

1 Постановка задачи

Пусть задан временной ряд $s = \{s_1, \dots, s_N\}$. И пусть задана прогностическая модель $f(\cdot)$:

$$\hat{s}_t = f(s_{t-1}, \dots, s_{t-L+1}, \boldsymbol{\theta}),$$

где $\boldsymbol{\theta}$ – вектор параметров прогностической модели в точке s_t . Заметим, что $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}(t)$. Значит, можно получить временной ряд $\Theta = \{\boldsymbol{\theta}_t, \dots, \boldsymbol{\theta}_{t+k}\}$ параметров модели, построив прогнозы в точках s_t, \dots, s_{t+k} .

Зафиксируем ширину окна L и, с помощью SSA, построим прогноз \hat{s}_t для всех t из отрезка $[L, N - 1]$, где N – длина ряда s . Получим многомерный ряд параметров модели $\Theta = \{\boldsymbol{\theta}_1, \dots, \boldsymbol{\theta}_{N-L}\}$, $\boldsymbol{\theta}_i \in \mathbb{R}^{L-1}$. Введем Θ_i :

$$\Theta^i = \{\boldsymbol{\theta}_1^i, \dots, \boldsymbol{\theta}_{N-L}^i\}, \quad i = 1, \dots, L - 1$$

То есть Θ^i – это временной ряд первой компоненты вектора параметров модели.

1.1 Эксперимент на сгенерированных данных

Эксперимент проводился на сгенерированных рядах:

$$\mathbf{s}_x = \sin t + 2 \sin \frac{t}{2} + \sigma^2 \boldsymbol{\varepsilon}, \quad \sigma_x^2 = 0.3,$$

$$\mathbf{s}_y = \sin(2t + 5) + \sigma_y^2, \quad \sigma_y = 0.25$$

где $\boldsymbol{\varepsilon} \in \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$.

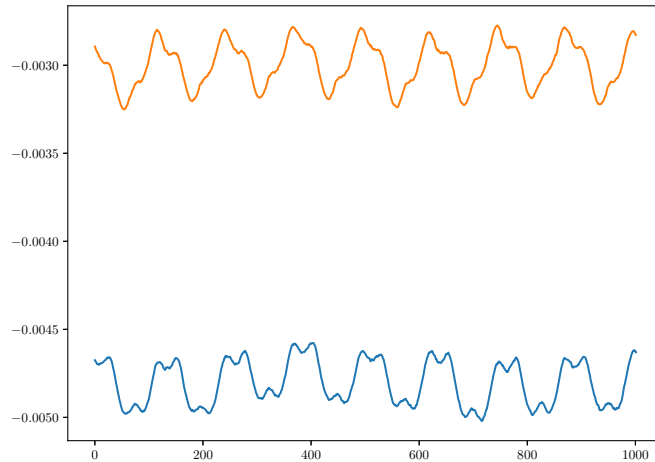


Рис. 1: Ряды Θ^1 и Θ^{10} , соответствующие первой и десятой компонентам вектора параметров

