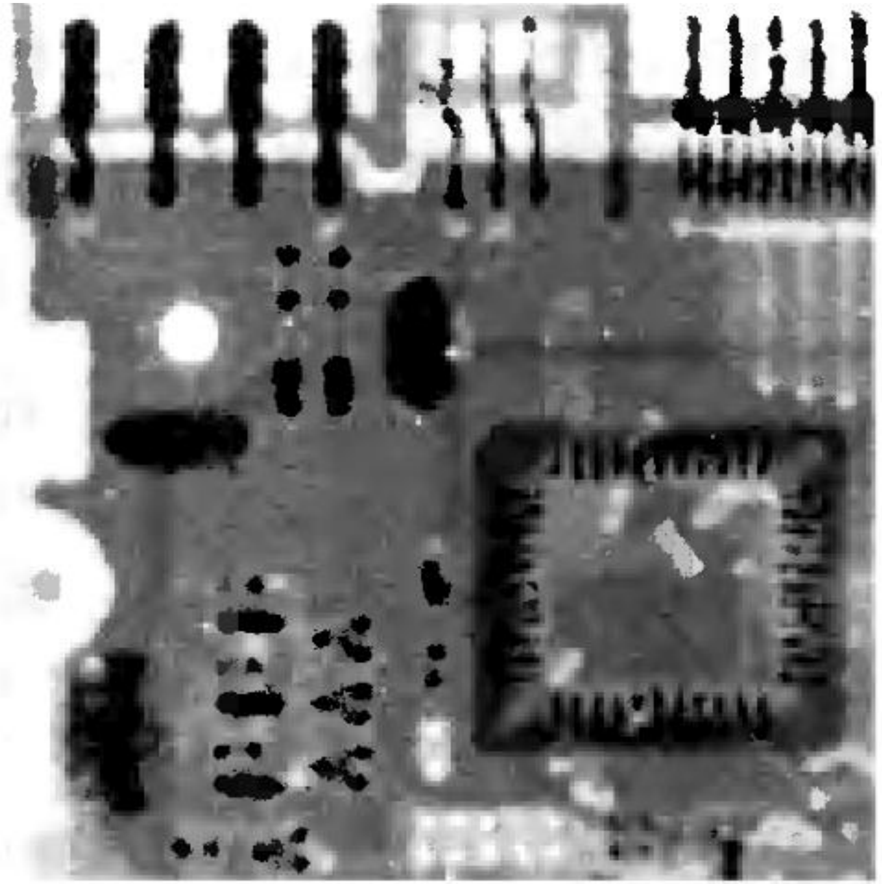
   если $B_1 > 0$ и $B_2 < 0$: $\tilde{f}(x, y) = g(x, y)$

   иначе $\tilde{f}(x, y) = g_{med}$

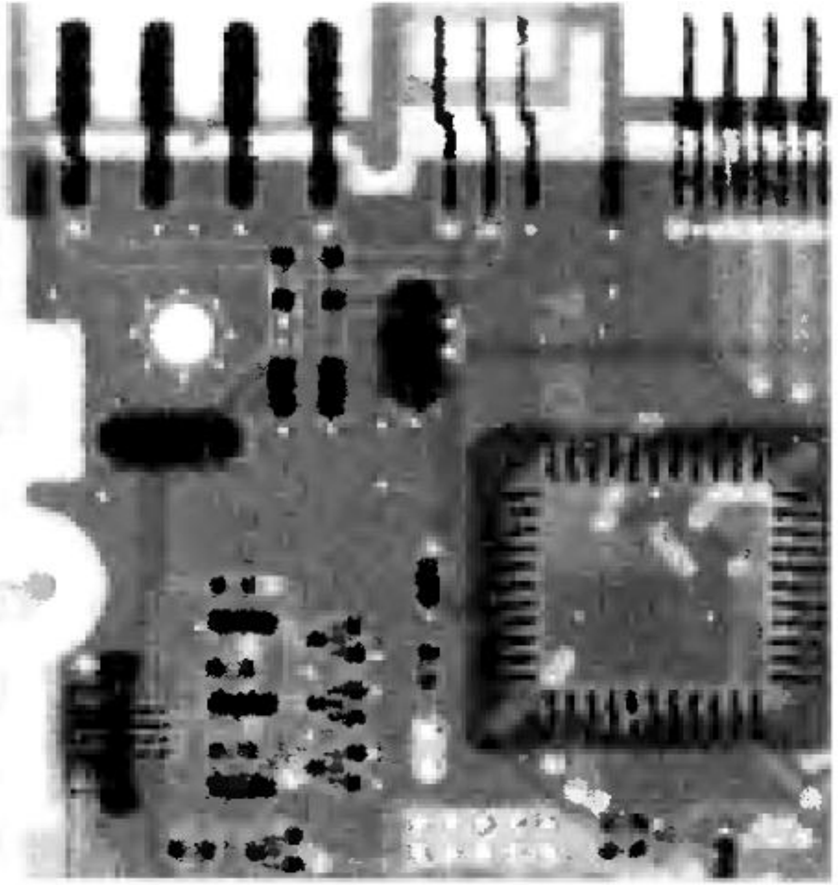
Адаптивная фильтрация

Медианная фильтрация





Медианная фильтрация 7x7



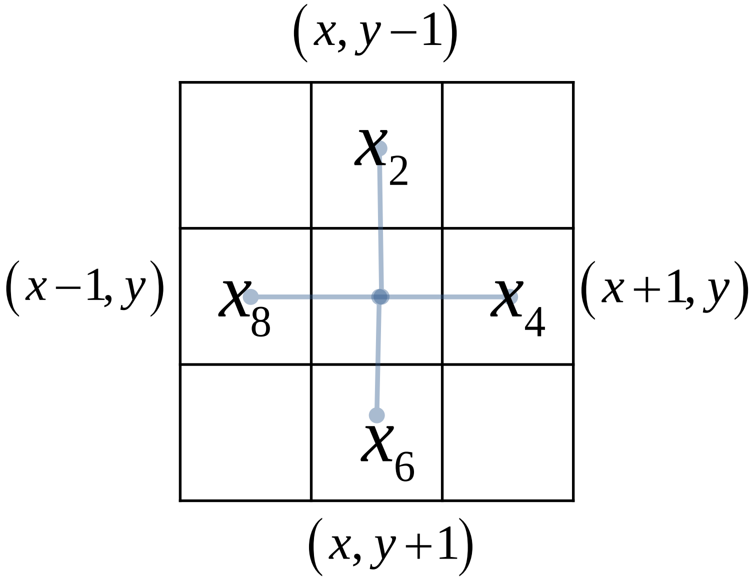
Адаптивная медианная фильтрация с максимальным окном 7x7

Нелинейная фильтрация

Понятие смежности.

$$p = (x, y)$$

x_1	x_2	x_3
x_8	p	x_4
x_7	x_6	x_5

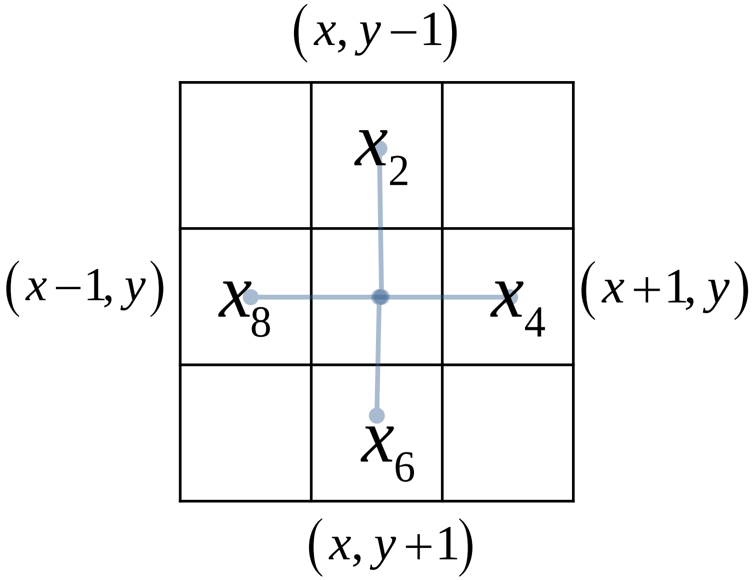


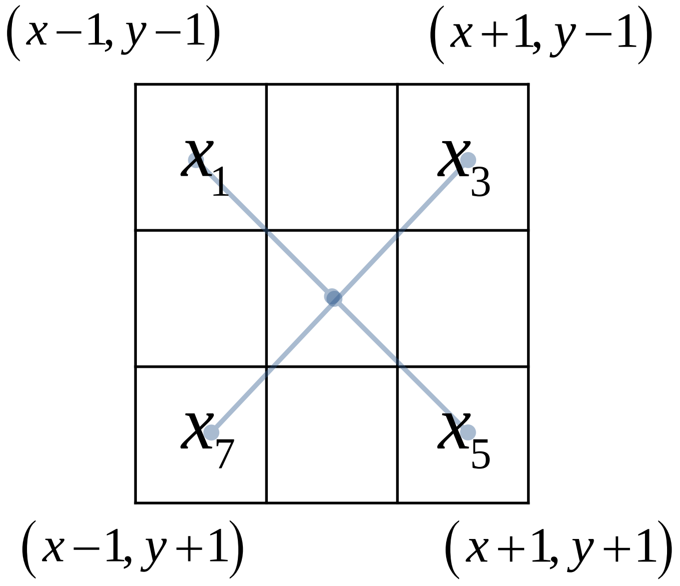
Множества соседей $N(p)$: $N_4(p) = \{x_2, x_4, x_6, x_8\}$

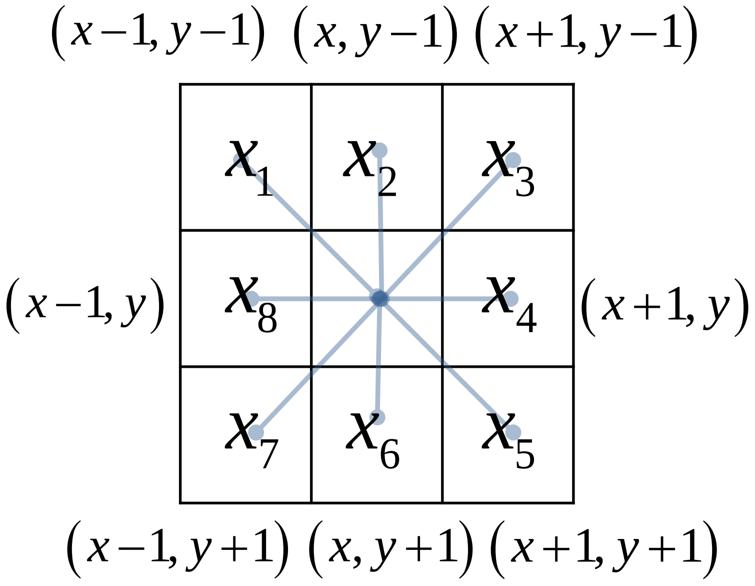
Понятие смежности.

