

# Методы коллаборативной фильтрации и их применения

К. В. Воронцов  
[vokov@forecsys.ru](mailto:vokov@forecsys.ru)  
<http://www.ccas.ru/voron>

Вычислительный Центр им. А. А. Дородницына РАН;  
ЗАО «Форексис»

ВШЭ, семинар Б. Г. Миркина, 10 ноября 2008

# Содержание

## 1 Постановка задачи и приложения

- Постановка задачи
- Примеры приложений

## 2 Обзор методов

- Модели, основанные на хранении данных
- Латентные модели

## 3 Вероятностные латентные семантические модели

- Постановка задачи и EM-алгоритм
- Результаты экспериментов

## Определения и обозначения

$U$  — множество субъектов (клиентов, пользователей: users);

$R$  — множество объектов (ресурсов, товаров, предметов: items);

$Y$  — пространство описаний транзакций;

**Сырые исходные данные:**

$D = (u_i, r_i, y_i)_{i=1}^m \in U \times R \times Y$  — протокол транзакций;

**Агрегированные данные:**

$F = \|f_{ur}\|$  — матрица кросс-табуляции размера  $|U| \times |R|$ ,

где  $f_{ur} = \text{aggr}\{(u_i, r_i, y_i) \in D \mid u_i = u, r_i = r\}$

**Задачи:**

- прогнозирование незаполненных ячеек  $f_{ur}$ ;
- оценивание сходства:  $\rho(u, u')$ ,  $\rho(r, r')$ ,  $\rho(u, r)$ ;
- выявление скрытых интересов  $p(t|u)$ ,  $q(t|r)$  относительно заданного либо неизвестного набора тем  $t = 1, \dots, T$ .

## Пример 1. Рекомендующая система на основе бинарных данных

$U$  — пользователи Интернет;

$R$  — ресурсы (сайты, документы, новости, и т.п.);

$f_{ur}$  = [пользователь  $u$  посетил ресурс  $r$ ];

**Основная гипотеза Web Usage Mining:**

- Действия (посещения) пользователя характеризуют его интересы, вкусы, привычки, возможности.

**Задачи персонализации:**

- выдать оценку ресурса  $r$  для пользователя  $u$ ;
- выдать пользователю  $u$  ранжированный список рекомендуемых ресурсов;
- сгенерировать для ресурса  $r$  список близких ресурсов.

## Пример 2. Рекомендующая система на основе бинарных данных

$U$  — клиенты интернет-магазина (amazon.com и др.);

$R$  — товары (книги, видео, музыка, и т.п.);

$f_{ur} = [\text{клиент } u \text{ купил товар } r]$ ;

### Задачи персонализации предложений:

- выдать оценку товара  $r$  для клиента  $u$ ;
- выдать клиенту  $u$  список рекомендуемых товаров;
- предложить скидку на совместную покупку (cross-selling);
- информировать клиента о новом товаре (up-selling);
- сегментировать клиентскую базу;
- выделить целевые аудитории по интересам.

## Пример 3. Рекомендующая система на основе рейтингов

$U$  — клиенты интернет-магазина ([netflix.com](http://netflix.com) и др.);

$R$  — товары (книги, видео, музыка, и т.п.);

$f_{ur}$  = рейтинг, который клиент *u* выставил товару  $r$ ;

Задачи персонализации предложений — те же.

Пример: конкурс Netflix [[www.netflixprize.com](http://www.netflixprize.com)]

- с октября 2006 до сих пор; главный приз —  $\$10^6$ ;
- $|U| = 0.48 \cdot 10^6$ ;  $|R| = 1.7 \cdot 10^4$ ;
- $10^8$  рейтингов {1, 2, 3, 4, 5};
- точность прогнозов оценивается по тестовой выборке  $D'$ :

$$\text{RMSE}^2 = \sum_{(u,r) \in D'} (f_{ur} - \hat{f}_{ur})^2;$$

- требуется: уменьшить RMSE с 0.9514 до 0.8563 (на 10%) текущий рекорд от 30.09.2008: 0.8616 (9.44%).

## Пример 4. Анализ текстов

$U$  — текстовые документы (статьи, новости, и т.п.);

$R$  — ключевые слова или выражения;

$f_{ur}$  = частота встречаемости слова  $r$  в тексте  $u$ .

**Задачи анализа текстов:**

- кластеризация текстов: сгруппировать тексты по тематике;
- определить тематику нового текста (например, новости);
- найти тексты той же тематики, что данный текст;  
ранжировать найденные тексты по сходству;
- построить иерархический каталог текстов;  
описать каждый раздел набором ключевых слов.