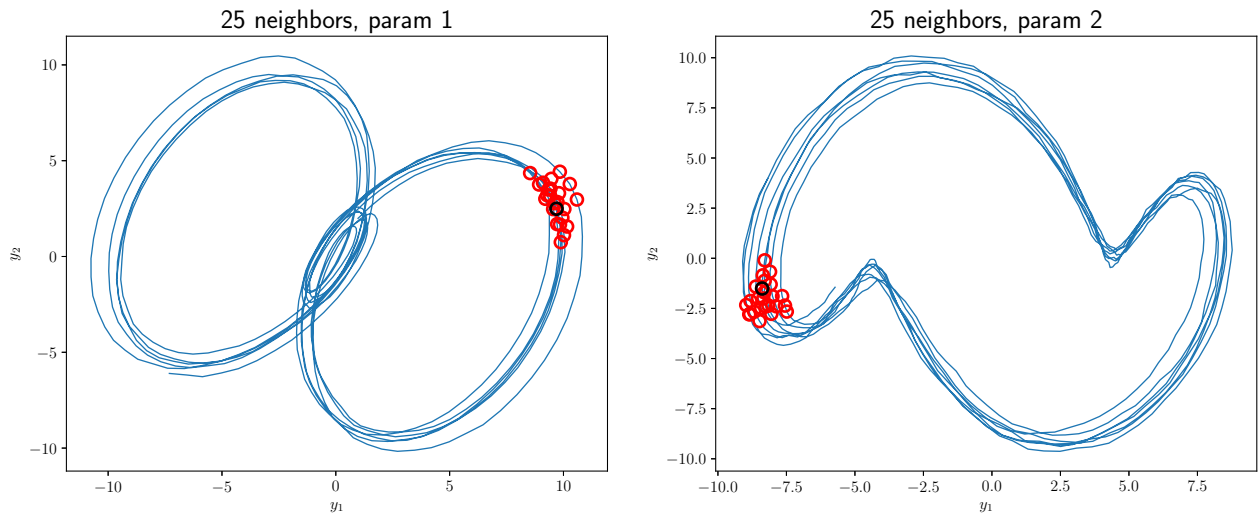


Рис. 2: Отображения траекторного пространства \mathbb{H}_{Θ^1} в пространство $\mathbb{H}_{\Theta^{10}}$

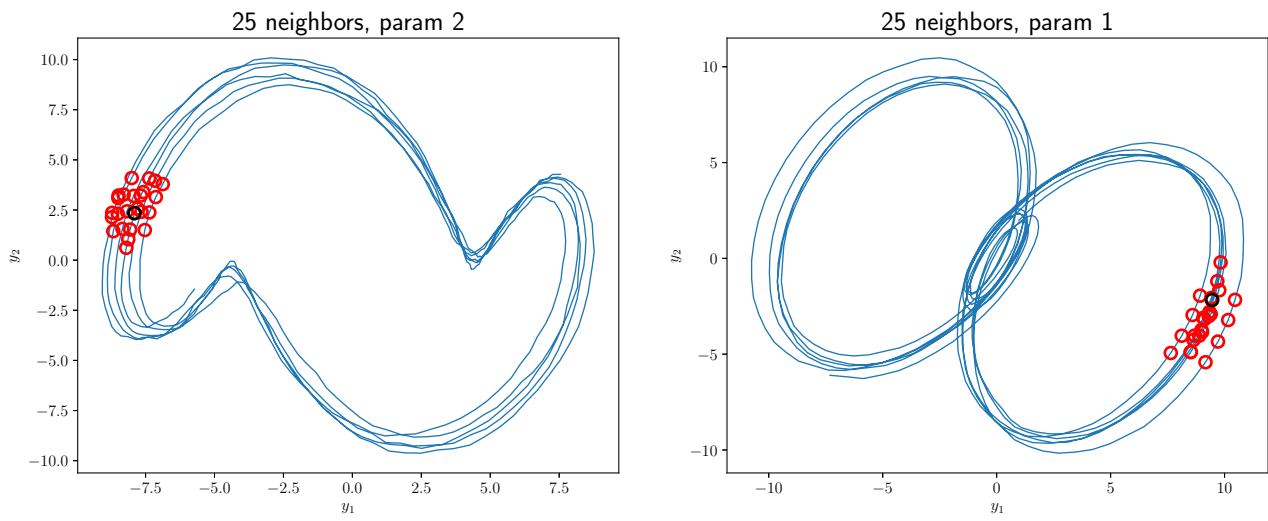


Рис. 3: Отображения траекторного пространства $\mathbb{H}_{\Theta^{10}}$ в пространство \mathbb{H}_{Θ^1}