$p=(x,y)$

x_1	x_2	x_3
x_8	p	x_4
x_7	x_6	x_5







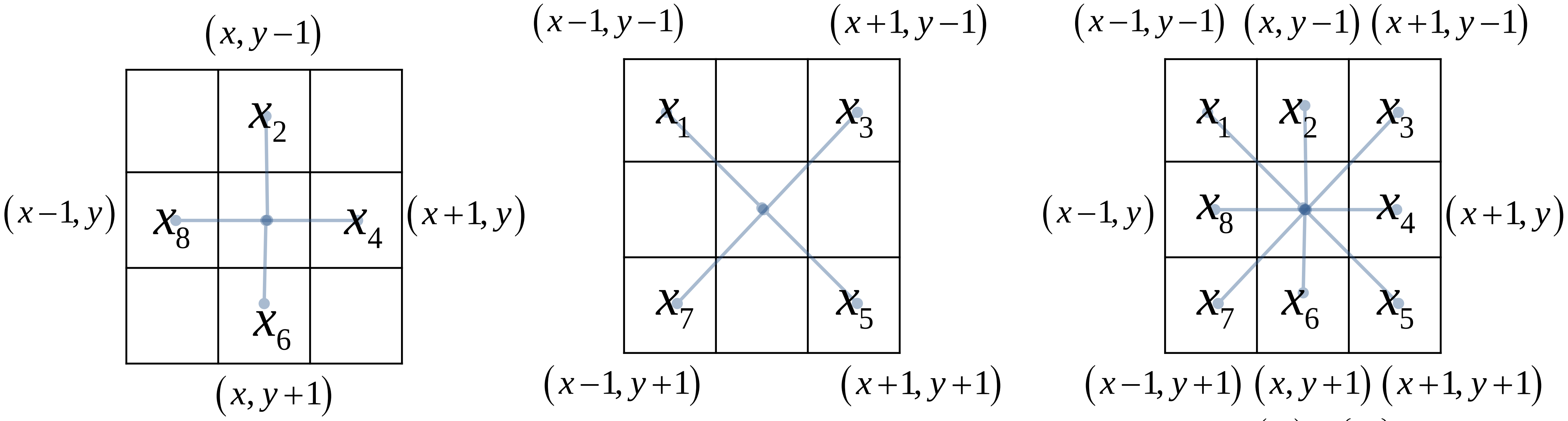
Множества соседей $N(p)$: $N_4(p)=\{x_2,x_4,x_6,x_8\}$ $N_D(p)=\{x_1,x_3,x_5,x_7\}$ $N_8(p)=\{x_i\}_{i=\overline{1,8}}$

Нелинейная фильтрация

Понятие смежности.

$p=(x,y)$

x_1	x_2	x_3
x_8	p	x_4
x_7	x_6	x_5



Множества соседей $N(p)$: $N_4(p)=\{x_2,x_4,x_6,x_8\}$ $N_D(p)=\{x_1,x_3,x_5,x_7\}$ $N_8(p)=\{x_i\}_{i=\overline{1,8}}$

Пусть V - множество градаций яркости, для которых точки яркостно эквивалентны.

При $f(p), f(q)\in V$ яркость соседних точек p,q эквивалентна: $f(p)\sim f(q)$

Для бинарных изображений: $V=\{1\}$

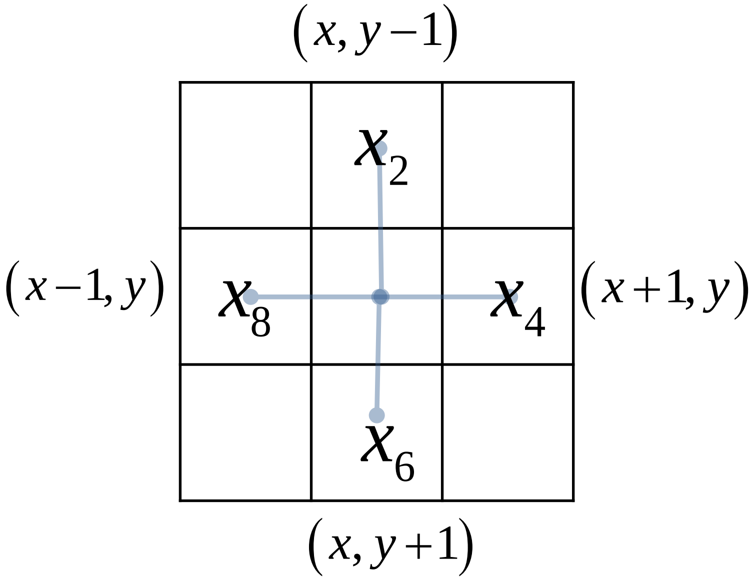
Для градационных (монохромных, однотонных) изображений: $V=\{v_1,v_2,..,v_N\}\subset\{0,..,255\}$

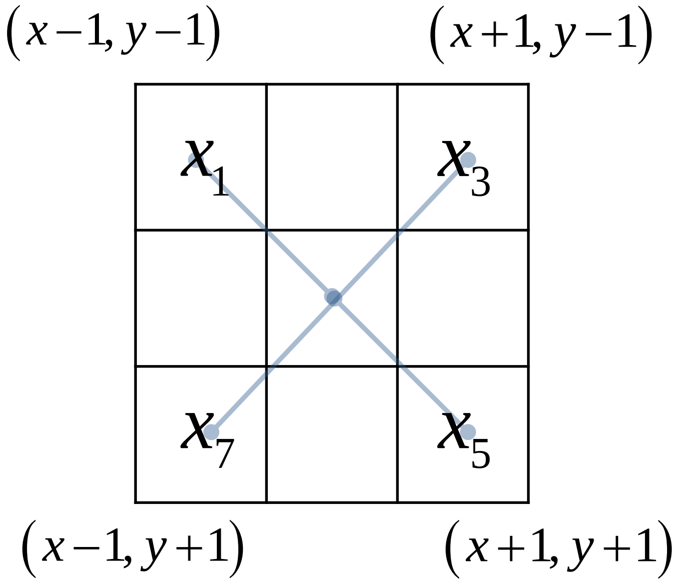
Нелинейная фильтрация

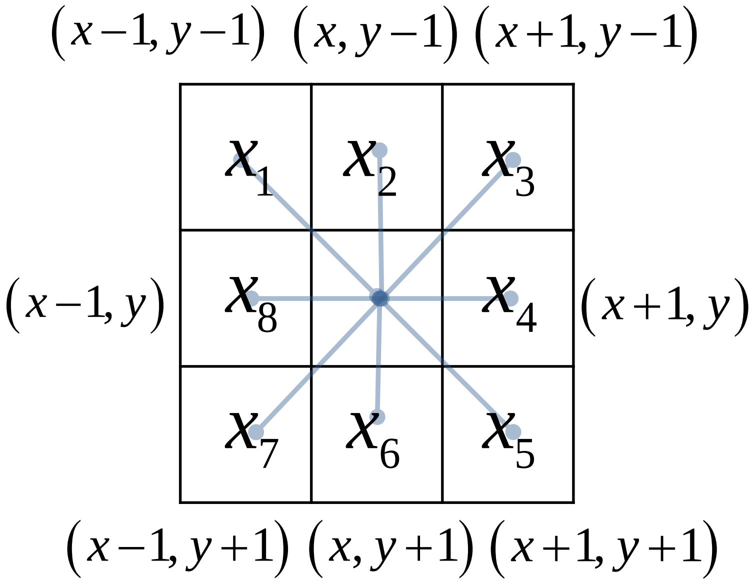
Понятие смежности.

$p=(x,y)$

x_1	x_2	x_3
x_8	p	x_4
x_7	x_6	x_5







Множества соседей $N(p)$: $N_4(p)=\{x_2,x_4,x_6,x_8\}$ $N_D(p)=\{x_1,x_3,x_5,x_7\}$ $N_8(p)=\{x_i\}_{i=\overline{1,8}}$

Пусть V - множество градаций яркости, для которых точки яркостно эквивалентны.

При $f(p), f(q)\in V$ яркость соседних точек p,q эквивалентна: $f(p)\sim f(q)$

Для бинарных изображений: $V=\{1\}$

Для градационных (монохромных, однотонных) изображений: $V=\{v_1,v_2,..,v_N\}\subset\{0,..,255\}$

1. Две точки $p,q: f(p), f(q)\in V$ - **4х-смежные**, если $q\in N_4(p)$

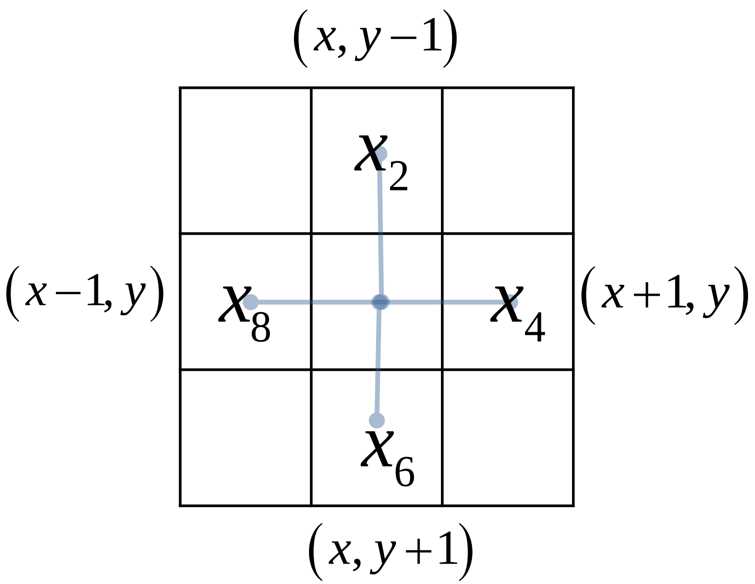
2. Две точки $p,q: f(p), f(q)\in V$ - **8х-смежные**, если $q\in N_8(p)$

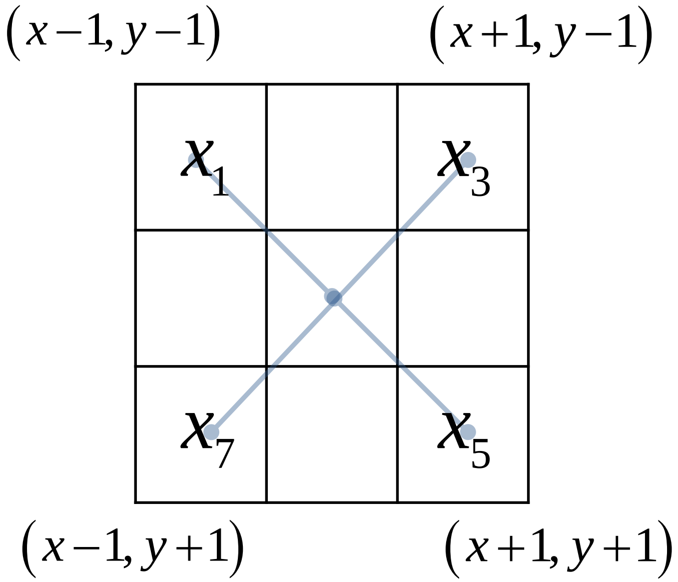
Нелинейная фильтрация

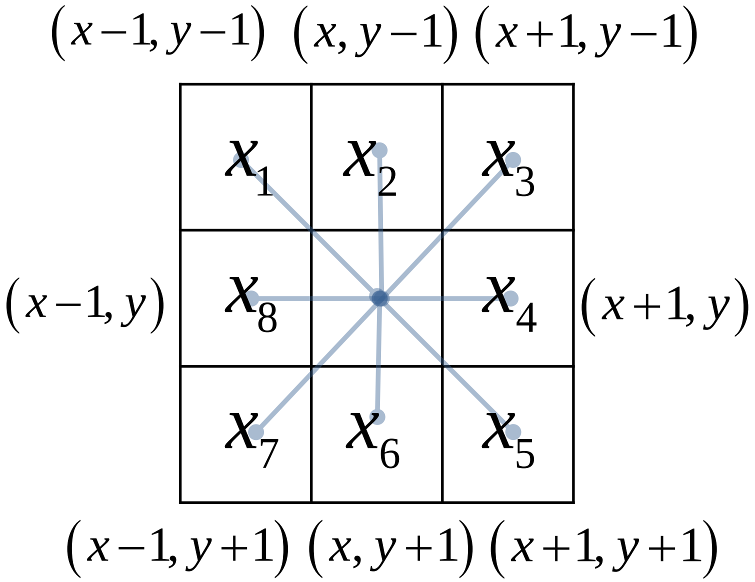
Понятие смежности.