## Пример 5. Социальные сети, форумы, блоги

$U$  — пользователи;

$R$  — текстовые документы (форумы, блоги);

$K$  — ключи (ключевые слова или выражения);

$f_{ur}$  = [пользователь  $u$  участвует в  $r$ ];

$g_{rk}$  = частота встречаемости ключа  $k$  в тексте  $r$ ;

$h_{uv}$  = [пользователю  $u$  интересен пользователь  $v$ ].

**Некоторые задачи анализа социальной сети:**

- рекомендовать пользователю интересные ему блоги, найти единомышленников (like-minded people);
- охарактеризовать интересы пользователя ключами;
- найти все блоги по данным или похожим ключам;
- найти все блоги, похожие на данный;
- построить иерархический тематический каталог блогов.

## Два основных подхода

### 1 Модели, основанные на хранении данных (Memory-Based Collaborative Filtering)

- хранение всей матрицы данных  $F$ ;
- непосредственный поиск в матрице  $F$  схожих клиентов (строк) и объектов (столбцов).

### 2 Латентные модели (Latent Models for Collaborative Filtering)

- формирование описаний (профилей) всех  $u \in U, r \in R$ ;
- определение сходства через профили.

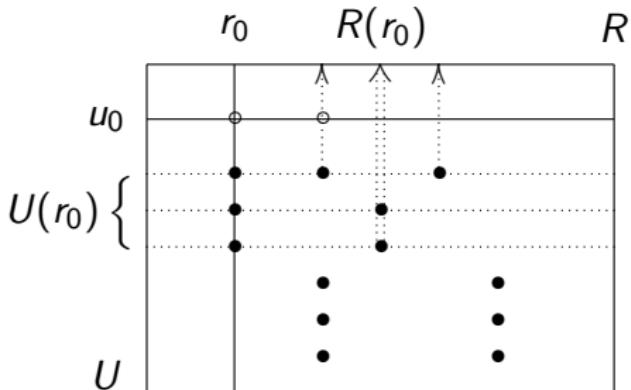
Подборки статей по коллаборативной фильтрации:

[jamesthornton.com/cf](http://jamesthornton.com/cf)

[www.adastral.ucl.ac.uk/~junwang/CollaborativeFiltering.html](http://www.adastral.ucl.ac.uk/~junwang/CollaborativeFiltering.html)

# Тривиальная рекомендующая система

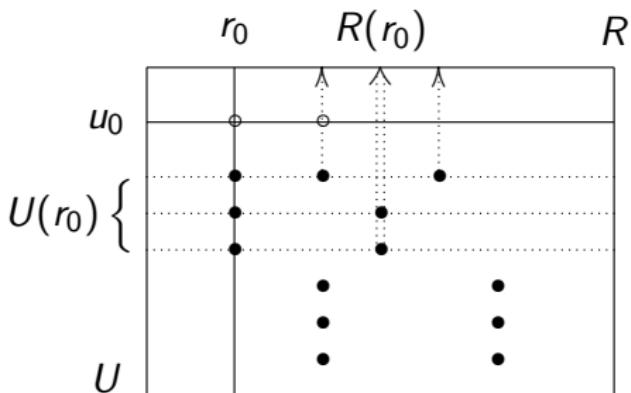
«клиенты, купившие  $r_0$ ,  
также покупали  $R(r_0)$ »  
[Amazon.com]



- ❶  $U(r_0) := \{u \in U \mid f_{ur_0} \neq \emptyset, u \neq u_0\};$
- ❷  $R(r_0) := \left\{r \in R \mid B(r) = \frac{|U(r_0) \cap U(r)|}{|U(r_0) \cup U(r)|} > 0\right\},$   
где  $B(r)$  — одна из возможных мер близости  $r$  к  $r_0$ ;
- ❸ отсортировать  $r \in R(r_0)$  по убыванию  $B(r)$ , взять  $\text{top } N$ .

# Тривиальная рекомендующая система

«клиенты, купившие  $r_0$ ,  
также покупали  $R(r_0)$ »  
[Amazon.com]

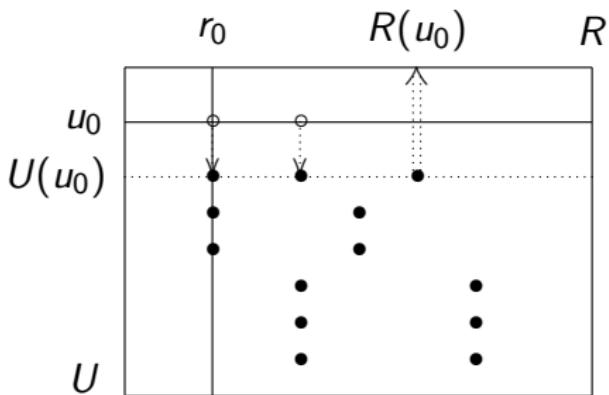


## Недостатки:

- рекомендации тривиальны  
(предлагается всё наиболее популярное);
- не учитываются интересы конкретного пользователя  $u_0$ ;
- не учитывается степень сходства ресурсов  $r$  и  $r_0$ ;
- проблема «холодного старта»;
- надо хранить всю матрицу  $F$ .