1.2 Эксперимент на данных потребления электроэнергии

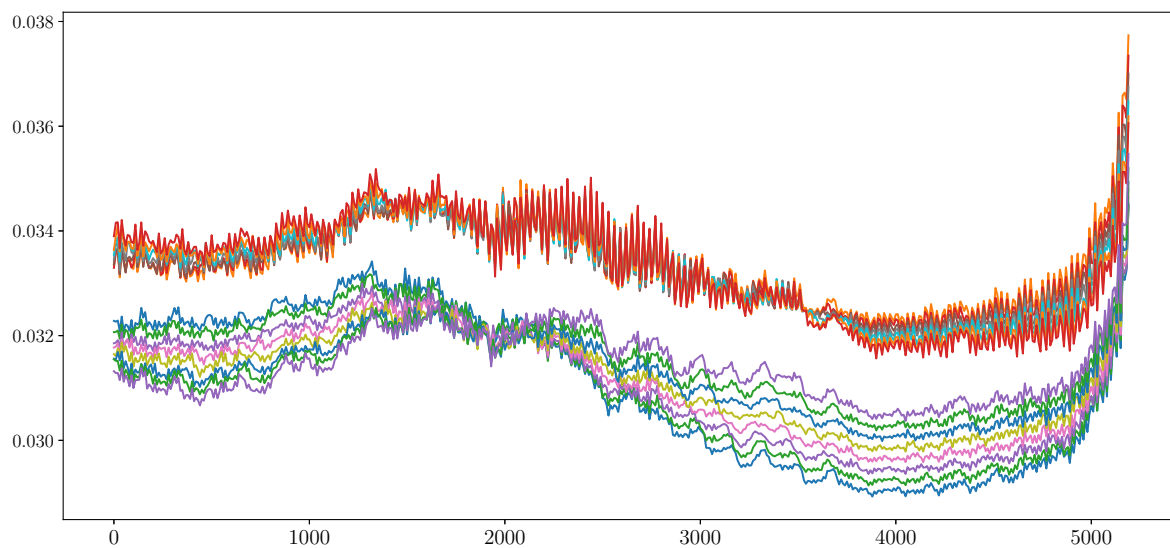


Рис. 4: Примеры полученных рядов Θ^i

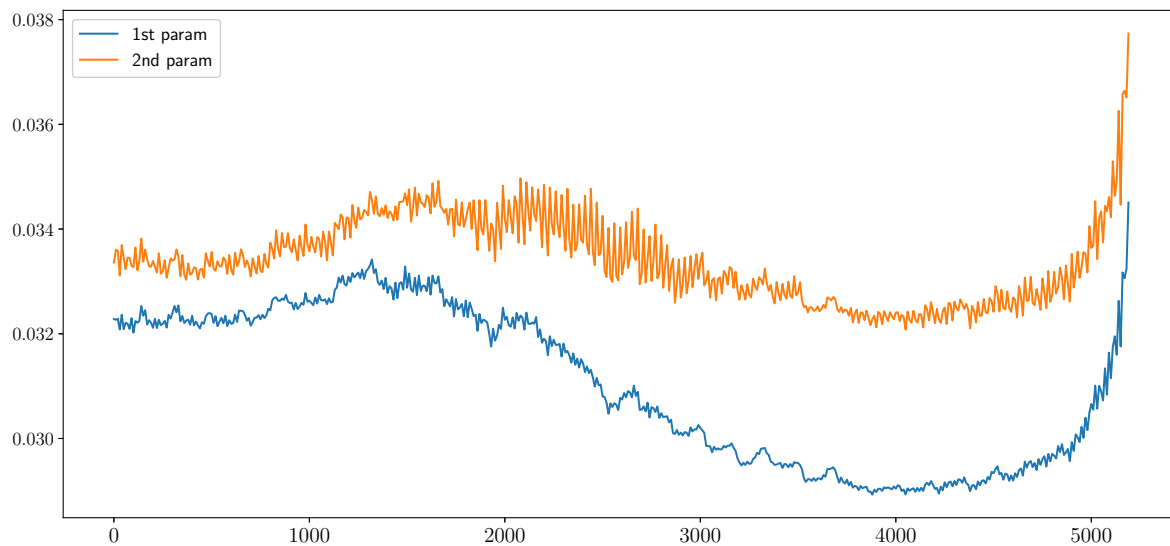


Рис. 5: Ряды Θ^1 и Θ^2 , соответствующие первой и второй компонентам вектора параметров