$p = (x, y)$

x_1	x_2	x_3
x_8	p	x_4
x_7	x_6	x_5







Множества соседей $N(p)$: $N_4(p) = \{x_2, x_4, x_6, x_8\}$ $N_D(p) = \{x_1, x_3, x_5, x_7\}$ $N_8(p) = \{x_i\}_{i=\overline{1,8}}$

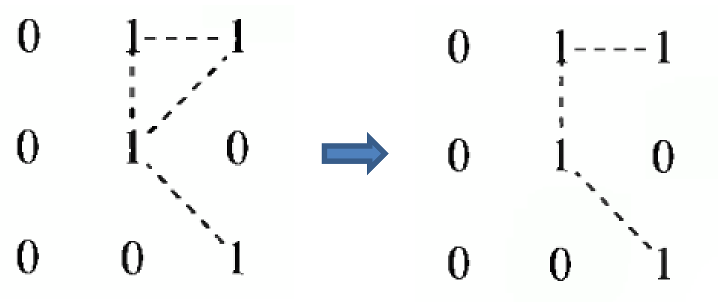
Пусть V - множество градаций яркости, для которых точки яркостно эквивалентны.

При $f(p), f(q) \in V$ яркость соседних точек p, q эквивалентна: $f(p) \sim f(q)$

Для бинарных изображений: $V = \{1\}$

Для градационных (монохромных, однотонных) изображений: $V = \{v_1, v_2, .., v_N\} \subset \{0, .., 255\}$

Конфигурация пикселей при 8-смежности и m-смежности для $V = \{1\}$



1. Две точки $p, q : f(p), f(q) \in V$ - **4х-смежные**, если $q \in N_4(p)$
2. Две точки $p, q : f(p), f(q) \in V$ - **8х-смежные**, если $q \in N_8(p)$
3. Две точки $p, q : f(p), f(q) \in V$ - **m-смежные (смешанно-смежные)**, если

   $q \in N_4(p)$ или $q \in N_D(p), \ \forall s \in N_4(p) \cap N_4(q) : f(s) \notin V$

4. Два подмножества точек S_1, S_2 - **смежные**, если $\exists q \in S_1, \exists p \in S_1$ - смежные.

Нелинейная фильтрация

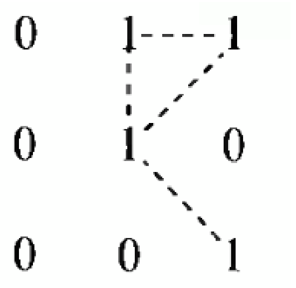
Понятие связности.

1. **Дискретный путь** L от $p=(x,y)$ до $q=(s,t)$ - неповторяющаяся последовательность пикселей:

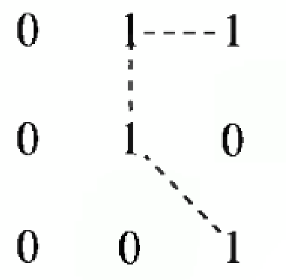
$L=((x_0,y_0),(x_1,y_1),\ldots,(x_n,y_n))$, где $(x,y)=(x_0,y_0)$, $(x_n,y_n)=(s,t)$, (x_i,y_i) и $(x_{i-1},y_{i-1}), 1\le i\le n$ - смежные.

n – длина пути.

Если $(x_0,y_0)=(x_n,y_n)$ - путь L-замкнутый.



8-пути



m-путь

Нелинейная фильтрация

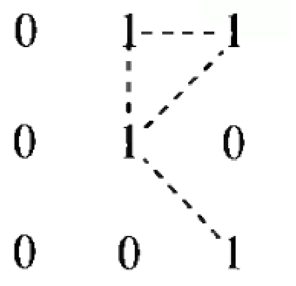
Понятие связности.

1. **Дискретный путь** L от $p=(x,y)$ до $q=(s,t)$ - неповторяющаяся последовательность пикселей:

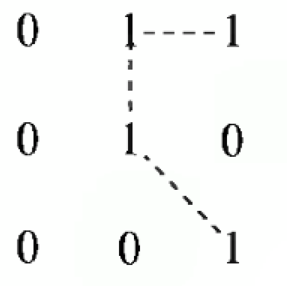
$$L=\big((x_0,y_0),(x_1,y_1),\ldots,(x_n,y_n)\big),\ \text{где}\ (x,y)=(x_0,y_0),\ (x_n,y_n)=(s,t),\ \underbrace{(x_i,y_i)\ \text{и}\ (x_{i-1},y_{i-1})}_{},1\le i\le n$$ - смежные.

n – длина пути.

Если $(x_0,y_0)=(x_n,y_n)$ - путь L-замкнутый.



8-пути



m-путь

2. $\forall p,q\in S$ - **связные** в $S\to\exists L(p,q):L(p,q)\subset S$

3. $\exists p\in S,\exists Q_p\subset S:\forall q\in Q_p\to\exists L(p,q)\subset S,\ Q_p$ - **связная компонента** (или компонента связности) S. Если одна компонента связности, то S – связное множество.

4. R – **область**, если R - связное подмножество элементов изображения.

5. Г– **граница** области R, если $\forall p\in \Gamma,\ \exists q\in N(p):q\notin R$

Нелинейная фильтрация

Морфологическая обработка изображения

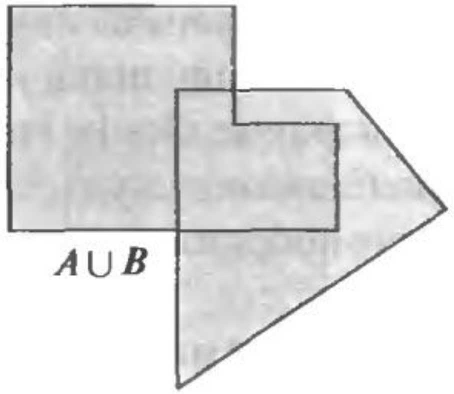
Морфология – изучает форму, строение.

Изображение $f=\overline{0,255},\ f(x,y)=\big(f(x_0,y_0),\ f(x_1,y_1),\ldots,\ f(x_n,y_n)\big)\in Z^3$

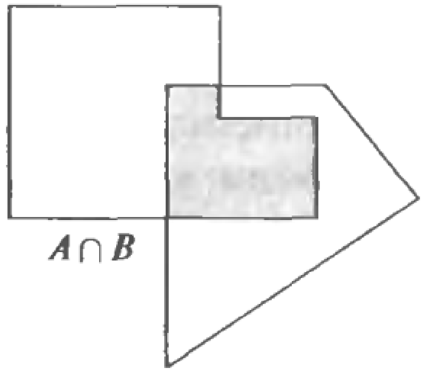
Изображение $f=\{0,1\},\ f(x,y)=\big((x_0,y_0),(x_1,y_1),\ldots,(x_n,y_n)\big)\in Z^2$

Пусть $A,B\subset Z^2$

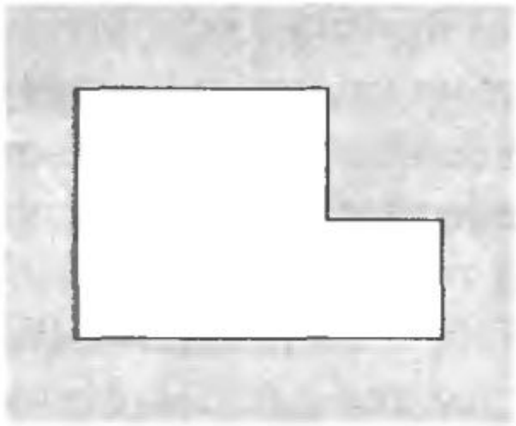
1. $\mathrm{C}=A\cup B$ $(A\ OR\ B,\ A+B)$



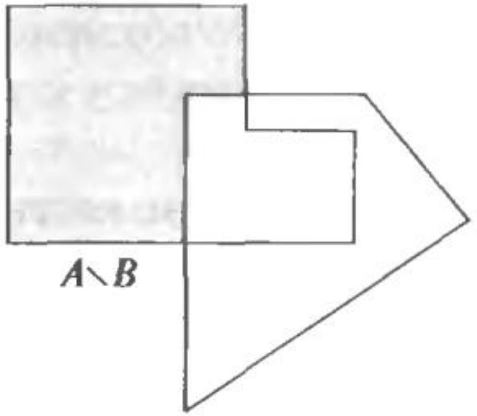
2. $\mathrm{C}=A\cap B$ $(A\ \mathrm{AND}\ B,\ A\bullet B)$



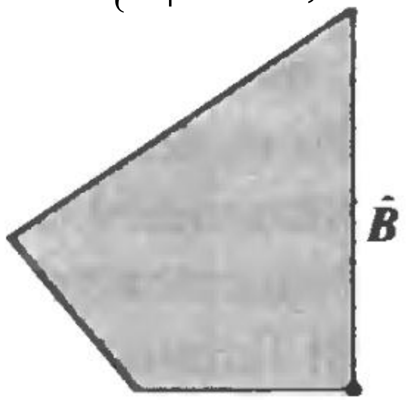
3. $\overline{\mathrm{A}}=\{w\,|\,w\notin A\}$ $(\mathrm{NOT}(A))$



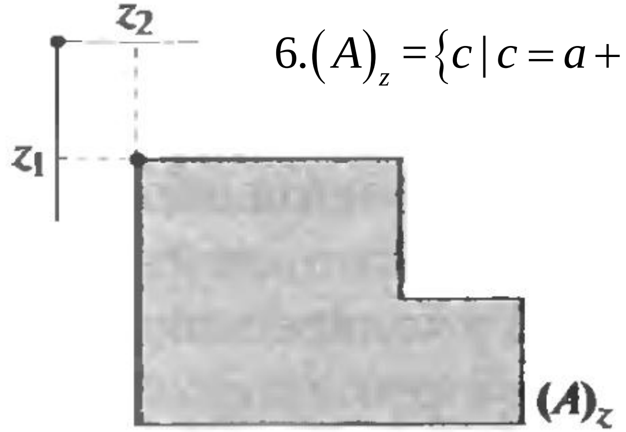
4. $A/B=\{w\,|\,w\in A, w\notin B\}=\mathrm{A}\cap\overline{\mathrm{B}}$



