

Вопросы к экзамену по курсу

ЛОГИЧЕСКИЕ И КОМБИНАТОРНЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА ДАННЫХ

10-й семестр, группа 517, 2015/16 уч. год

Информационный подход в распознавании образов

1. Информация по Хартли: определение, информация элемента по эквивалентности. Префиксные коды. Неравенство Крафта-Макмиллана (с доказательством).
2. Действие группы на множестве (два определения). Орбиты. Фиксатор перестановки и стабилизатор элемента. Лемма Бёрнсайда. Композиция и 0 -информация слова в конечном алфавите. Условная информация слова x относительно слова y .
3. Композиция и 0 -информация слова в конечном алфавите. Произведение слов из конечного алфавита: определение и формула для вычисления 0 -информации (с доказательством).
4. Взаимная информация слов конечного алфавита. Независимость слов. Вычисление условной информации слов по таблице замен. Оптимальное квантование данных.
5. Вычисление информативности признака по отношению к информационному вектору. Чистые классификаторы и чистые шумы. Информационная метрика ρ на пространстве признаков. Кластеры признаков, сложные признаки и их формирование.

Теория перечисления Пойа

1. Платоновы тела. Действия групп вращения тетраэдра и октаэдра и действие на грани, рёбра и вершины соответствующего многогранника.
2. Цикловой индекс. Вычисление числа орбит через цикловой индекс. Примеры.
3. Теорема Пойа и её применение для решения комбинаторных задач. Примеры.

Структурный подход в распознавании образов

1. Дискриминантный, реляционный и синтаксический (структурный) подходы к распознаванию образов. Синтаксическое распознавание: составляющие подхода. Методы предобработки объектов.
2. Методы предобработки объектов. Дискретизация аналоговых данных и теорема Котельникова-Найквиста-Шеннона. Цифровые фильтры. Методы сегментации изображений. Цепное кодирование.

3. Конечные недетерминированные и детерминированные автоматы. Генерирующий автомат как регулярная грамматика.
4. Операции на множестве языков. Штрафной автомат и штрафные языки.
5. Задача построения алгоритма, вычисляющего отличие слова от регулярного языка. Операции редактирования слов. Левенштейно отличие слов и наивный алгоритм его вычисления.
6. Граф преобразований слов. Лемма о порядке редакторских операций. Основной результат.

Математика коллективных решений

1. Постановка проблемы коллективного выбора. Мажоритарная система выборов и виды большинства. Парадокс Кондорсе. Основные процедуры голосования.
2. Аксиоматический подход к проблеме голосования. Аксиомы Эрроу (локальности, единогласия, ненавязанности, монотонности, нейтральности). Диктатор и диктаторское правило голосования. Теорема (парадокс) Эрроу.

Линейные рекуррентные последовательности

1. Линейные рекуррентные последовательности (л.р.п): определение, характеристический многочлен. Теорема о базисе и общее решение л.р.п.
2. Лемма о корнях характеристического многочлена. Теорема о базисных последовательностях л.р.п.: случаи простых, комплексных корней. Решение л.р.п.
3. Нелинейные рекуррентных соотношения: основная теорема, нахождение решения.

Комбинаторные методы в анализе структур

1. Комбинаторный анализ. Задача кластерного анализа. Основные перечислительные правила (суммы и произведения). Числа Стирлинга II рода: определение, рекуррентная формула, формула суммирования. Числа Белла и беллиан.
2. Энумераторы. Метод производящих функций. Выборки без повторения и с повторениями. Число размещений n различных шаров по k различным урнам.
3. Число размещений n различных шаров по k различным (пустым и непустым) урнам.
4. Числа Стирлинга I рода: определение, рекуррентное соотношение.
5. Числа Фибоначчи: определение, формула для общего члена (с выводом).
6. Числа Каталана. Задача о числе неизоморфных двоичных деревьев с k вершинами.
7. Мультимножества. Производящая функция выбора. Задача о размене монет.

Случайные графы

1. Дискретная вероятность. Понятие о вероятностном методе. Числа Рамсея. Нижняя оценка диагонального числа Рамсея.
2. Модели случайных графов. Модель Эрдёша-Реньи и её транспортная интерпретация. Эволюция случайного графа $G(n, p)$ при росте $p(n)$.
3. Модели Интернета. Наблюдения Барабаши-Альберт. Модель предпочтительного присоединения Б. Боллобаши и О. Риордан (динамическая и статическая модификации). Теорема о диаметре графа (без доказательства).
4. Модели Интернета. Пейджранк.

Решение булевых уравнений

1. Булевы алгебры и булевы кольца. Булева структура. Булевы многочлены. Полиномиальная функция булева многочлена. Полиномиальная полнота алгебры Буля.
2. Булевы уравнения: определение. Теорема о преобразовании булевых уравнений. Решение булевых уравнений с одним неизвестным.
3. Беспараметрические уравнения со многими неизвестным в алгебре логики.

Литература

1. Алон Н., Спенсер Дж. Вероятностный метод. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007.
2. Алскеров Ф. Т., Хабина Э. Л., Шварц Д. А. Бинарные отношения, графы и коллективные решения. – М.: Изд. Дом ГУ ВШЭ. – 2006. – 298 с.
3. Баранов В. И., Стечкин Б. С. Экстремальные комбинаторные задачи и их приложения. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014.
4. Белов В. В., Воробьев Е. М., Шаталов В. Е. Теория графов. - М.: Высшая школа, 1976.
5. Верецагин Н. К., Щепин Е. В. Информация, кодирование и предсказание. - М.: ФМОП, МЦНМО, 2012.
6. Воронин В. П. Дополнительные главы дискретной математики. - М.: ф-т ВМК, 2002. (<http://padabum.com/d.php?id=10281>)
7. Гонпа В. Д. Введение в алгебраическую теорию информации. – М. Наука. Физматлит. – 1995.
8. Грексэм Р., Кнут Д., Паташник О. Конкретная математика. - М.: Мир, 1998.
9. Жуков А. Е., Жуков Д. А. Элементы комбинаторики. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014.
10. Ландо С. К. Лекции о производящих функциях. - М.: МЦНМО, 2007.
11. Левченков В. С. Новые методы теории выбора: Учебное пособие. - М.: Издательский отдел ф-та ВМиК МГУ им. М.В. Ломоносова; МАКС Пресс, 2007.
12. Мулен Э. Кооперативное принятие решений: Аксиомы и модели. - М.: Мир, 1991.

13. *Нефедов В. Н., Осипова В. А.* Курс дискретной математики. М.: Изд-во МАИ, 1992.
14. *Николенко С. И.* Теория экономических механизмов. - М.: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2011.
15. *Райгородский А. М.* Модели Интернета: учебное пособие. - Долгопрудный: Издательский дом «Интеллект», 2013.
16. *Райгородский А. М.* Модели случайных графов. - М.: МЦНМО, 2011.
17. *Сачков В. Н.* Вероятностные методы в комбинаторном анализе. - М.: Наука, 1978.
18. *Структурное распознавание образов. Учебно-методическое пособие для вузов. / Составитель Н. М. Новикова.* - Воронеж: Издат.-полиграфич. центр Воронежского государств. унив-та, 2008.
19. *Фу К.* Структурные методы в распознавании образов. - М.: Мир, 1997.
20. *Шлезингер М., Главач В.* Десять лекций по статистическому и структурному распознаванию. - К.: Наукова думка, 2004.