# Методы коллаборативной фильтрации их применения

K. B. Воронцов vokov@forecsys.ru http://www.ccas.ru/voron

Вычислительный Центр им. А. А. Дородницына РАН; ЗАО «Форексис»

ВШЭ, семинар Б. Г. Миркина, 10 ноября 2008

# Содержание

- Постановка задачи и приложения
  - Постановка задачи
  - Примеры приложений
- 2 Обзор методов
  - Модели, основанные на хранении данных
  - Латентные модели
- Вероятностные латентные семантические модели
  - Постановка задачи и ЕМ-алгоритм
  - Результаты экспериментов

# Определения и обозначения

- U множество субъектов (клиентов, пользователей: users);
- R множество объектов (ресурсов, товаров, предметов: items);
- Y пространство описаний транзакций;

## Сырые исходные данные:

$$D = (u_i, r_i, y_i)_{i=1}^m \in U \times R \times Y$$
 — протокол транзакций;

## Агрегированные данные:

$$F = ||f_{ur}||$$
 — матрица кросс-табуляции размера  $|U| \times |R|$ , где  $f_{ur} = \operatorname{aggr}\{(u_i, r_i, y_i) \in D \mid u_i = u, r_i = r\}$ 

#### Задачи:

- прогнозирование незаполненных ячеек  $f_{ur}$ ;
- оценивание сходства:  $\rho(u, u')$ ,  $\rho(r, r')$ ,  $\rho(u, r)$ ;
- выявление скрытых интересов p(t|u), q(t|r) относительно заданного либо неизвестного набора тем  $t=1,\ldots,T$ .

# Пример 1. Рекомендующая система на основе бинарных данных

```
U — пользователи Интернет; R — ресурсы (сайты, документы, новости, и т.п.); f_{ur} = [пользователь u посетил ресурс r];
```

## Основная гипотеза Web Usage Mining:

• Действия (посещения) пользователя характеризуют его интересы, вкусы, привычки, возможности.

## Задачи персонализации:

- выдать оценку ресурса *r* для пользователя *u*;
- выдать пользователю *и* ранжированный список рекомендуемых ресурсов;
- $\bullet$  сгенерировать для ресурса r список близких ресурсов.

# Пример 2. Рекомендующая система на основе бинарных данных

```
U — клиенты интернет-магазина (amazon.com и др.); R — товары (книги, видео, музыка, и т.п.); f_{ur} = [клиент u купил товар r];
```

## Задачи персонализации предложений:

- ullet выдать оценку товара r для клиента u;
- выдать клиенту *и* список рекомендуемых товаров;
- предложить скидку на совместную покупку (cross-selling);
- информировать клиента о новом товаре (up-selling);
- сегментировать клиентскую базу;
   выделить целевые аудитории по интересам.

# Пример 3. Рекомендующая система на основе рейтингов

```
U — клиенты интернет-магазина (netflix.com и др.);
```

R — товары (книги, видео, музыка, и т.п.);

 $f_{ur}=$  рейтинг, который клиент u выставил товару r;

Задачи персонализации предложений — те же.

# Пример: конкурс Netflix [www.netflixprize.com]

- с октября 2006 до сих пор; главный приз \$10<sup>6</sup>;
- $|U| = 0.48 \cdot 10^6$ ;  $|R| = 1.7 \cdot 10^4$ ;
- 10<sup>8</sup> рейтингов {1, 2, 3, 4, 5};
- ullet точность прогнозов оценивается по тестовой выборке D':

$$\mathsf{RMSE}^2 = \sum_{(u,r) \in D'} (f_{ur} - \hat{f}_{ur})^2;$$

• требуется: уменьшить RMSE с 0.9514 до 0.8563 (на 10%) текущий рекорд от 30.09.2008: 0.8616 (9.44%).

# Пример 4. Анализ текстов

```
U — текстовые документы (статьи, новости, и т.п.); R — ключевые слова или выражения; f_{ur} = частота встречаемости слова r в тексте u.
```

## Задачи анализа текстов:

- кластеризация текстов: сгруппировать тексты по тематике;
- определить тематику нового текста (например, новости);
- найти тексты той же тематики, что данный текст;
   ранжировать найденные тексты по сходству;
- построить иерархический каталог текстов;
   описать каждый раздел набором ключевых слов.