5. $\mathrm{B}=\{w\,|\,w=-b, b\in B\}$

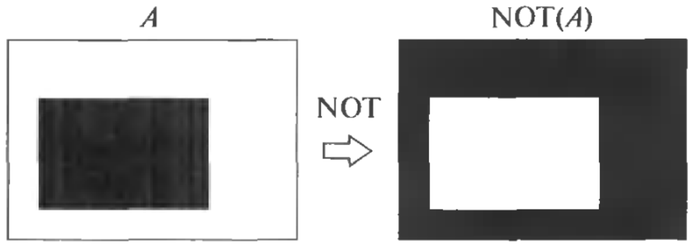


6. $(A)_z=\{c\,|\,c=a+z, a\in A\}$

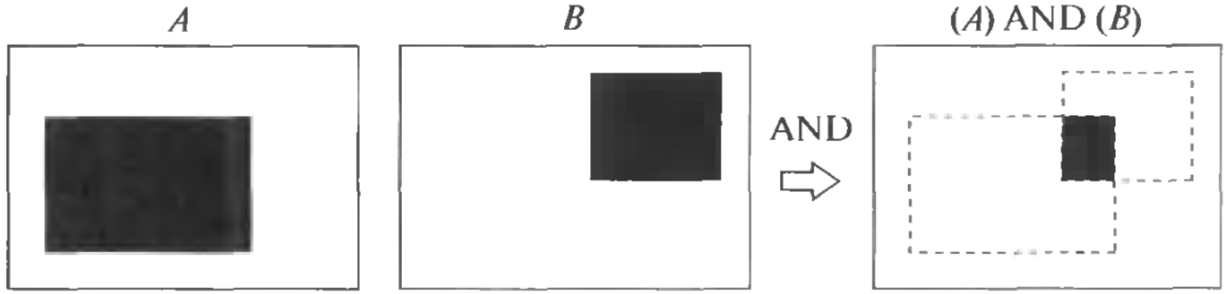


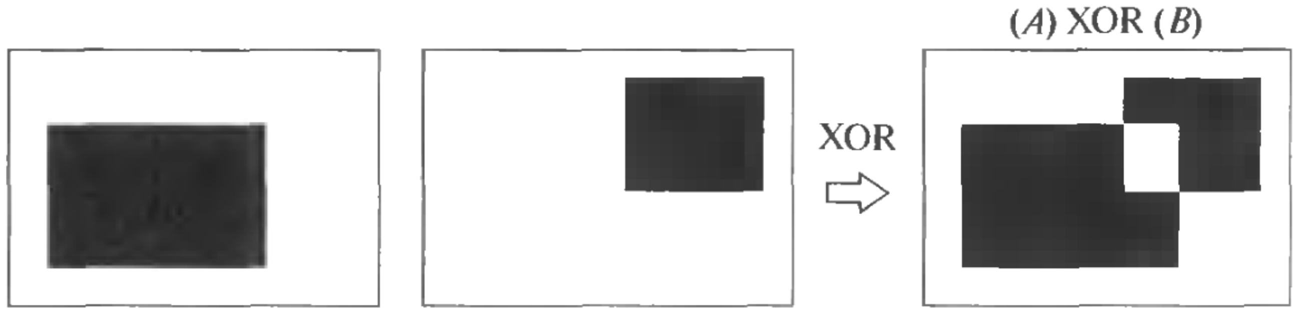
Нелинейная фильтрация

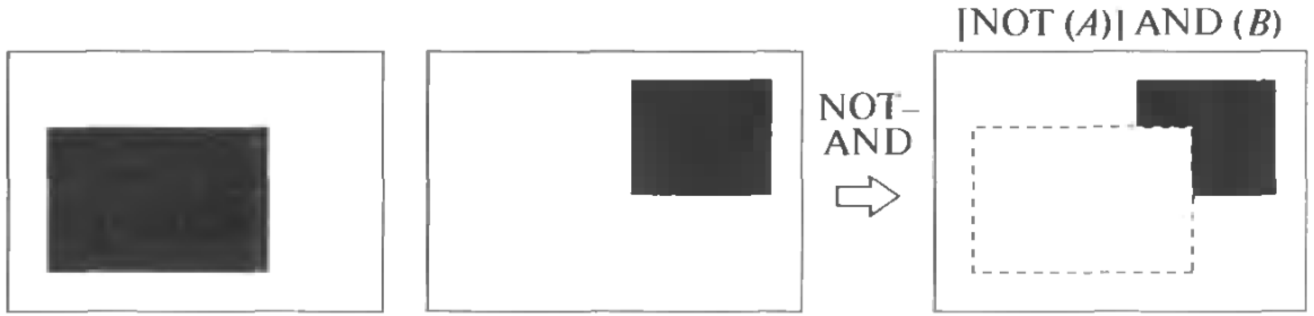
Морфологическая обработка изображения. Логические операции.



p	q	p AND q (также $p \cdot q$)	p OR q (также $p + q$)	NOT(p) (также $\bar{p}$)
0	0	0	0	1
0	1	0	1	1
1	0	0	1	0
1	1	1	1	0







Морфологическая обработка изображения.
Дилатация.

Дилатация (расширение) множества A по множеству B (Аналог свертки)

$$A \oplus B = \left\{ z \,\middle|\, (\hat{B})_z \cap A \neq \varnothing \right\}$$

Множество всех точек при смещении $\hat{B}$ в которые B и A пересекаются.

B - структурный примитив, маска.

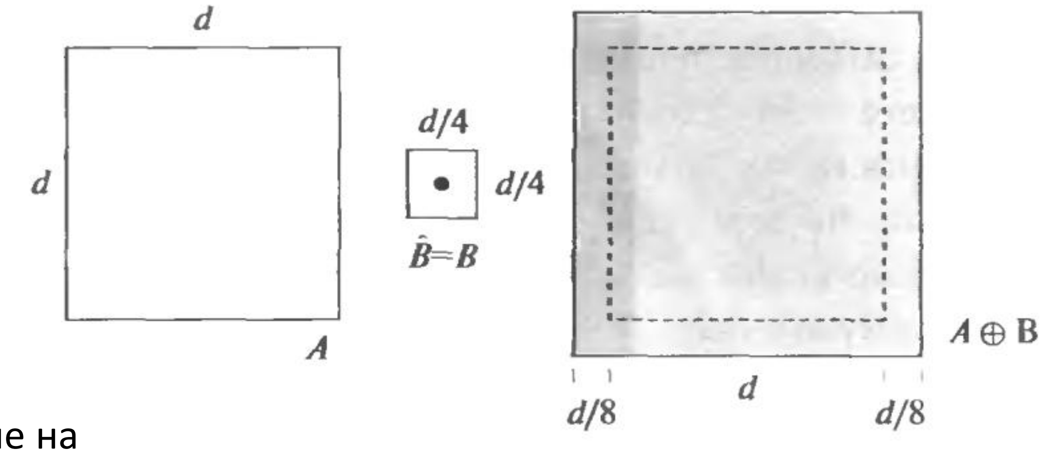
Альтернативные определения:

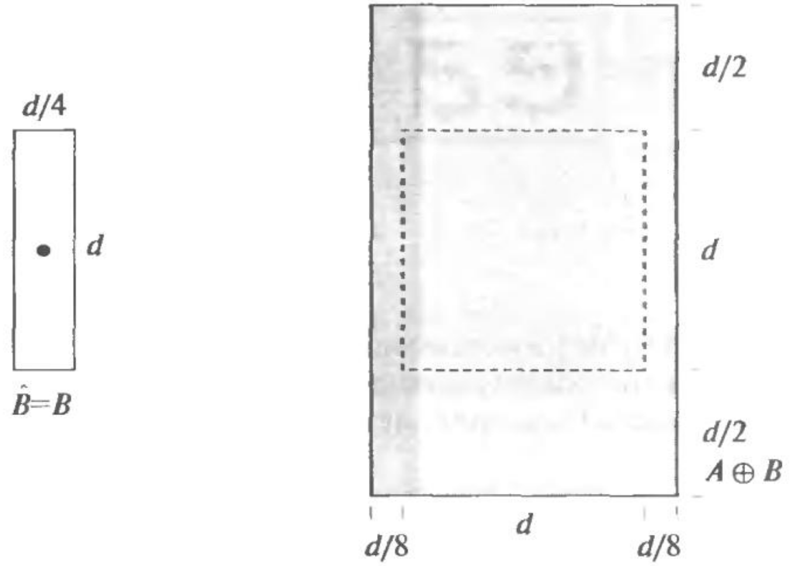
$$A \oplus B = \left\{ w \in Z^2 \,\middle|\, w = a + b \text{ для некоторых } a \in A \text{ и } b \in B \right\}$$

- множество всех точек a, смещенные на все возможные позиции из множества B.

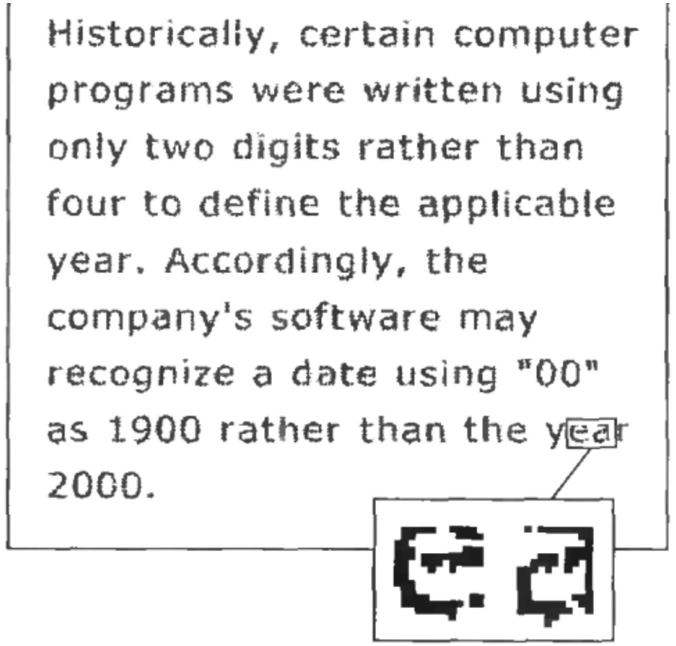
$$A \oplus B = \bigcup_{b \in B} (A)_b$$

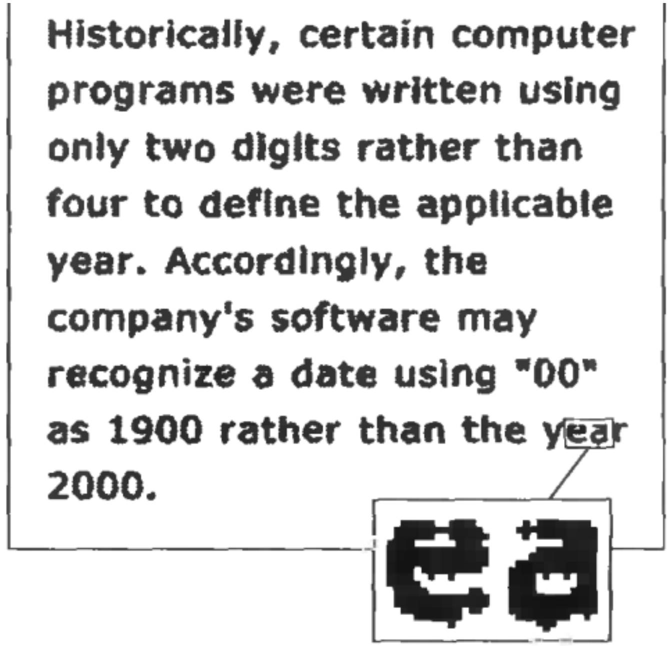
- Сумма Минковского, объединение всех сдвинутых множеств A на все возможные позиции из множества B.





Устранение разрывов, утолщение

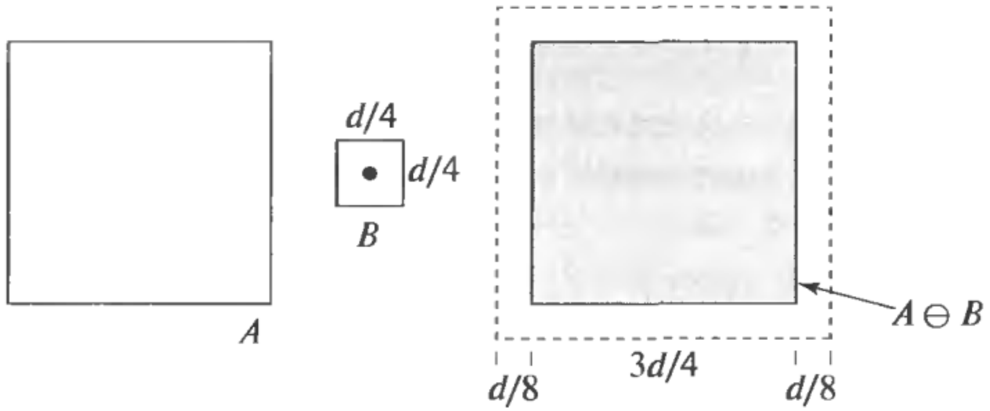

Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.


Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.

B

0	1	0
1	1	1
0	1	0

Морфологическая обработка изображения.
Эрозия.

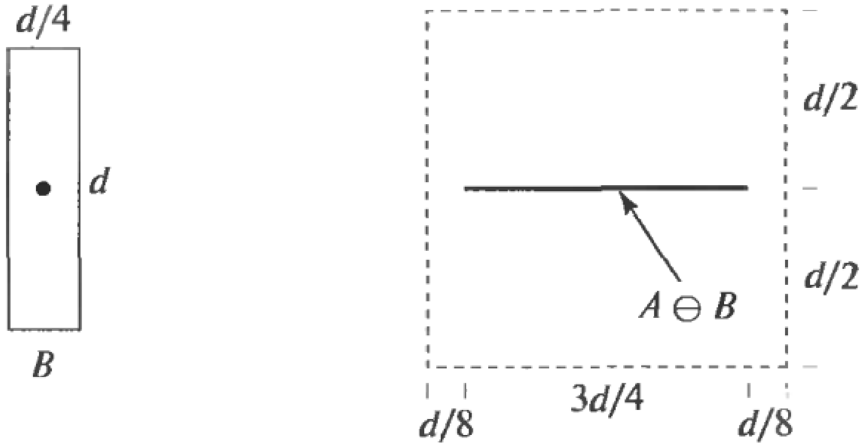


Эрозия (сужение) множества A по множеству B

$$A \ominus B = \left\{ z \middle| (B)_z \subseteq A \right\}$$

Множество всех точек при смещении B в которые B содержится в A

B - структурный примитив, маска



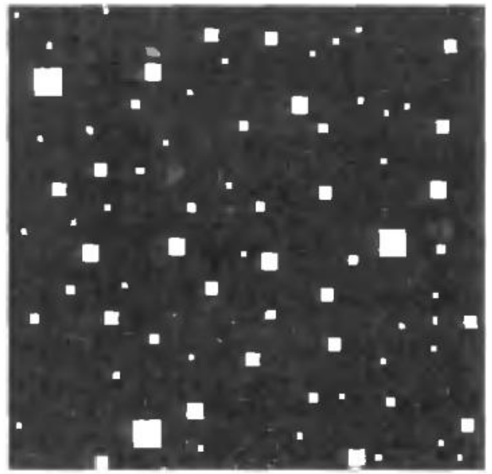
Альтернативные определения:

$A \ominus B = \left\{ w \in Z^2 \middle| w + b \in A \ \text{для любого} \ b \in B \right\}$ - множество всех точек смещений B, таких что все точки из B содержаться в A.

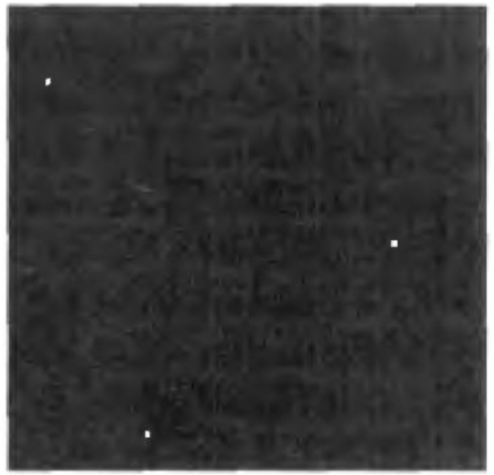
$A \ominus B = \bigcap_{b \in B} (A)_{-b}$ - разность Минковского (при –b -> b), пересечение всех смещенных A на отраженные сдвиги из B.

Фильтрация, удаление мелких деталей

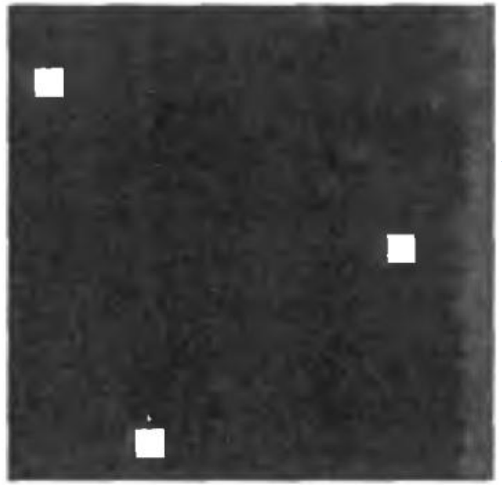
A



$A \Theta B$



$(A \Theta B) \oplus B$



Фильтрация

Морфологическая обработка изображения.
Эрозия.

Эрозия (сужение) множества A по множеству B

$$A \ominus B = \{ z \mid (B)_z \subseteq A \}$$

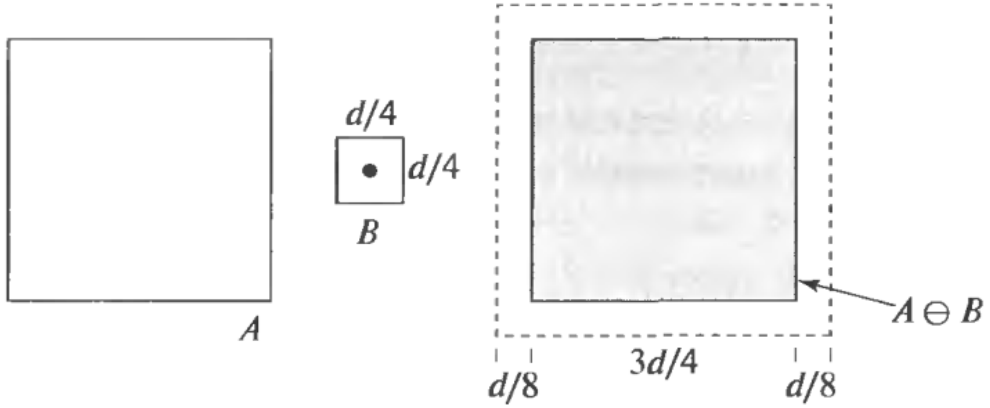
Множество всех точек при смещении B в которые B содержится в A

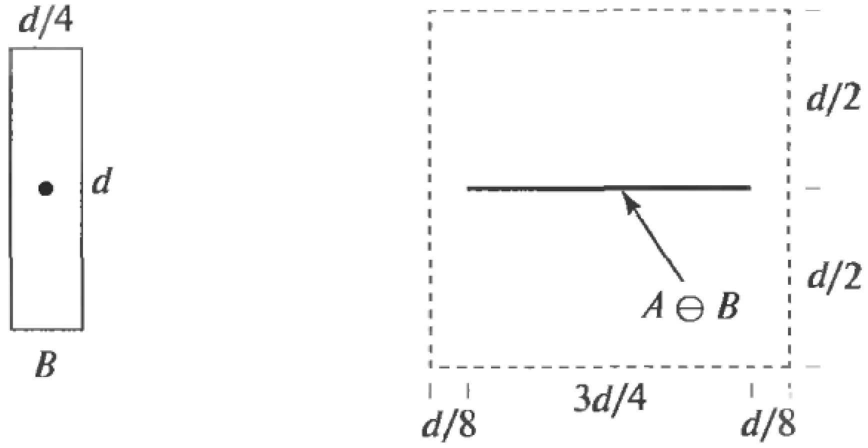
B - структурный примитив, маска

Альтернативные определения:

$$A \ominus B = \{ w \in Z^2 \mid w + b \in A \text{ для любого } b \in B \}$$ - множество всех точек смещений B, таких что все точки из B содержаться в A.

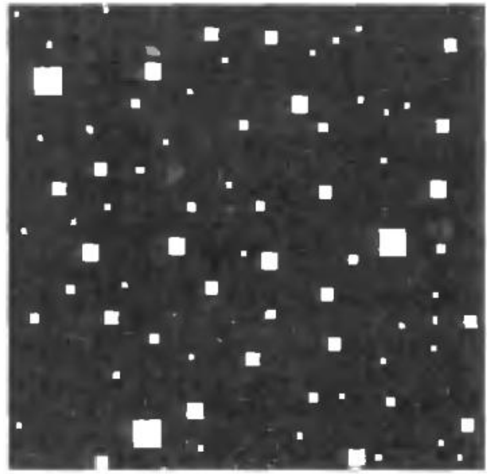
$$A \ominus B = \bigcap_{b \in B} (A)_{-b}$$ - разность Минковского (при –b -> b), пересечение всех смещенных A на отраженные сдвиги из B.



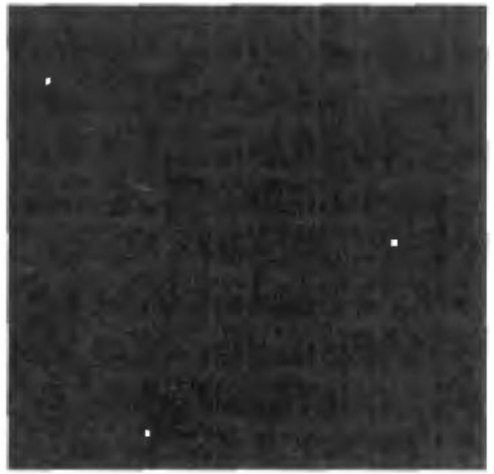


Фильтрация, удаление мелких деталей

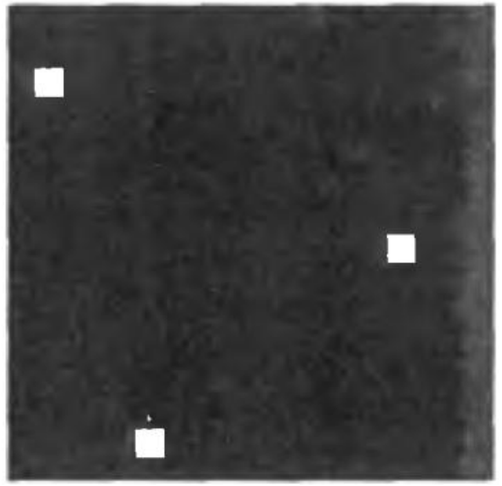
A



$A \Theta B$



$(A \Theta B) \oplus B$



$$\overline{(A \Theta B)} = \overline{A} \oplus B$$

$$\overline{(A \Theta B)} = \overline{\{ z \mid (B)_z \subset A \}} =$$

$$= \overline{\{ z \mid (B)_z \cap \overline{A} = \varnothing \}} = \{ z \mid (B)_z \cap \overline{A} \neq \varnothing \} = \overline{A} \oplus B$$

Инверсия эрозии A по B эквивалентна дилатации инверсии A по отраженному B.

Морфологическая обработка изображения.
Размыкание (открытие) и Замыкание (закрытие).