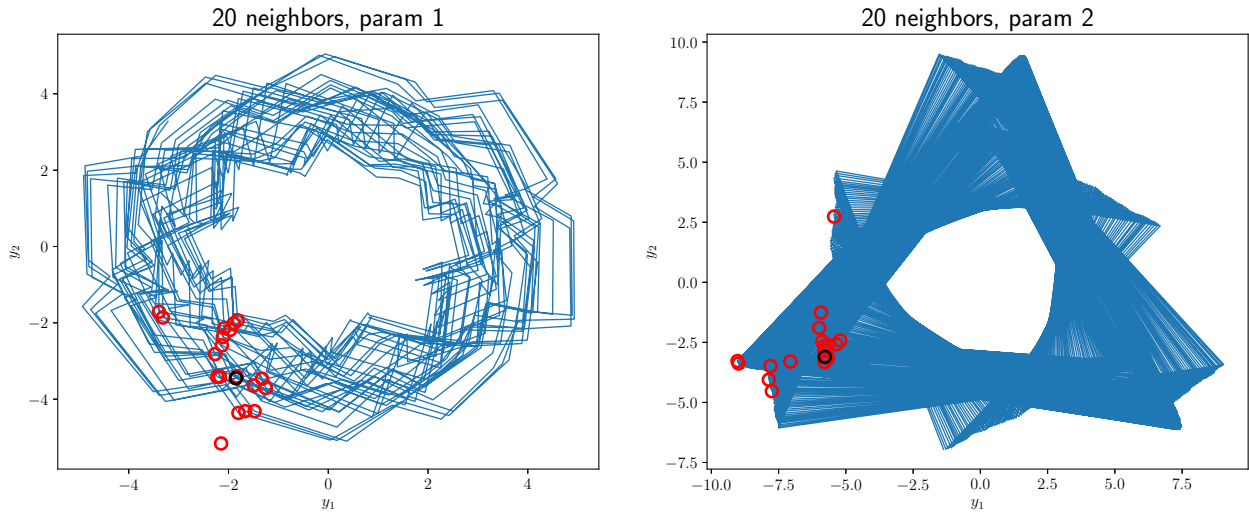


Рис. 6: Отображения траекторного пространства \mathbb{H}_{Θ^1} в пространство \mathbb{H}_{Θ^2}

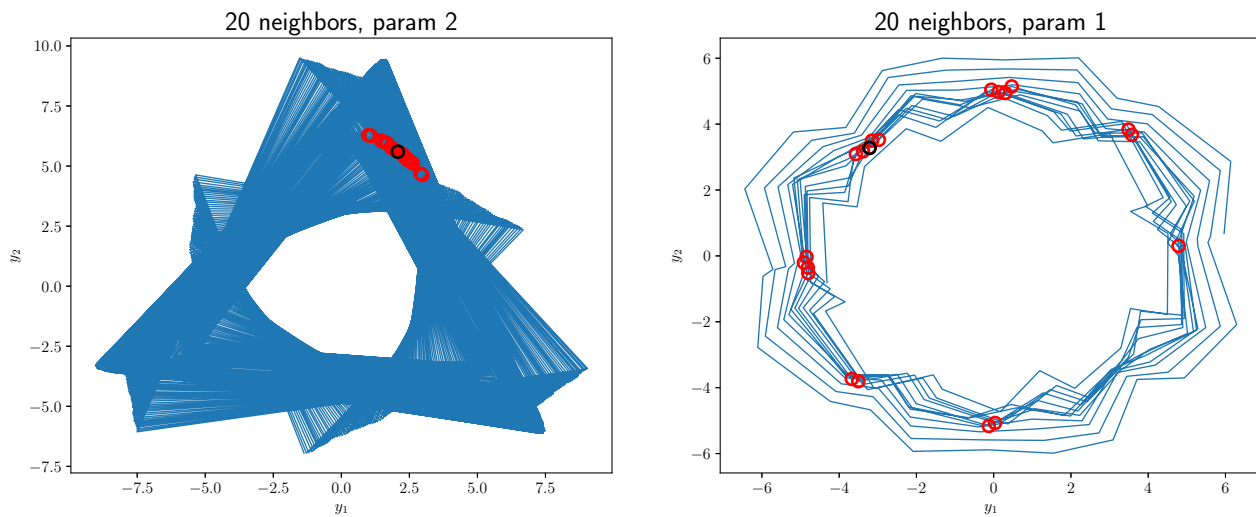


Рис. 7: Отображения траекторного пространства \mathbb{H}_{Θ^2} в пространство \mathbb{H}_{Θ^1}

2

Пусть для временных рядов \mathbf{s}_x и \mathbf{s}_y мы получили временные ряды параметров Θ_x и Θ_y соответственно. Исследуем связь между наиболее информативными компонентами рядов Θ_x и Θ_y . Для этого введем

$$\Theta_x^* = \underset{i=1, L-1}{\operatorname{argmin}} \operatorname{MSE}(\mathbf{s}_x, \hat{\mathbf{s}}_x^i),$$

где $\hat{\mathbf{s}}_x^i$ – прогноз ряда \mathbf{x} , полученный с использованием только компоненты Θ_x^i . Аналогично определим Θ_y^* . Найденные компоненты Θ_x^* и Θ_y^* являются самыми информативными. Исследуем связь между ними при помощи CCM.

