

# Локально-аппроксимирующие модели в анализе сигналов головного мозга

Маркин В. О., Исаченко Р. В, Стрижов В. В.

Московский Физико-Технический Институт

29 ноября 2019 г.

### Задача

По записям электрических импульсов головного мозга восстановить траекторию движения руки.

### Проблема

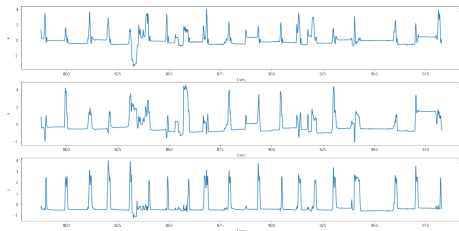
Исходное признаковое пространство избыточно, признаки сильно коррелированы.

### Предлагаемое решение

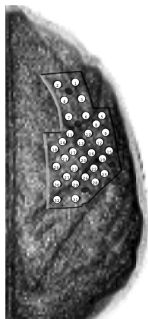
Построить локальную модель, учитывающую пространственную структуру сигнала. Использовать параметры модели как новое признаковое описание.

## Описание данных

- $\mathbf{s}(t) \in \mathbb{R}^{N_{ch}}$  – сигналы.  $N_{ch}$  – число электродов.<sup>1</sup>
- Координаты электродов  $Z = \{(\mathbf{z}_j \in \mathbb{R}^2, j \in \{1 \dots, N_{ch}\})\}$
- Положение кисти в пространстве  $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^3$



Координата руки



Пространственное расположение электродов

<sup>1</sup>Chao ZC, Nagasaka Y, Fujii N (2010). "Long-term asynchronous decoding of arm motion using electrocorticographic signals in monkeys." *Frontiers in Neuroengineering* 3:3.

### Общая схема решения

$$\mathbf{s}(t) \in \mathbb{R}^{N_{\text{ch}}} \xrightarrow[\text{model}]{\text{local}} \underline{\Theta}_m \in \mathbb{R}^{N_f \times T \times F} \xrightarrow{\text{PLS}} \mathbf{y}_m \in \mathbb{R}^3$$

$N_f$  – число признаков в новом описании

$F$  – число частот

$T$  – число моментов времени в предыстории

### Локальная модель временного ряда

Локальная модель временного ряда  $\{s_m, m \in \overline{1, M}\}$  – параметрическое отображение

$$g : [s_{m-t}, \dots, s_m] \longrightarrow [\hat{s}_{m-t}, \dots, \hat{s}_m], \forall m \in \overline{t, M}$$

где параметры этого отображения  $\theta_m$  используются в качестве нового описания момента времени  $m$ . При настройке параметров локальной модели не используются ответы  $y_m$ .

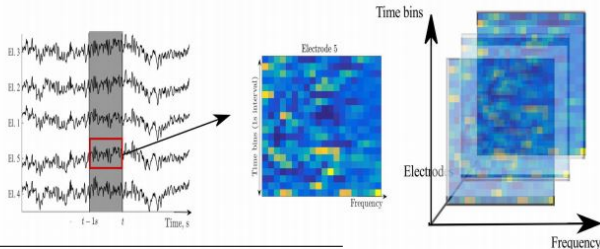
## Используемые локальные модели

**Основная идея:** для описания каждого момента времени учесть его предысторию, пространственные и частотные свойства сигнала.

### Схема проведенных преобразований

$$\mathbf{s}(t) \in \mathbb{R}^{N_{\text{ch}}} \xrightarrow[\text{transform}]{\text{spectral}} \underline{\mathbf{X}}_m \in \mathbb{R}^{N_{\text{ch}} \times T \times F} \xrightarrow[\text{model}]{\text{ND}} \underline{\Theta}_m \in \mathbb{R}^{N_f \times T \times F}$$

Процесс построения частотно-временного описания  $\underline{\mathbf{X}}_m$  использует вейвлет-преобразование.<sup>2</sup>



<sup>2</sup>Anastasia Motrenko and Vadim Strijov. Multi-way feature selection for ecog-based brain-computer interface. Expert Systems with Applications, 114, 07 2018.