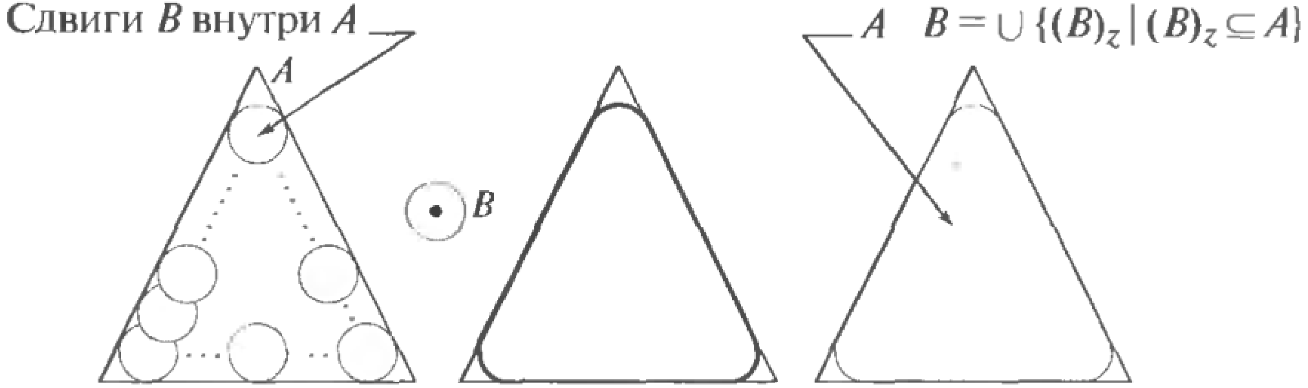
Размыкание (открытие) множества A по множеству B

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$

- обрывает узкие перешейки

$$A \circ B = \cup\left\{(B)_z \,\middle|\, (B)_z \subseteq A\right\}$$

- объединение всех смещенных B, которые укладываются в A



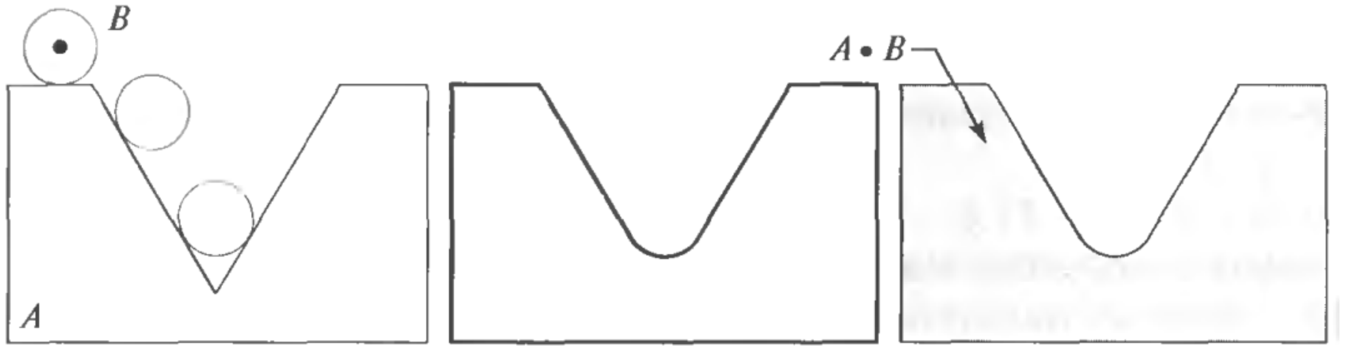
Примитив B обкатывает A внутри A

Замыкание (закрытие) множества A по множеству B

$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$

- заливает узкие разрывы

Инверсия объединения всех смещенных B, которые не укладываются в A



Примитив B обкатывает A снаружи A

Операция размыкания обладает следующими свойствами:

а) $A \circ B$ является подмножеством A (т.е. вложенным изображением).

б) Если C есть подмножество D, то $C \circ B$ является подмножеством $D \circ B$.

в) $(A \circ B) \circ B = A \circ B$.

Аналогично, операция замыкания обладает следующими свойствами:

а) A является подмножеством (вложенным изображением) $A \bullet B$.

б) Если C есть подмножество D, то $C \bullet B$ является подмножеством $D \bullet B$.

в) $(A \bullet B) \bullet B = A \bullet B$.

$$\overline{(A \bullet B)} = \overline{A} \circ B$$

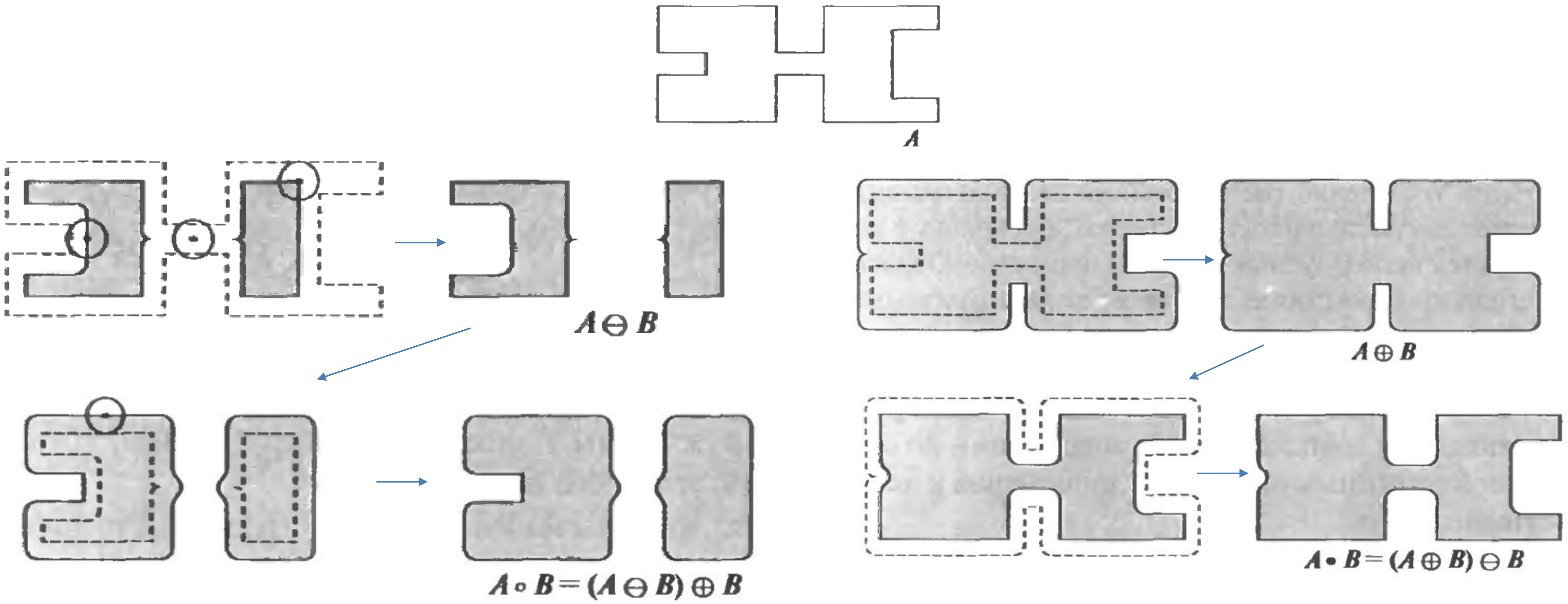
Морфологическая обработка изображения.
Размыкание (открытие) и Замыкание (закрытие).

Размыкание (открытие) множества A по множеству B

$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$ - обрывает узкие перешейки

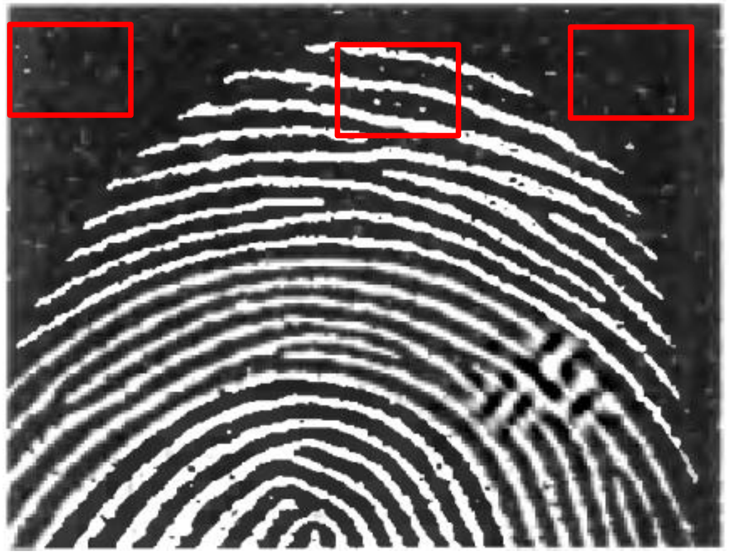
Замыкание (закрытие) множества A по множеству B

$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$ - заливает узкие разрывы

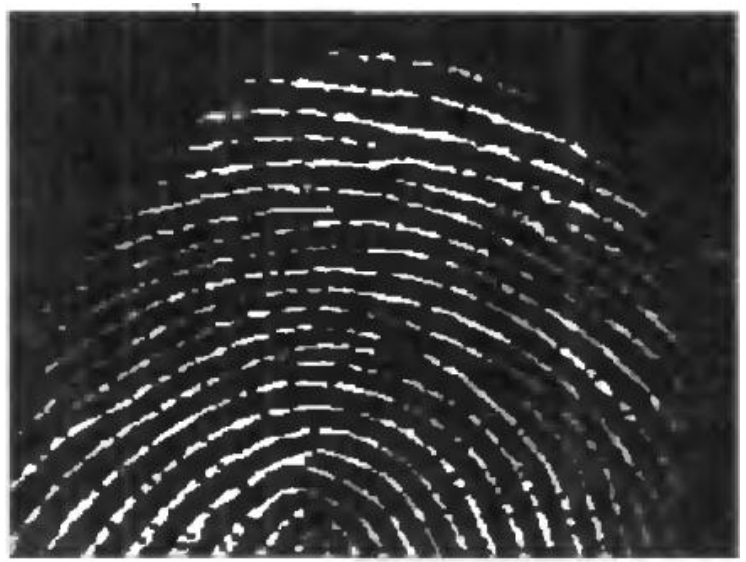


Морфологическая обработка изображения.
Морфологическая фильтрация бинарных изображений