# От клиента (user-based CF)

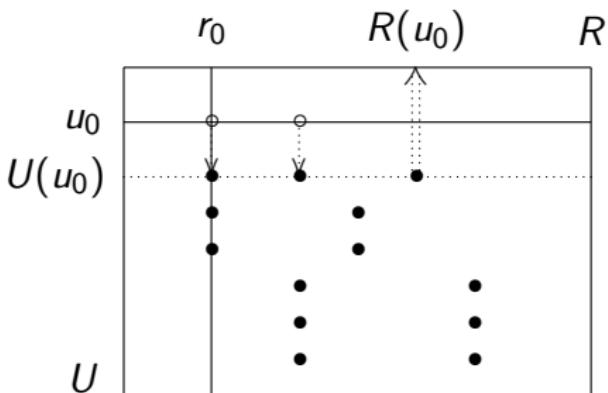
«клиенты, похожие на  $u_0$ ,  
также покупали  $R(u_0)$ »



- ➊  $U(u_0) := \{u \in U \mid \text{corr}(u_0, u) > \alpha\};$
- ➋  $R(u_0) := \left\{r \in R \mid B(r) = \frac{|U(r_0) \cap U(r)|}{|U(u_0) \cup U(r)|} > 0\right\};$
- ➌ отсортировать  $r \in R(u_0)$  по убыванию  $B(r)$ , взять top N;

## От клиента (user-based CF)

«клиенты, похожие на  $u_0$ ,  
также покупали  $R(u_0)$ »

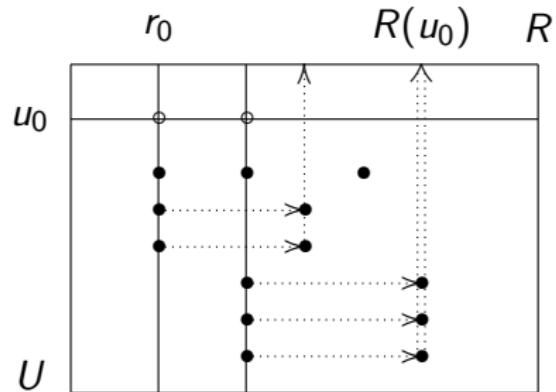


### Недостатки:

- рекомендации тривиальны;
- не учитываются интересы конкретного пользователя  $u_0$ ;
- не учитывается степень сходства ресурсов  $r$  и  $r_0$ ;
- проблема «холодного старта»;
- надо хранить всю матрицу  $F$ ;
- **нечего рекомендовать нетипичным/новым пользователям.**

# От объекта (item-based CF)

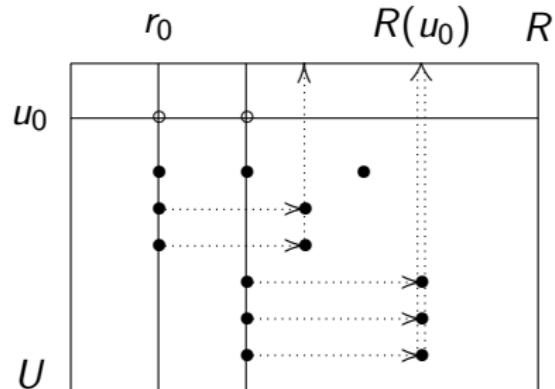
«вместе с объектами,  
которые покупал  $u_0$ ,  
часто покупали  $R(u_0)$ »



- ➊  $R(u_0) := \{r \in R \mid \exists r_0 : f_{u_0 r_0} \neq \emptyset \text{ и } B(r) = \text{corr}(r, r_0) > \alpha\};$
- ➋ сортировка  $r \in R(u_0)$  по убыванию  $B(r)$ , взять top N;

## От объекта (item-based CF)

«вместе с объектами,  
которые покупал  $u_0$ ,  
часто покупали  $R(u_0)$ »



**Недостатки:**

- рекомендации часто тривиальны (нет коллаборативности);
- не учитывается степень сходства ресурсов  $r$  и  $r_0$ ;
- проблема «холодного старта»;
- надо хранить попарные корреляции между объектами;
- нечего рекомендовать нетипичным пользователям.