Дискретное вейвлет-преобразование сигнала  $s(t)$  с вейвлетом  $\psi(t)$ :

$$\psi_{m,n} = a_0^{-m/2} \psi\left(\frac{t - nb_0}{a_0^m}\right) \quad (1)$$

$$T_{m,n} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi_{m,n}^*(t) dt \quad (2)$$

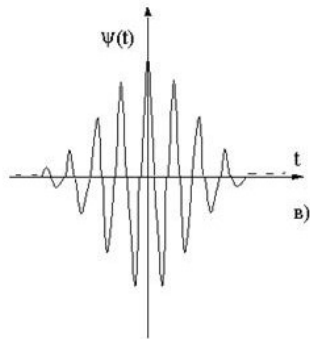


Рис.: Вейвлет Морле, используемый в задаче

Данное преобразование является классическим в задачах ECoG и используется в большинстве работ посвященных этой теме.

Для учета пространственной структуры сигнала предлагается в качестве признаков использовать выборочные оценки параметров нормального распределения.

$$\mathbf{m}^{(f,t)} = \frac{\sum_{j=1}^{N_{\text{ch}}} s_j \mathbf{z}_j}{\sum_{j=1}^{N_{\text{ch}}} s_j} \quad (3)$$

$$\Sigma^{(f,t)} = \frac{1}{N_{\text{ch}}} \mathbf{Z}^T \text{diag}(s) \mathbf{Z} \quad (4)$$

а так же их производные по времени

$\mathbf{m}'^{(f,t)} = \frac{\mathbf{m}^{(f,t+1)} - \mathbf{m}^{(f,t-1)}}{2\Delta t}$ ,  $\Sigma'^{(f,t)} = \frac{\Sigma^{(f,t+1)} - \Sigma^{(f,t-1)}}{2\Delta t}$ . Число признаков  $N_f$  при таком подходе равно 10.

- Предполагается линейная зависимость признаков и целевой переменной

$$\underset{1 \times r}{\mathbf{y}} = \underset{1 \times n}{\mathbf{x}} \cdot \underset{n \times r}{\Theta} + \underset{1 \times r}{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (5)$$

Где матрица параметров  $\Theta$  находится из условия минимизации  $L_2$ -нормы невязки

$$\Theta^* = \arg \max_{\Theta} \|\mathbf{Y} - \mathbf{X}\Theta\| \quad (6)$$

- В данной задаче размерность признакового пространства  $N_f \times T \times F \approx 1000$ , причем признаки сильно коррелированы между собой. Предлагается использовать метод, понижающий размерность, в частности, PLS

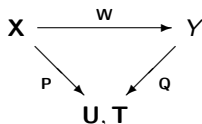


## Метод проекции в скрытое пространство

- Алгоритм PLS находит матрицы  $\mathbf{T}, \mathbf{U} \in \mathbb{R}^{m \times l}$ , описывающую исходные матрицы  $\mathbf{X}$  и  $\mathbf{Y}$ . Метод позволяет учитывать зависимость исходной и целевой переменных.<sup>3</sup>

$$\mathbf{X}_{m \times n} = \mathbf{T}_{m \times l} \cdot \mathbf{P}_{l \times n} + \mathbf{F}_{m \times n} = \sum_{k=1}^l \mathbf{t}_k \cdot \mathbf{p}_k + \mathbf{F}, \quad (7)$$

$$\mathbf{Y}_{m \times r} = \mathbf{U}_{m \times l} \cdot \mathbf{Q}_{l \times r} + \mathbf{E}_{m \times r} = \sum_{k=1}^l \mathbf{u}_k \cdot \mathbf{q}_k + \mathbf{E}. \quad (8)$$



<sup>3</sup>Isachenko R.V., Strijov V.V. Quadratic Programming Optimization with Feature Selection for Non-linear Models // Lobachevskii Journal of Mathematics, 2018, 39(9) : 1179-1187.