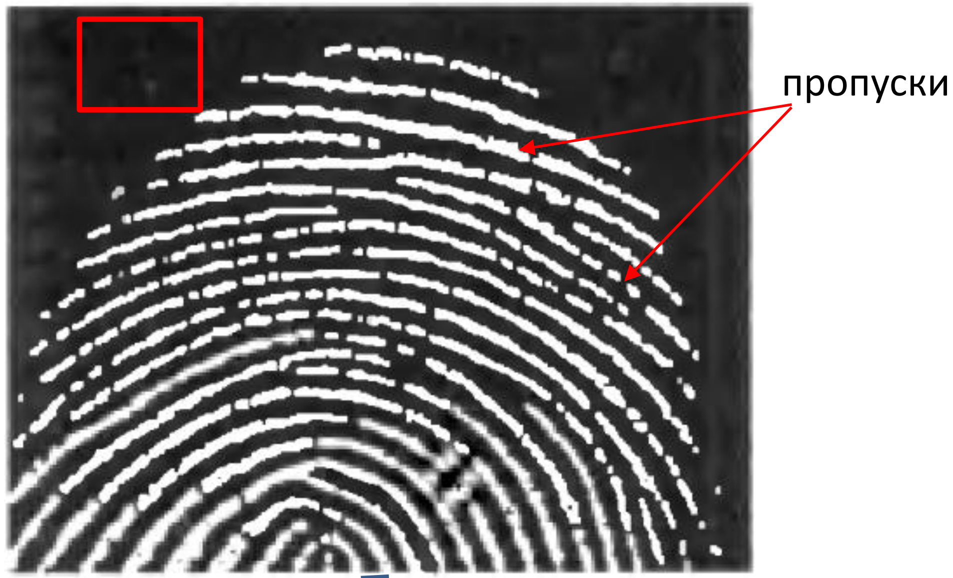
A



$A \ominus B$



$(A \ominus B) \oplus B = A \circ B$



1	1	1
1	1	1
1	1	1

B

$(A \circ B) \oplus B$

Реконструкция пропусков

$[(A \circ B) \oplus B] \ominus B = (A \circ B) \bullet B$

Компенсация утолщения

Цель – устранение шума при минимальном искажении формы

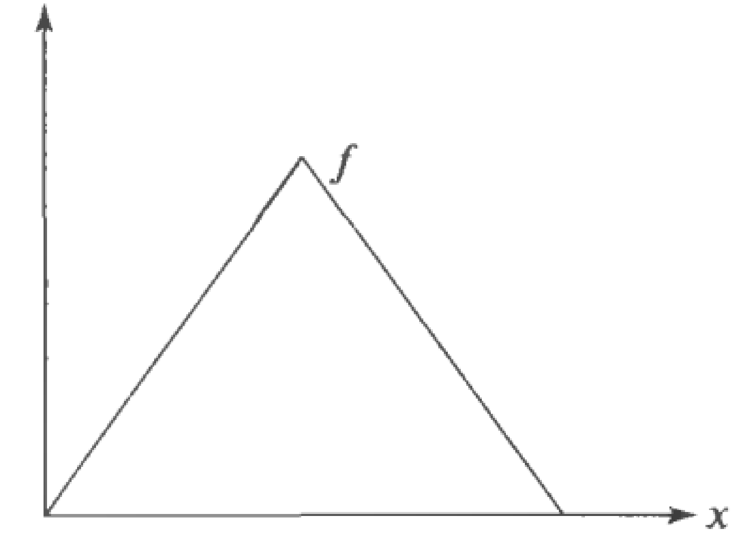
Морфологическая обработка изображения. Дилатация. Полутоновое изображение.

Дилатация (расширение) функции $f(x,y)$ по функции $b(x,y)$ (Аналог свертки)

$$(f \oplus b)(s,t) =$$
$$= \max\left\{ f(s-x,t-y) + b(x,y) \,\middle|\, (s-x,t-y) \in D_f; (x,y) \in D_b \right\}$$

$b(x,y)$ - структурный примитив, маска

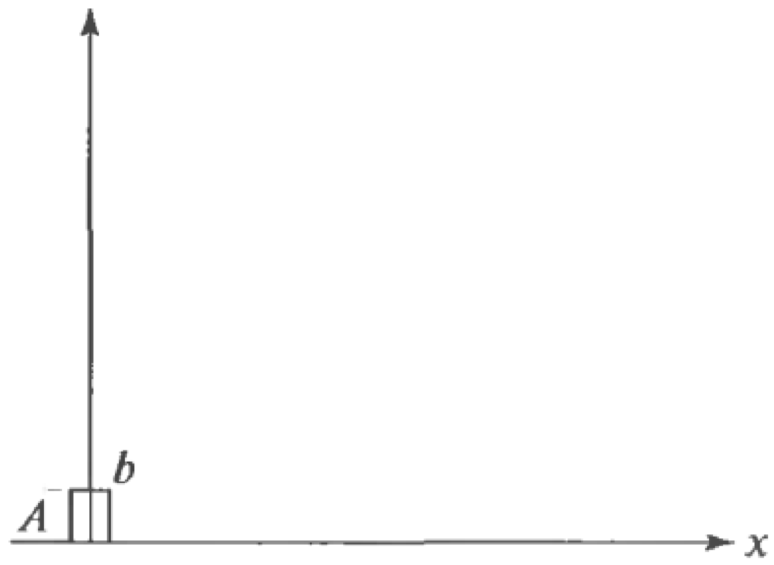
Носители функций пересекаются

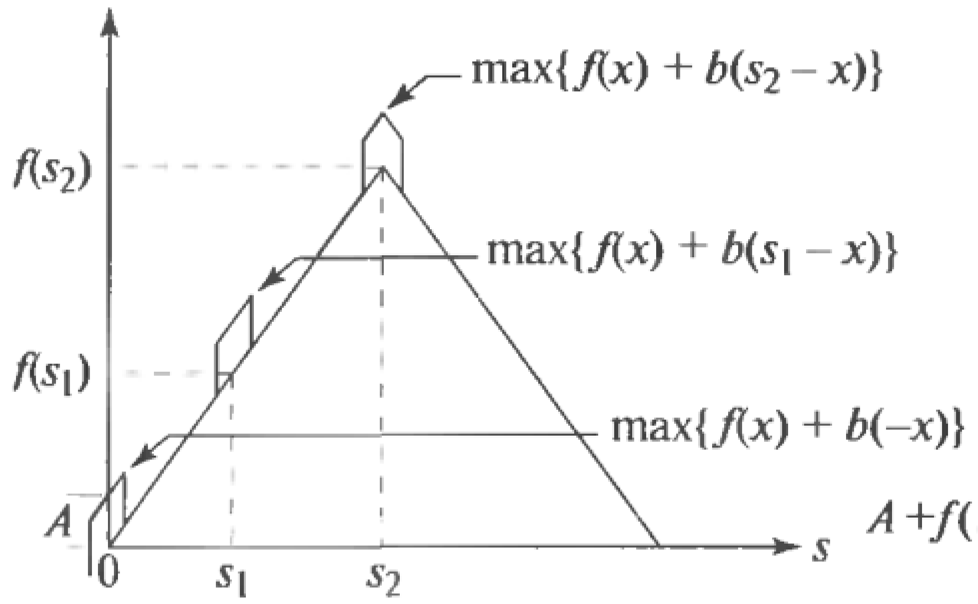


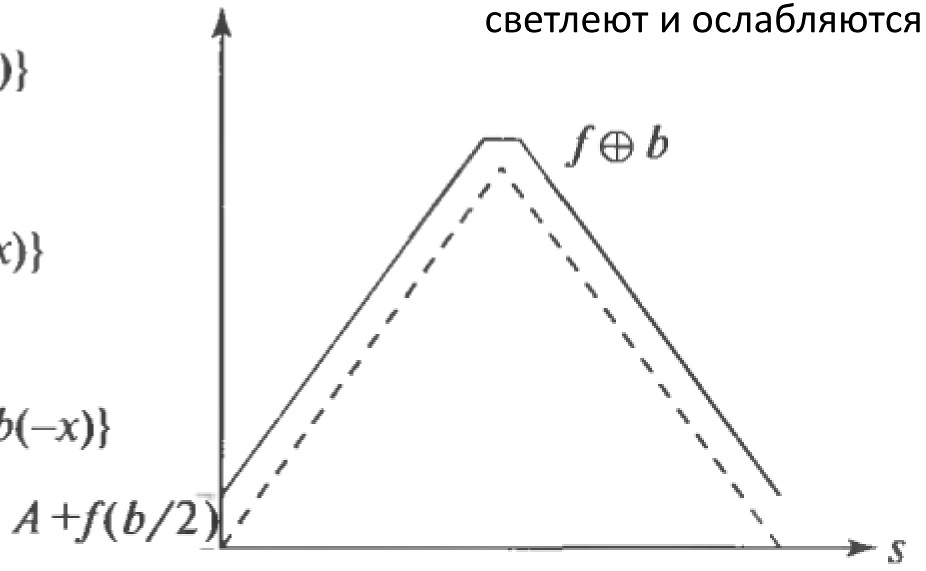
В одномерном случае:

$$(f \oplus b)(s) = \max\left\{ f(s-x) + b(x) \,\middle|\, (s-x) \in D_f \text{ и } x \in D_b \right\}$$

Изображение становится ярче исходного, темные области светлеют и ослабляются.







Морфологическая обработка изображения.
Эрозия. Полутоновое изображение.

Эрозия (сужение) функции $f(x,y)$ по функции $b(x,y)$ (Аналог корреляции)

$$(f \ominus b)(s,t) =$$
$$= \min\left\{ f(s+x, t+y) - b(x,y) \,\middle|\, (s+x, t+y) \in D_f; (x,y) \in D_b \right\},$$

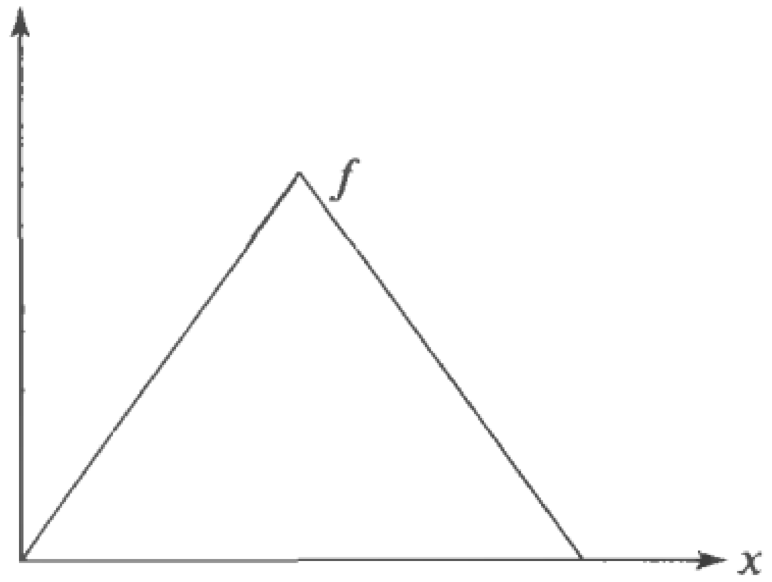
$b(x,y)$ - структурный примитив, маска

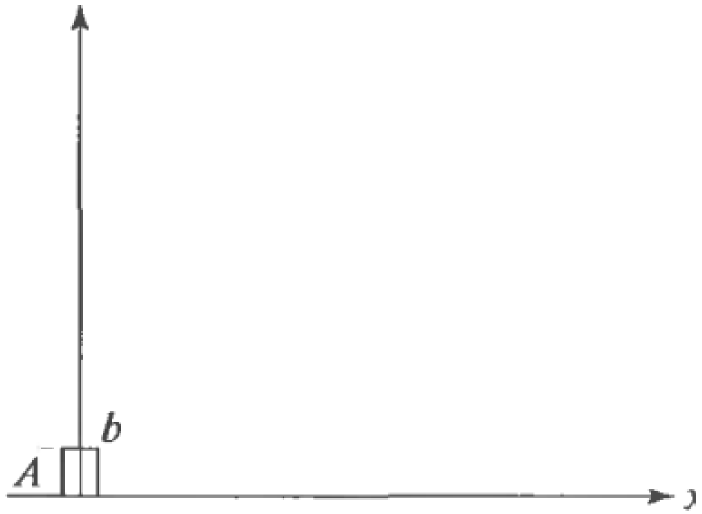
Примитив полностью находится внутри носителя функции

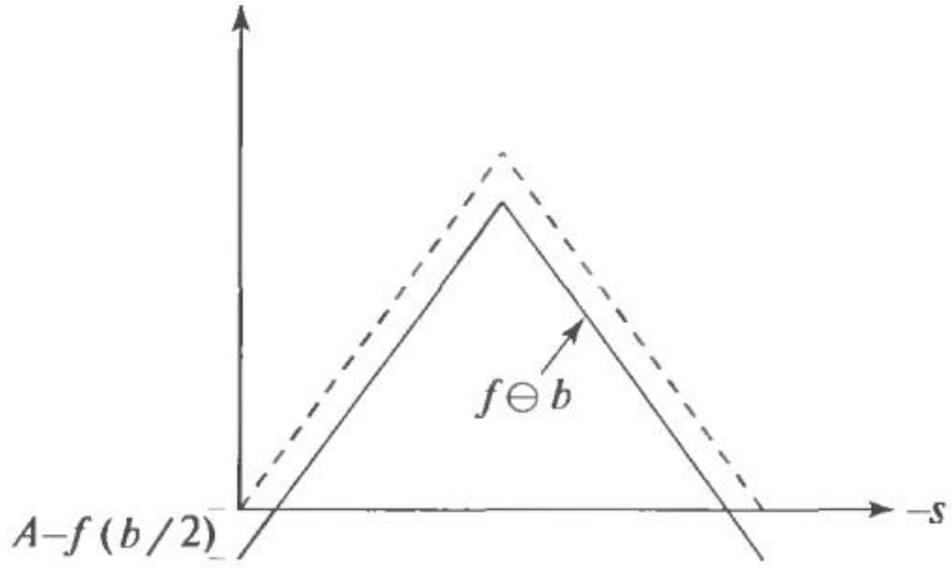
В одномерном случае:

$$(f \ominus b)(s) = \min\left\{ f(s+x) - b(x) \,\middle|\, (s+x) \in D_f \text{ и } x \in D_b \right\}$$

Изображение становится темнее исходного, светлые области темнеют и ослабляются.