## Понятие латентной модели

**Латентная модель:** по данным  $D$  оцениваются векторы:

- ( $p_{su}$ ) $_{s \in S}$  — профили клиентов  $u \in U$ ;
- ( $q_{tr}$ ) $_{t \in T}$  — профили объектов  $r \in R$ .

**Типы латентных моделей (основные идеи):**

① Ко-кластеризация:

- жёсткая:  $\begin{cases} p_{su} = [\text{клиент } u \text{ принадлежит кластеру } s]; \\ q_{tr} = [\text{объект } r \text{ принадлежит кластеру } t]; \end{cases}$
- мягкая:  $p_{su}, q_{tr}$  — степени принадлежности кластерам.

② Матричная факторизация:  $S = T$ ;

по  $p_{tu}$ ,  $q_{tr}$  должны восстанавливаться  $f_{ur}$ .

③ Вероятностные (байесовские) модели:  $S = T$ ;

$p_{tu} = p(t|u)$ ,  $q_{tr} = q(t|r)$ .

## Ко-кластеризация (бикластеризация)

Пусть  $f_{ur}$  — рейтинги;

$G = (g(u))_{u \in U}$  — кластеризации клиентов;

$H = (h(r))_{r \in R}$  — кластеризации объектов;

**Модель усреднения по блокам (Block Average):**

$$\hat{f}_{ur}(G, H) = \bar{f}_{g(u), h(r)} + (\bar{f}_u - \bar{f}_{g(u)}) + (\bar{f}_r - \bar{f}_{h(r)});$$

$\bar{f}_{g(u), h(r)}$  — средние по ко-кластерам;

$\bar{f}_{g(u)}$  и  $\bar{f}_{h(r)}$  — средние по кластерам;

$\bar{f}_u$  и  $\bar{f}_r$  — средние по клиентам и по объектам;

**Функционал качества кластеризации:**

$$\sum_{(u,r) \in D} (\hat{f}_{ur}(G, H) - f_{ur})^2 \rightarrow \min_{G, H};$$

## Ко-кластеризация: простой алгоритм

### Алгоритм BBAC (Bregman Block Average Co-clustering)

- Инициализировать случайные кластеризации  $g(u)$ ,  $h(r)$ ;
- Повторять пока кластеризации изменяются:

1 Вычислить все средние:

$$\bar{f}_{g(u), h(r)}; \bar{f}_{g(u)}; \bar{f}_{h(r)}; \bar{f}_u; \bar{f}_r;$$

2 Вычислить новые кластеризации для всех клиентов  $u \in U$ :

$$g(u) := \arg \min_g \sum_{r \in D_u} (\hat{f}_{ur}(g, H) - f_{ur})^2;$$

3 Вычислить новые кластеризации для всех объектов  $r \in R$ :

$$h(r) := \arg \min_h \sum_{u \in D_r} (\hat{f}_{ur}(G, h) - f_{ur})^2;$$

George T., Merugu S. A scalable collaborative filtering framework based on co-clustering // 5-th IEEE int. conf. on Data Mining, 2005, Pp. 27–30.

Banerjee A., et al. A generalized maximum entropy approach to Bregman co-clustering and matrix approximation // 10-th KDDM, 2004, Pp. 509–514.

## Матричные разложения

$T$  — множество тем (интересов):  $|T| \ll |U|$ ,  $|T| \ll |R|$ ;

$p_{tu}$  — неизвестный профиль клиента  $u$ ;  $P = (p_{tu})_{|T| \times |U|}$ ;

$q_{tr}$  — неизвестный профиль объекта  $r$ ;  $Q = (q_{tr})_{|T| \times |R|}$ ;

**Задача:** найти разложение  $f_{ur} = \sum_{t \in T} \lambda_t p_{tu} q_{tr}$ ;  $F = P^T \Lambda Q$ ;

**Методы решения:**

SVD — сингулярное разложение (плохо интерпретируется!);

NNMF — неотрицательное разложение:  $p_{tu} \geq 0$ ,  $q_{tr} \geq 0$ ;

**Вероятностная интерпретация:**

$$\underbrace{p(u, r)}_{f_{ur} ?} = \sum_{t \in T} \underbrace{p(t)}_{\lambda_t} \cdot \underbrace{p(u|t)}_{p_{tu}} \cdot \underbrace{q(r|t)}_{q_{tr}};$$

$$q(t|r) = \frac{q_{tr} p(t)}{\sum_{\tau \in T} q_{\tau r} p(\tau)}; \quad p(t|u) = \frac{p_{tu} p(t)}{\sum_{\tau \in T} p_{\tau u} p(\tau)}$$