PLS - итеративный алгоритм, находящий последовательно  $\mathbf{t}_k$ ,  $\mathbf{u}_k$ ,  $\mathbf{p}_k$ ,  $\mathbf{q}_k$  таким образом, что корреляция между матрицами  $\mathbf{U}$ ,  $\mathbf{T}$  - максимальна. Метод позволяет учитывать зависимость исходного и целевого пространства.

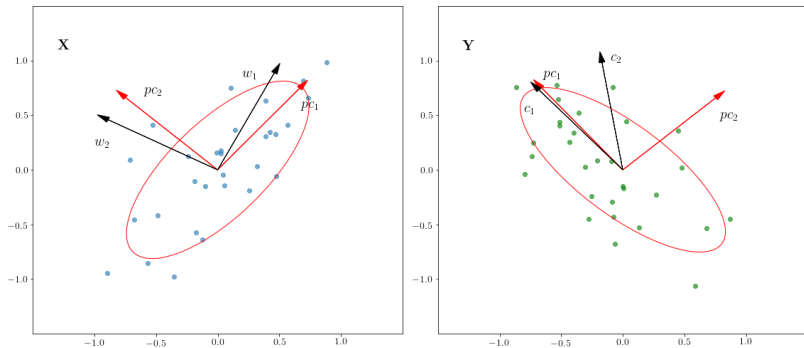
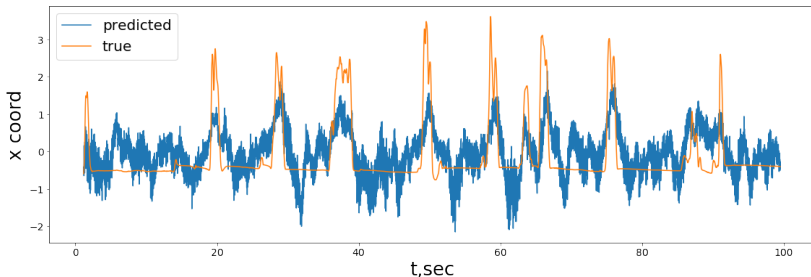


Иллюстрация метода для случая размерности 2

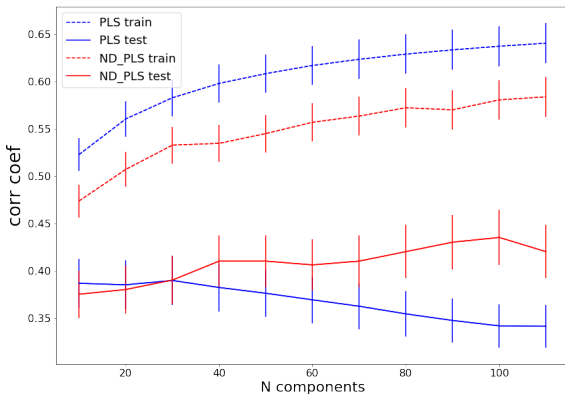
- 5 временных рядов по 20 минут, первые 15 минут обучение, остальные 5 минут - тест
- метрика: коэффициент корреляции между предсказанной траекторией и истинной



Зависимость предсказанной и истинной траекторий от времени

## Результаты сравнения методов

Проведено сравнение результатов работы алгоритма *PLS* на данных содержащих только частотно-временное описание сигнала,  $\underline{X}_m$ , и данных, дополнительно учитывающих пространственную структуру,  $\underline{\Theta}_m$ . Из графика видно, что метод предложенный в работе меньше переобучается и дает лучшие результаты.



- Предложен метод, учитывающий пространственную структуру сигнала в задаче анализа ECoG.
- Разработанный подход понижает размерность задачи в 3 - 6 раз.
- Проведен численный эксперимент, показывающий эффективность предложенного решения.
- Подтверждена гипотеза об избыточности признаков и необходимости понижения размерности.

- Использование смеси моделей для лучшего разделения фаз движения и покоя
- Применение локальных моделей к целевой функции
- Борьба с переобучением