Морфологическая обработка изображения.
Дилатация. Эрозия. Полутоновое изображение.

$f(x,y)$

$(f \oplus b)(s,t)$

$(f \ominus b)(s,t)$

$$\overline{(f \Theta b)}(s,t) = \left(\overline{f} \oplus \hat{b}\right)(s,t),$$

$$\overline{f} = -f(s,t), \quad \hat{b} = b(-s,-t)$$

$b(x,y) - 5\times 5$

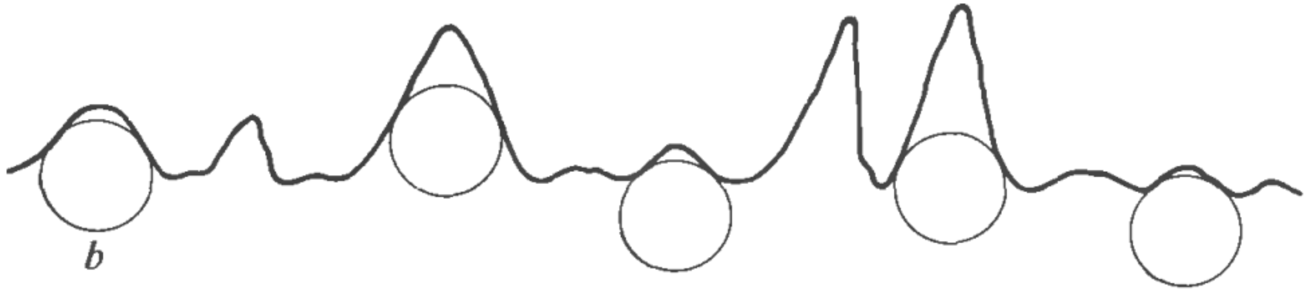
Морфологическая обработка изображения.
Размыкание (открытие) и Замыкание (закрытие).

Размыкание (открытие) функции $f\left(x,y\right)$ по функции $b\left(x,y\right)$

$f\circ b=(f\ominus b)\oplus b$ - обрывает узкие перешейки

Замыкание (закрытие)) функции $f\left(x,y\right)$по функции$b\left(x,y\right)$

$f\bullet b=(f\oplus b)\ominus b$ - заливает узкие разрывы



Примитив b обкатывает f под графиком f

Примитив b обкатывает f над графиком f

огибающая

$$\overline{\left(f\bullet b\right)}=\overline{f}\circ\hat{b}\quad\Leftrightarrow\quad-\left(f\bullet b\right)=\left(-f\circ\hat{b}\right)$$

Морфологическая обработка изображения.
Размыкание (открытие) и Замыкание (закрытие).

$f(x, y)$

$b(x, y) - 5 \times 5$

$f \circ b = (f \ominus b) \oplus b$

$f \bullet b = (f \oplus b) \ominus b$

Морфологическая обработка изображения.

Морфологическая фильтрация полутоновых изображений

$f(x,y)$

$(f \ominus b)(s,t)$

$f \circ b = (f \ominus b) \oplus b$

$[(A \circ B) \oplus B] \ominus B = (A \circ B) \bullet B$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} \quad B$$

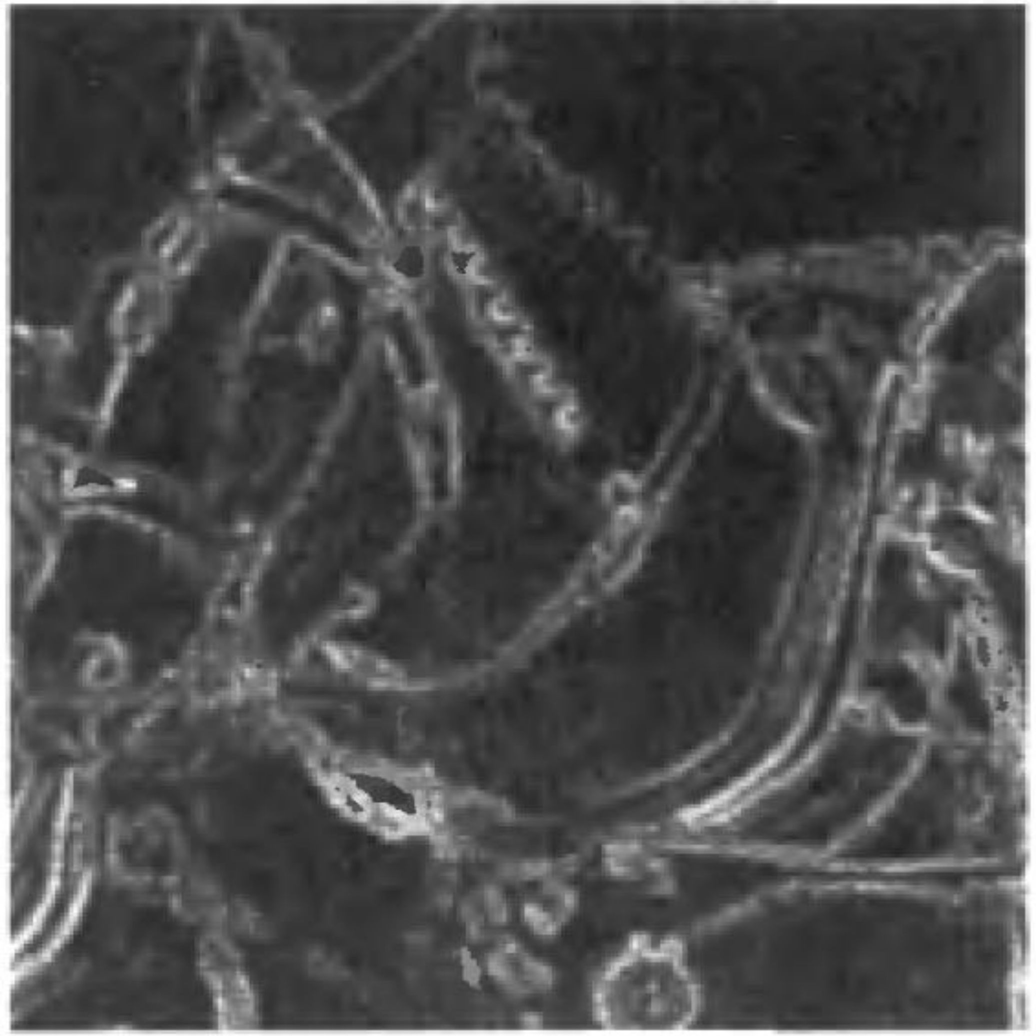
Цель – устранение как темных, так и светлых артефактов и шума при минимальном искажении формы

Морфологическая обработка изображения.

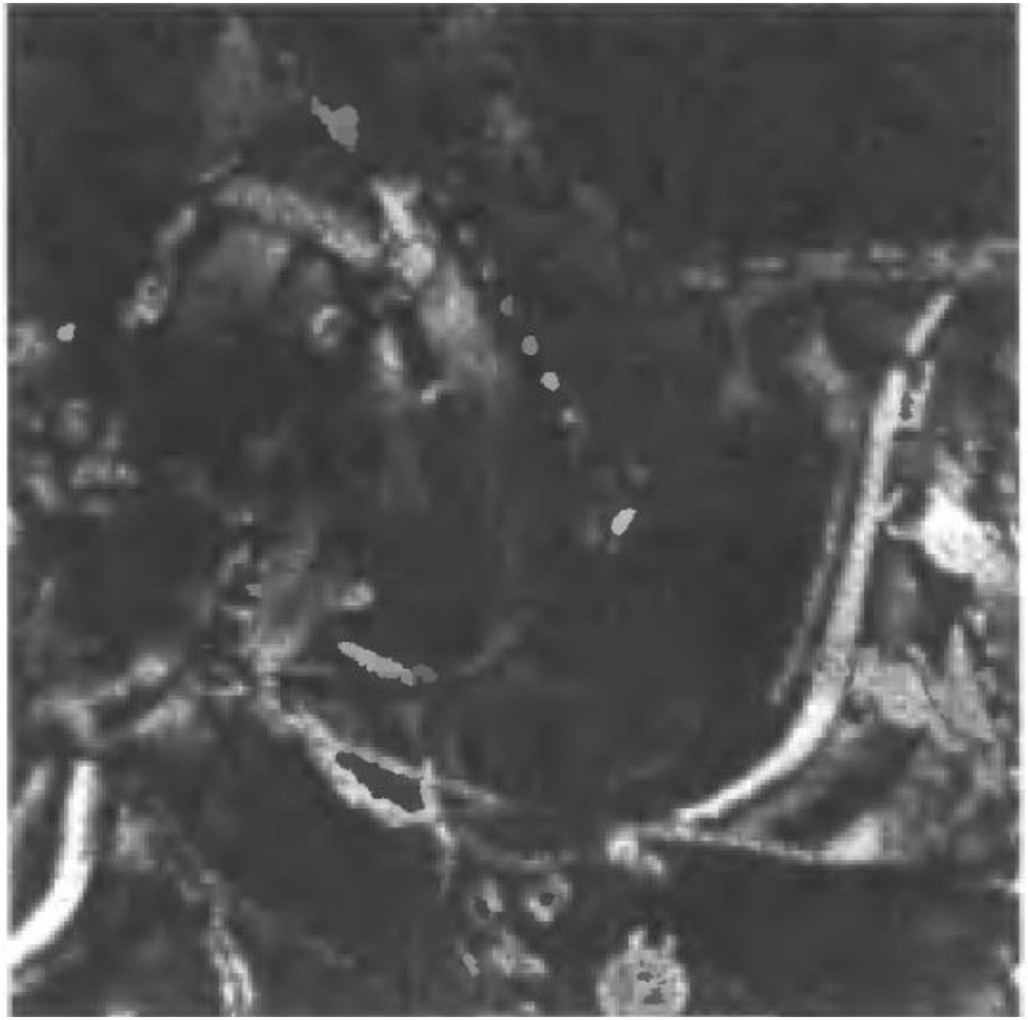
Морфологическая фильтрация полутоновых изображений.

Морфологический градиент

$$g = (f \oplus b) - (f \ominus b)$$



$$h = f - (f \circ b)$$



Top-hat