2.1 Эксперимент на сгенерированных данных

Эксперимент проводился на сгенерированных рядах:

$$s_x = \sin t + 2 \sin \frac{t}{2} + \sigma^2 \epsilon, \quad \sigma_x^2 = 0.3,$$

$$s_y = \sin(2t + 5) + \sigma_y^2, \quad \sigma_y = 0.25$$

где $\epsilon \in \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$.

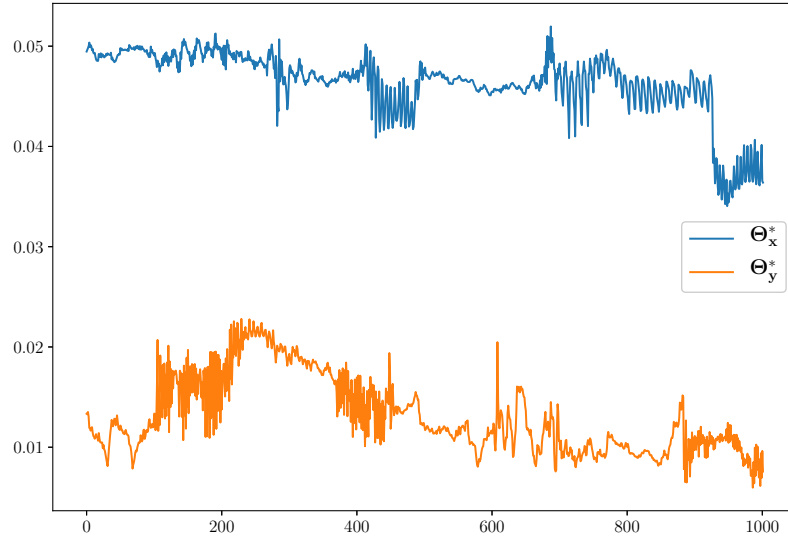


Рис. 8: Отображения траекторного пространства \mathbb{H}_{Θ^1} в пространство \mathbb{H}_{Θ^2}

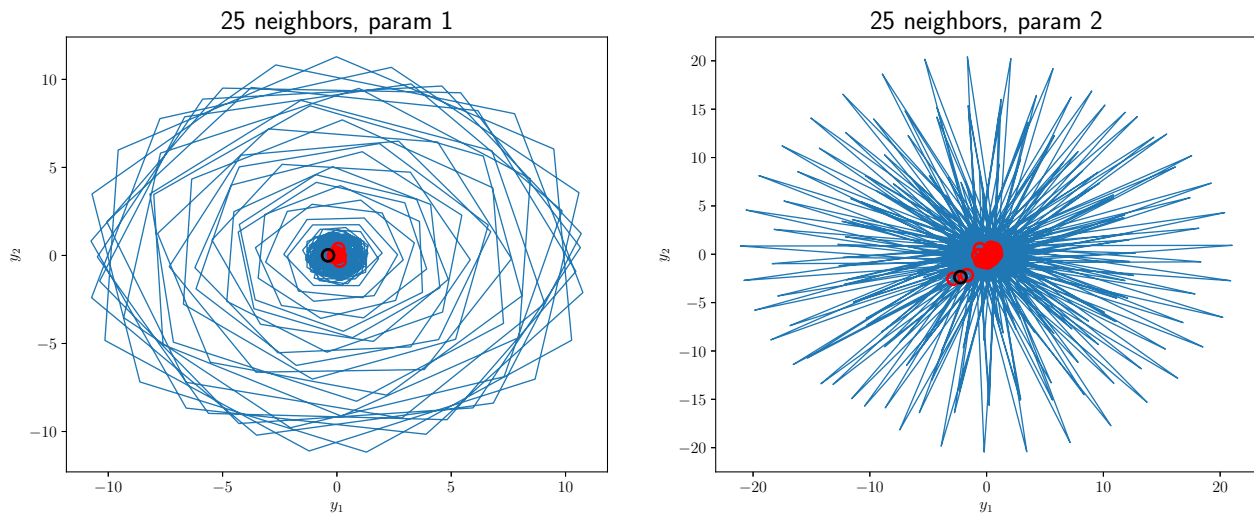


Рис. 9: Отображения траекторного пространства \mathbb{H}_{Θ^1} в пространство \mathbb{H}_{Θ^2}