# Пример 5. Социальные сети, форумы, блоги

```
U — пользователи; R — текстовые документы (форумы, блоги); K — ключи (ключевые слова или выражения); f_{ur} = [пользователь u участвует в r]; g_{rk} = частота встречаемости ключа k в тексте r; h_{uv} = [пользователю u интересен пользователь v].
```

## Некоторые задачи анализа социальной сети:

- рекомендовать пользователю интересные ему блоги, найти единомышленников (like-minded people);
- охарактеризовать интересы пользователя ключами;
- найти все блоги по данным или похожим ключам;
- найти все блоги, похожие на данный;
- построить иерархический тематический каталог блогов.

## Два основных подхода

- Модели, основанные на хранении исходных данных (Memory-Based Collaborative Filtering)
  - хранение всей исходной матрицы данных F;
  - ullet сходство клиентов это корреляция строк матрицы F;
  - сходство объектов это корреляция столбцов матрицы F.
- Латентные модели (Latent Models for Collaborative Filtering)
  - оценивание профилей клиентов и объектов (профиль — это вектор скрытых характеристик);
  - хранение профилей вместо хранения F;
  - сходство клиентов и объектов это сходство их профилей.

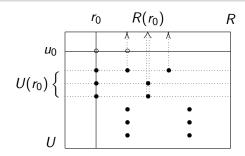
Подборки статей по коллаборативной фильтрации:

jamesthornton.com/cf

www.adastral.ucl.ac.uk/~junwang/CollaborativeFiltering.html

## Тривиальная рекомендующая система

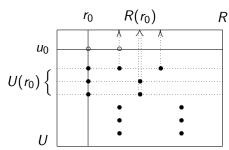
«клиенты, купившие  $r_0$ , также покупали  $R(r_0)$ » [Amazon.com]



- $R(r_0) := \left\{ r \in R \ \middle| \ B(r) = rac{|U(r_0) \cap U(r)|}{|U(r_0) \cup U(r)|} > 0 
  ight\},$  где R(r) = одна из возможных мер близости r к  $r_0$ ;
- **③** отсортировать  $r \in R(r_0)$  по убыванию B(r), взять top N.

## Тривиальная рекомендующая система

«клиенты, купившие  $r_0$ , также покупали  $R(r_0)$ » [Amazon.com]

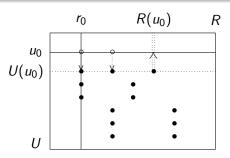


## Недостатки:

- рекомендации тривиальны (предлагается всё наиболее популярное);
- не учитываются интересы конкретного пользователя  $u_0$ ;
- не учитывается степень сходства ресурсов r и  $r_0$ ;
- проблема «холодного старта»;
- надо хранить всю матрицу *F*.

# От клиента (user-based CF)

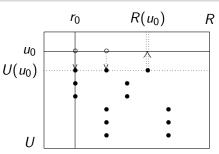
«клиенты, похожие на  $u_0$ , также покупали  $R(u_0)$ »



- **1**  $U(u_0) := \{ u \in U \mid corr(u_0, u) > \alpha \};$
- **3** отсортировать  $r \in R(u_0)$  по убыванию B(r), взять top N;

# От клиента (user-based CF)

«клиенты, похожие на  $u_0$ , также покупали  $R(u_0)$ »

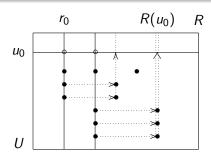


#### Недостатки:

- рекомендации тривиальны;
- не учитываются интересы конкретного пользователя  $u_0$ ;
- не учитывается степень сходства ресурсов r и  $r_0$ ;
- проблема «холодного старта»;
- $\bullet$  надо хранить всю матрицу F;
- нечего рекомендовать нетипичным/новым пользователям.

# От объекта (item-based CF)

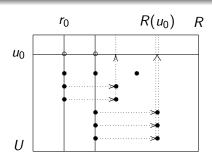
«вместе с объектами, которые покупал  $u_0$ , часто покупают  $R(u_0)$ »



- $oldsymbol{Q}$  сортировка  $r \in R(u_0)$  по убыванию B(r), взять top N;

# От объекта (item-based CF)

«вместе с объектами, которые покупал  $u_0$ , часто покупают  $R(u_0)$ »



#### Недостатки:

- рекомендации часто тривиальны (нет коллаборативности);
- не учитывается степень сходства ресурсов r и r<sub>0</sub>;
- проблема «холодного старта»;
- надо хранить попарные корреляции между объектами;
- нечего рекомендовать нетипичным пользователям.

# Резюме по Memory-Based методам

## Преимущества:

- Легко понять;
- Легко реализовать.

## Недостатки:

- Не хватает теоретического обоснования:
   придумано много способов оценить сходство...
   придумано много гибридных (item-user-based) методов...
   ... не ясно, как выбрать лучший;
- ullet Все методы требуют хранения огромной матрицы F.