## Байесовская модель посещений

$T$  — множество тем (интересов);

$p_{tu} = p(t|u)$  — неизвестный профиль клиента  $u$ ;

$q_{tr} = q(t|r)$  — неизвестный профиль объекта  $r$ ;

$p_u = p(u)$  — априорная вероятность клиента  $u$ ;

$q_r = q(r)$  — априорная вероятность объекта  $r$ ;

Вероятность посещения  $(u, r)$  записывается двумя способами:

$$p(u, r) = \begin{cases} \sum_{t \in T} p_u p_{tu} q(r|t, u); & q(r|t) = \frac{q_{tr} q_r}{\sum_{r' \in R} q_{tr'} q_{r'}}; \\ \sum_{t \in T} q_r q_{tr} p(u|t, r); & p(u|t) = \frac{p_{tu} p_u}{\sum_{u' \in U} p_{tu'} p_{u'}}; \end{cases}$$

**Задача:** оценить профили  $p_{tu}$ ,  $q_{tr}$ .

Принцип максимума правдоподобия:  $\sum_{i=1}^m \ln p(u_i, r_i) \rightarrow \max_{p_{tu}, q_{tr}}$ .

## Общая идея: алгоритм согласования профилей

Повторять итерации, пока профили не сойдутся:

- ① Настройка профилей клиентов  $p_{tu}$  при фиксированных  $q_{tr}$ :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^m \ln \left( \sum_{t \in T} p_u p_{tu} q(r|t) \right) \rightarrow \max_{p_{tu}}; \\ \sum_{t \in T} p_{tu} = 1, \quad \forall u \in U; \end{cases}$$

- ② Настройка профилей объектов  $q_{tr}$  при фиксированных  $p_{tu}$ :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^m \ln \left( \sum_{t \in T} q_r q_{tr} p(u|t) \right) \rightarrow \max_{q_{tr}}; \\ \sum_{t \in T} q_{tr} = 1, \quad \forall r \in R; \end{cases}$$

## ЕМ-алгоритм (настройка профилей клиентов)

**Скрытые переменные**  $H_{tr}(u) \equiv p(t|r, u)$  — апостериорная вероятность темы  $t$  при посещении объекта  $r$  клиентом  $u$ .

### ЕМ-алгоритм:

повторять, пока профили  $p_{tu}$  не сойдутся

- **E-шаг** (вычисление скрытых переменных):  
для всех объектов  $r \in R$ , клиентов  $u \in U$ , тем  $t \in T$

$$H_{tr}(u) := \frac{p_{tu}q(r|t)}{\sum_{t' \in T} p_{t'u}q(r|t')};$$

- **M-шаг** (максимизация правдоподобия):  
для всех клиентов  $u \in U$ , тем  $t \in T$

$$p_{tu} := \frac{1}{D_u} \sum_{r \in D_u} H_{tr}(u), \quad \text{где} \quad D_u = \{r : (u, r) \in D\};$$

## Симметризованный ЕМ-алгоритм

Инициализировать профили  $q_{tr}$  и  $p_{tu}$ ;

Повторять итерации, пока все профили не сойдутся:

- 1 Фиксировать  $q_{tr}$ ;

Вычислить  $q(r|t)$  по формуле Байеса;

Повторять, пока профили клиентов не сойдутся:

- Е-шаг: вычислить скрытые переменные  $H_{tr}(u)$ ;
- М-шаг: вычислить профили клиентов  $p_{tu}$ ;

- 2 Фиксировать  $p_{tu}$ ;

Вычислить  $p(u|t)$  по формуле Байеса;

Повторять, пока профили объектов не сойдутся:

- Е-шаг: вычислить скрытые переменные  $H_{tu}(r)$ ;
- М-шаг: вычислить профили объектов  $q_{tr}$ ;

# Обобщения, модификации, применения

- Если  $f_{ur} \in Z = \{1, 2, \dots, z_{\max}\}$  — рейтинги, то вместо  $p(u, r) = P(f_{ur} \neq \emptyset)$  надо оценивать  $(z_{\max} - 1)$  вероятностей  $p_z(u, r) = P(f_{ur} \leq z)$ ,  $z \in Z$ ;
- Динамическое обновление профилей при пополнении  $D$ ;
- Иерархические профили;
- Учёт априорной информации через начальное приближение профилей:
  - тематический каталог объектов;
  - соц-дем (анкеты) клиентов;
- Унифицированный профиль объектов и клиентов;
- Долгосрочный и краткосрочный профили;
- Оценивание сходства по частям профиля.