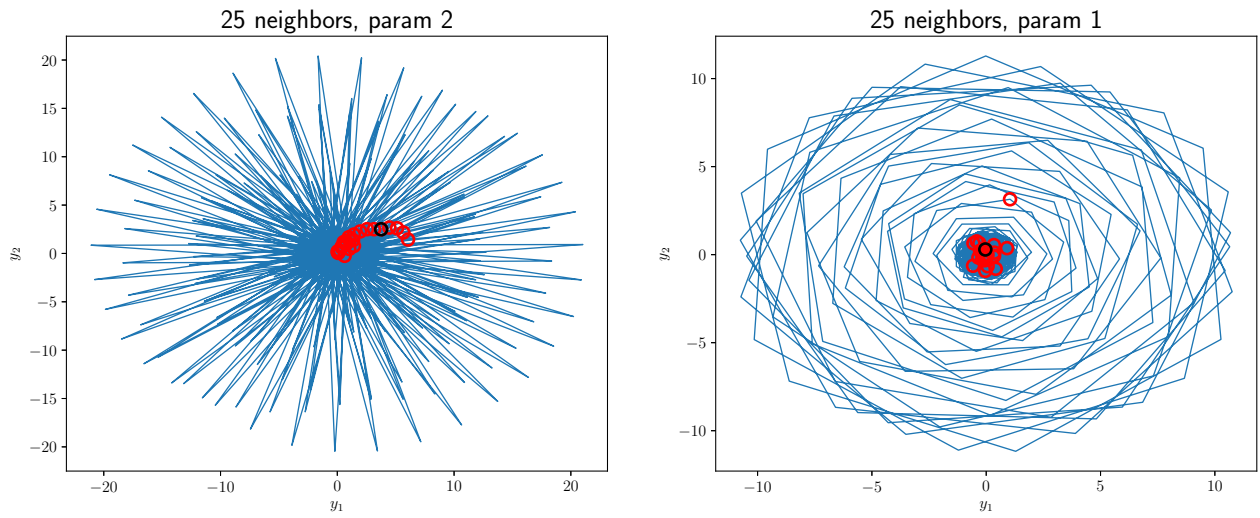


Рис. 10: Отображения траекторного пространства \mathbb{H}_{Θ_2} в пространство \mathbb{H}_{Θ_1}

2.2 Эксперимент на данных потребления электроэнергии

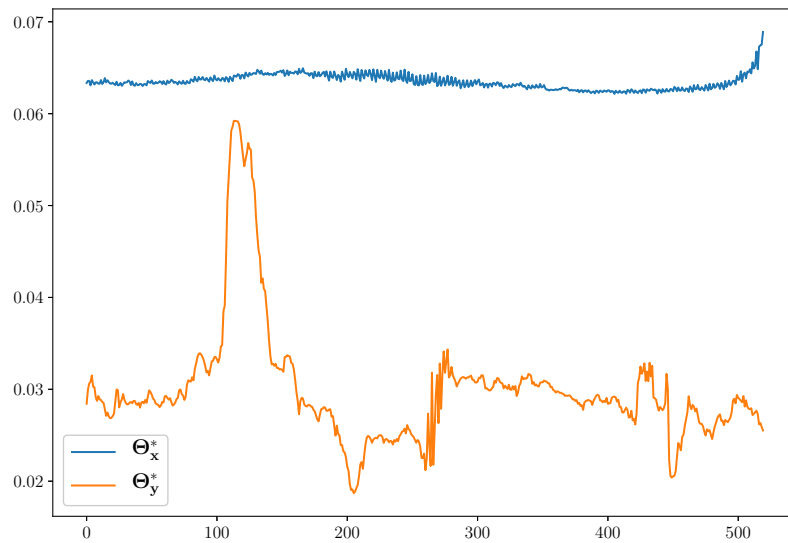


Рис. 11: Отображения траекторного пространства \mathbb{H}_{Θ_1} в пространство \mathbb{H}_{Θ_2}