## Далее:

• Латентные модели — лишены этих недостатков.

# Понятие латентной модели

```
ig(oldsymbol{p_{su}}ig)_{s\in\mathcal{S}} — профили клиентов u\in U; ig(oldsymbol{q_{tr}}ig)_{t\in T} — профили объектов r\in R.
```

# Типы латентных моделей (основные идеи):

- Ко-кластеризация:
  - жёсткая:  $\begin{cases} p_{su} = [\text{клиент } u \text{ принадлежит кластеру } s]; \\ q_{tr} = [\text{объект } r \text{ принадлежит кластеру } t]; \\ \text{мягкая: } p_{su}, q_{tr} \text{степени принадлежности кластерам.} \end{cases}$
- ullet Матричная факторизация: S=T; по  $ullet_{p_{tu}}$ ,  $ullet_{q_{tr}}$  должны восстанавливаться  $f_{ur}$ .
- **3** Вероятностные (байесовские) модели: S = T;  $p_{tu} = p(t|u), \ q_{tr} = q(t|r).$

# Ко-кластеризация (бикластеризация)

Пусть  $f_{ur}$  — рейтинги;

$$G = (g(u))_{u \in U}$$
 — кластеризации клиентов;

$$H = (h(r))_{r \in R}$$
 — кластеризации объектов;

Модель усреднения по блокам (Block Average):

$$\hat{f}_{ur}(G,H) = \overline{f}_{g(u),h(r)} + (\overline{f}_u - \overline{f}_{g(u)}) + (\overline{f}_r - \overline{f}_{h(r)});$$

$$ar{f}_{g(u),h(r)}$$
 — средние по ко-кластерам;

$$\bar{f}_{g(u)}$$
 и  $\bar{f}_{h(r)}$  — средние по кластерам;

$$\bar{f}_u$$
 и  $\bar{f}_r$  — средние по клиентам и по объектам;

#### Функционал качества кластеризации:

$$\sum_{(u,r)\in D} (\hat{f}_{ur}(G,H) - f_{ur})^2 \to \min_{G,H};$$

# Ко-кластеризация: простой алгоритм

# Алгоритм BBAC (Bregman Block Average Co-clustering)

- Инициализировать случайные кластеризации g(u), h(r);
- Повторять пока кластеризации изменяются:
  - **1** Вычислить все средние:  $\bar{f}_{g(u),h(r)}$ ;  $\bar{f}_{g(u)}$ ,  $\bar{f}_{h(r)}$ ;  $\bar{f}_{u}$ ;  $\bar{f}_{r}$ ;
  - ② Вычислить новые кластеризации для всех клиентов  $u \in U$ :  $g(u) := \arg\min_{g} \sum_{r \in D_u} (\hat{f}_{ur}(g, H) f_{ur})^2;$
  - **3** Вычислить новые кластеризации для всех объектов  $r \in R$ :  $h(r) := \arg\min_{h} \sum_{u \in D_r} (\hat{f}_{ur}(G, h) f_{ur})^2;$

George T., Merugu S. A scalable collaborative filtering framework based on co-clustering // 5-th IEEE int. conf. on Data Mining, 2005, Pp. 27–30. Banerjee A., et al. A generalized maximum entropy approach to Bregman co-clustering and matrix approximation // 10-th KDDM, 2004, Pp. 509–514.

## Матричные разложения

```
T — множество тем (интересов): |T| \ll |U|, |T| \ll |R|; p_{tu} — неизвестный профиль клиента u; P = \begin{pmatrix} p_{tu} \end{pmatrix}_{|T| \times |U|}; q_{tr} — неизвестный профиль объекта r; Q = \begin{pmatrix} q_{tr} \end{pmatrix}_{|T| \times |R|}; Задача: найти разложение f_{ur} = \sum_{i} \lambda_t p_{tu} q_{tr}; F = P^{\mathsf{T}} \Lambda Q;
```

# Методы решения:

SVD — сингулярное разложение (плохо интерпретируется!); NNMF — неотрицательное разложение:  $p_{tu} \ge 0$ ,  $q_{tr} \ge 0$ ;

#### Вероятностная интерпретация:

$$\begin{split} &\underbrace{p(u,r)}_{f_{ur}?} = \sum_{t \in T} \underbrace{p(t)}_{\lambda_t} \underbrace{p(u|t)}_{p_{tu}} \underbrace{q(r|t)}_{q_{tr}}; \\ &q(t|r) = \frac{q_{tr}p(t)}{\sum_{\tau \in T} q_{\tau r}p(\tau)}; \quad p(t|u) = \frac{p_{tu}p(t)}{\sum_{\tau \in T} p_{\tau u}p(\tau)} \end{split}$$