# Данные поисковой машины Яндекс

## Исходные данные:

7 дней работы поисковой машины Яндекс; объём лога 3.6 Гб;  
14 606 пользователей;  
207 312 запросов;  
1 972 636 документов было выдано;  
129 600 документов были выбраны пользователями.

## Фрагмент лога:

```
1098353321109615996 (номер пользователя)
    французская кухня (запрос) 1110473322 (время запроса) 113906 0
        http://www.naturel.ru/ (сайт или документ)
        http://www.kuking.net/c7.htm 1110473328 (время клика)
        http://www.cooking-book.ru/national/french/
        ...
        жаренное мясо в вине 1110473174 1349 0
        ...
        ...
```

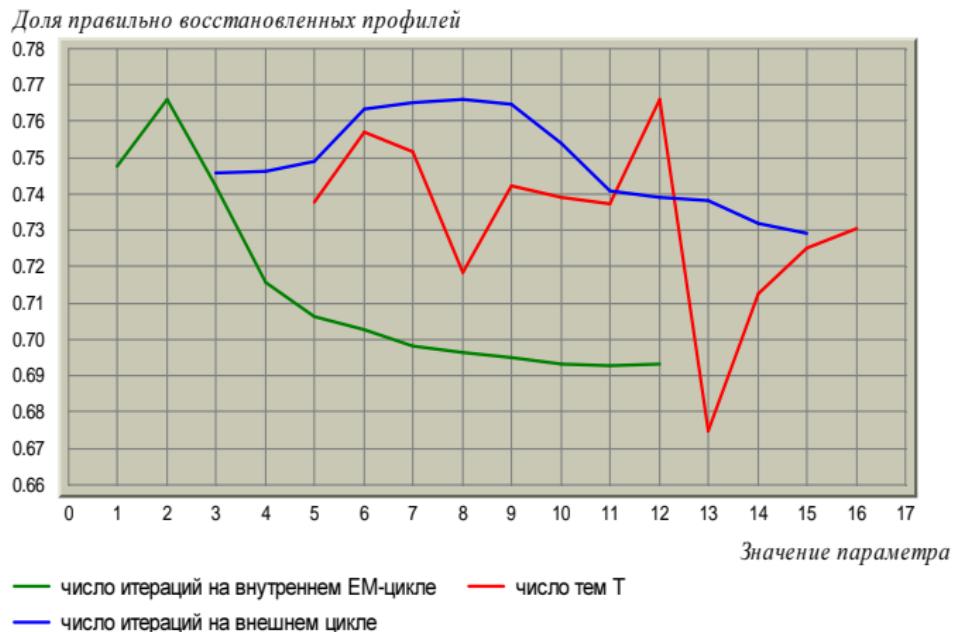
## Данные поисковой машины Яндекс

### Схема эксперимента:

- Отбор наиболее посещаемых сайтов,  $|R| = 1024$ .
- Отбор наиболее активных пользователей,  $|U| = 7300$ .
- Введение критериев качества профилей:
  - 400 сайтов заранее классифицированы на  $|T| = 12$  тематических классов;
  - $Q_1$  = доля неправильно восстановленных профилей;
  - $Q_2$  = число ошибок классификации методом  $kNN$ ;
- Оптимизация параметров по критерию качества.
- Построение профилей и оценок сходства сайтов.
- Визуализация: глобальные и локальные карты сходства.