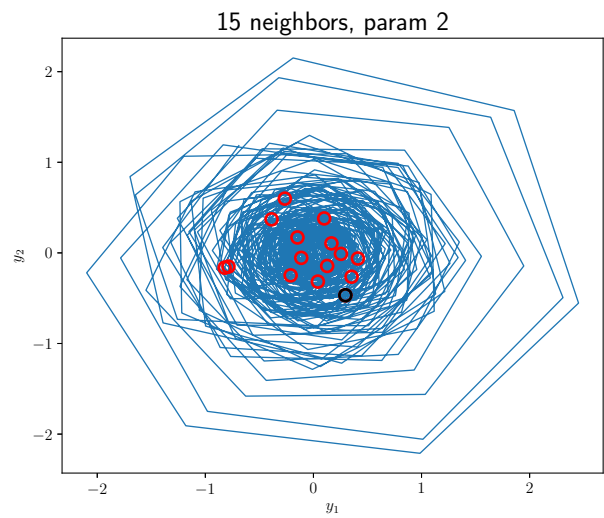
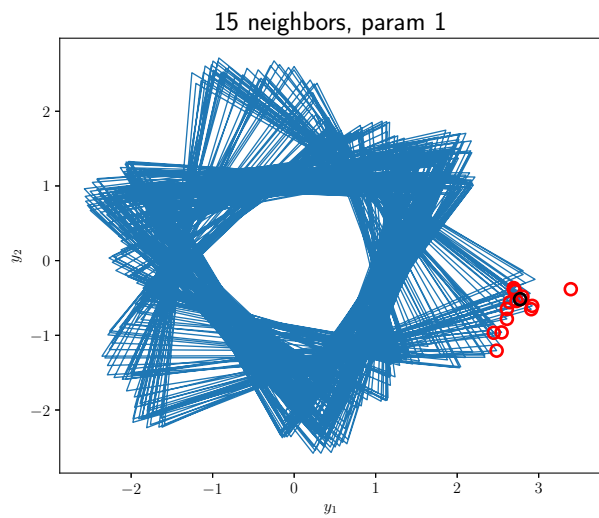


Рис. 12: Отображения траекторного пространства \mathbb{H}_{Θ_1} в пространство \mathbb{H}_{Θ_2}

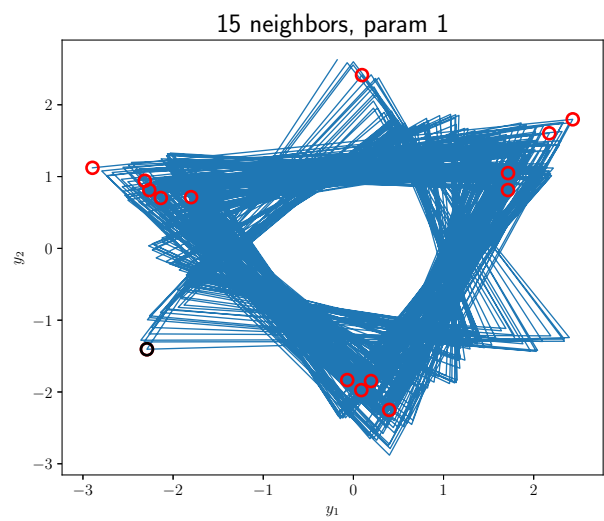
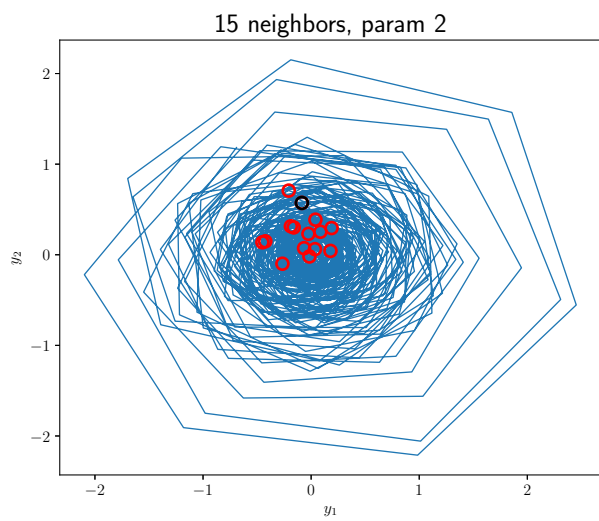


Рис. 13: Отображения траекторного пространства \mathbb{H}_{Θ_2} в пространство \mathbb{H}_{Θ_1}