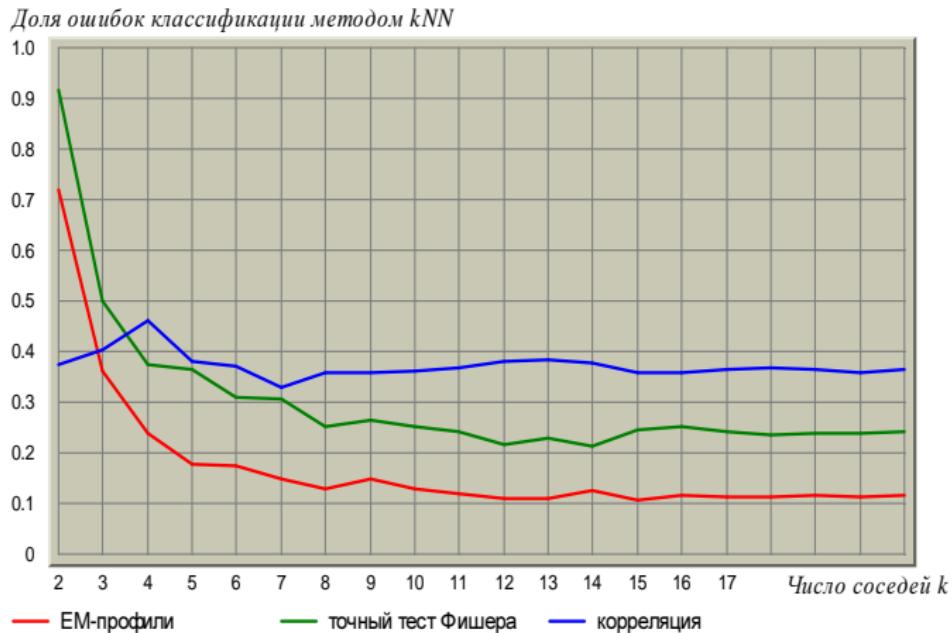
## Результаты: оптимизация числа итераций и $|T|$

Двух итераций на внутреннем цикле уже достаточно!



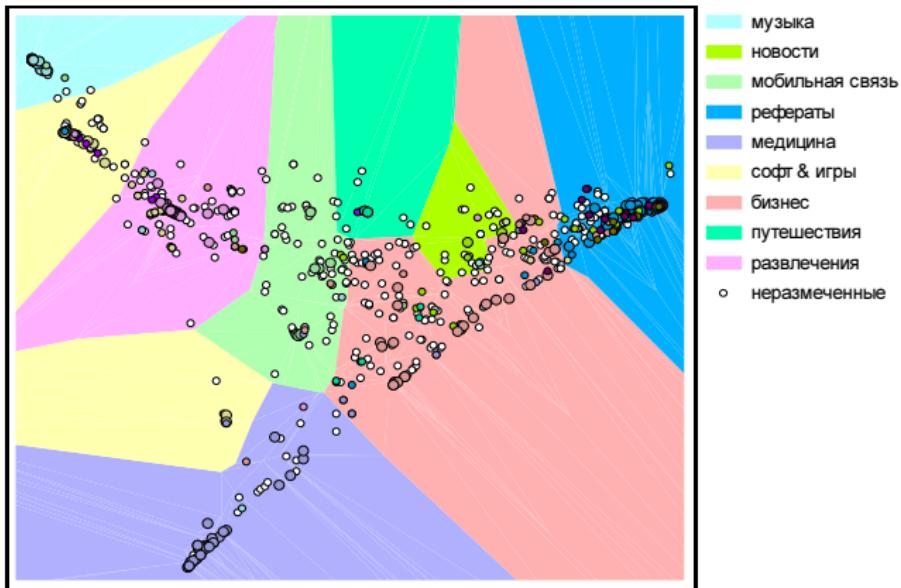
## Результаты: подбор меры сходства

оценки сходства по точному тесту Фишера (FET) лучше корреляций, а по профилям — ещё лучше!



## Результаты: карта сходства Интернета

### Многомерное шкалирование по FET-оценкам сходства



Результат: сайты сами сгруппировались по тематикам!

## Что такое «многомерное шкалирование» и «карта сходства»?

**Дано:** попарные расстояния  $R_{ij}$  между  $n$  объектами.

**Найти:** координаты этих объектов на плоскости  $(x_i, y_i)_{i=1}^n$ :

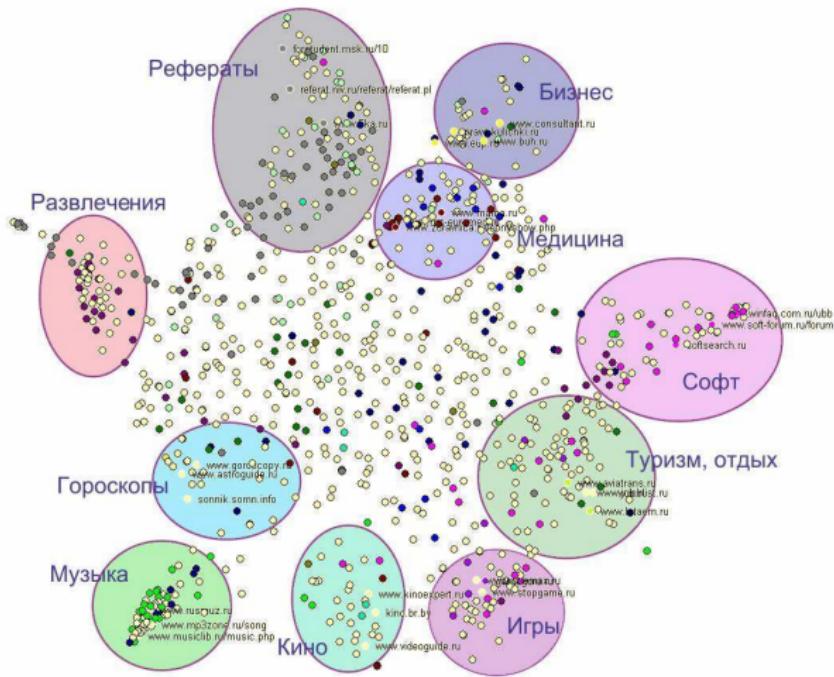
$$S = \sum_{i < j} \left( \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} - R_{ij} \right)^2 \rightarrow \min_{(x_i, y_i)_{i=1}^n}$$

**Карта сходства (Similarity Map)** — это средство разведочного анализа многомерных данных:

- точечный график  $(x_i, y_i)_{i=1}^n$ ;
- близким объектам соответствуют близкие точки;
- оси графика не имеют интерпретации;
- возможны искажения.

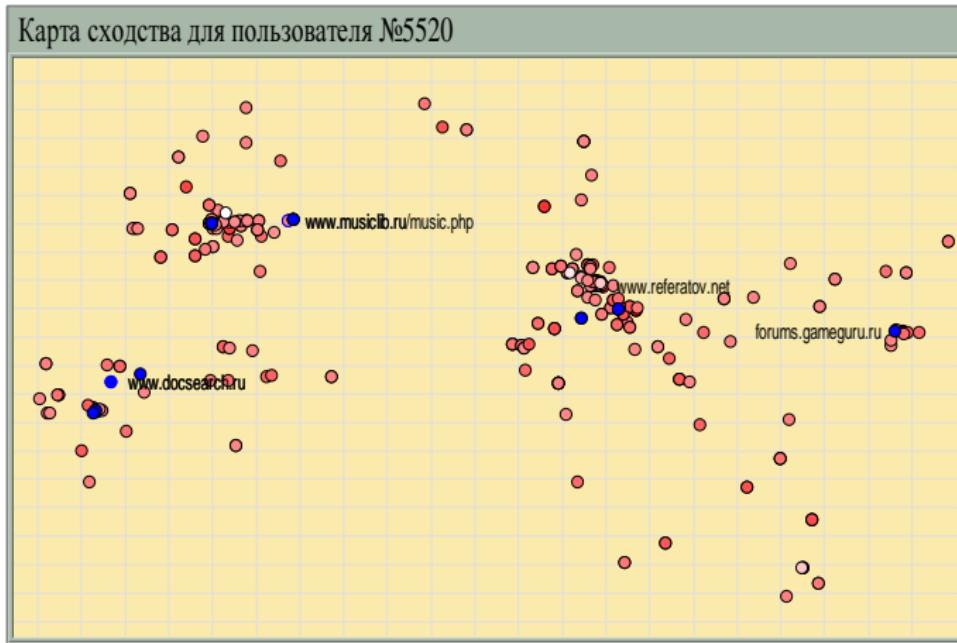
## Результаты: карта сходства Интернета

Многомерное шкалирование по профилям,  $|T| = 12$



## Результаты: локальная карта пользователя

Визуальное представление персональных рекомендаций:



## Резюме

*Коллаборативная фильтрация — это набор методов для решения задач персонализации и анализа клиентских сред.*

*Простые методы основаны на хранении исходных данных.*

*Латентные модели, основанные на оценивании профилей клиентов и объектов, обладают рядом преимуществ:*

- оценки сходства клиентов и объектов более адекватны;
- с профилями можно делать многое:
  - содержательно интерпретировать;
  - частично оценивать по априорным данным;
  - обновлять динамически по мере поступления данных;
  - сравнивать целиком или по фрагментам;
- снимается проблема «холодного старта»;
- резко сокращается объём хранимых данных;

- ❶ Спасибо за внимание!
- ❷ Вопросы?
- ❸ Ссылки: вики [www.MachineLearning.ru](http://www.MachineLearning.ru)
  - «Участник:Vokov»
  - «Анализ клиентских сред»
  - «Коллаборативная фильтрация»
- ❹ Ещё ссылки (хорошие подборки статей по CF):
  - [jamesthornton.com/cf](http://jamesthornton.com/cf)
  - [www.adastral.ucl.ac.uk/~junwang/CollaborativeFiltering.html](http://www.adastral.ucl.ac.uk/~junwang/CollaborativeFiltering.html)