# Байесовская модель посещений

```
T — множество тем (интересов); p_{tu} = p(t|u) — неизвестный профиль клиента u; q_{tr} = q(t|r) — неизвестный профиль объекта r; p_u = p(u) — априорная вероятность клиента u; q_r = q(r) — априорная вероятность объекта r;
```

Вероятность посещения (u, r) записывается двумя способами:

$$p(u,r) = \begin{cases} \sum_{t \in T} p_u p_{tu} q(r|t,u); & q(r|t) = \frac{q_{tr} q_r}{\sum_{r' \in R} q_{tr'} q_{r'}}; \\ \sum_{t \in T} q_r q_{tr} p(u|t,r); & p(u|t) = \frac{p_{tu} p_u}{\sum_{u' \in U} p_{tu'} p_{u'}}; \end{cases}$$

**Задача:** оценить профили  $p_{tu}$ ,  $q_{tr}$ .

Принцип максимума правдоподобия:  $\sum\limits_{i=1}^m \ln p(u_i,r_i) o \max\limits_{p_{tu},q_{tr}}$  .

# Общая идея: алгоритм согласования профилей

Повторять итерации, пока профили не сойдутся:

**1** Настройка профилей клиентов  $p_{tu}$  при фиксированных  $q_{tr}$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum\limits_{i=1}^{m} \ln \left( \sum\limits_{t \in T} p_{u} p_{tu} q(r|t) \right) \rightarrow \max; \\ \sum\limits_{t \in T} p_{tu} = 1, \quad \forall u \in U; \end{array} \right.$$

 $oldsymbol{@}$  Настройка профилей объектов  $oldsymbol{q_{tr}}$  при фиксированных  $oldsymbol{p_{tu}}$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum\limits_{i=1}^{m} \ln \left( \sum\limits_{t \in T} q_{r} q_{tr} p(u|t) \right) \rightarrow \max; \\ \sum\limits_{t \in T} q_{tr} = 1, \quad \forall r \in R; \end{array} \right.$$

# ЕМ-алгоритм (настройка профилей клиентов)

Скрытые переменные  $H_{tr}(u) \equiv p(t|r,u)$  — апостериорная вероятность темы t при посещении объекта r клиентом u.

## ЕМ-алгоритм:

повторять, пока профили ри не сойдутся

• **E**-шаг (вычисление скрытых переменных): для всех объектов  $r \in R$ , клиентов  $u \in U$ , тем  $t \in T$ 

$$H_{tr}(u) := \frac{p_{tu}q(r|t)}{\sum\limits_{t' \in T} p_{t'u}q(r|t')};$$

• М-шаг (максимизация правдоподобия): для всех клиентов  $u \in U$ , тем  $t \in T$ 

$$extstyle{\mathcal{P}_{tu}} := rac{1}{D_u} \sum_{r \in D_u} \mathcal{H}_{tr}(u), \quad extstyle{\mathsf{rge}} \quad D_u = ig\{r\colon (u,r) \in Dig\};$$

# Симметризованный ЕМ-алгоритм

Инициализировать профили  $q_{tr}$  и  $p_{tu}$ ; Повторять итерации, пока все профили не сойдутся:

- ① Фиксировать  $q_{tr}$ ; Вычислить q(r|t) по формуле Байеса; Повторять, пока профили клиентов не сойдутся:
  - Е-шаг: вычислить скрытые переменные  $H_{tr}(u)$ ;
  - М-шаг: вычислить профили клиентов *р*<sub>tu</sub>;
- ② Фиксировать  $p_{tu}$ ;
  Вычислить p(u|t) по формуле Байеса;
  Повторять, пока профили объектов не сойдутся:
  - Е-шаг: вычислить скрытые переменные  $H_{tu}(r)$ ;
  - М-шаг: вычислить профили объектов  $q_{tr}$ ;

# Обобщения, модификации, применения

- Если  $f_{ur} \in Z = \{1,2,\ldots,z_{\sf max}\}$  рейтинги, то вместо  $p(u,r) = \mathsf{P}(f_{ur} \neq \varnothing)$  надо оценивать  $(z_{\sf max}-1)$  вероятностей  $p_z(u,r) = \mathsf{P}(f_{ur}\leqslant z), \ z\in Z;$
- Динамическое обновление профилей при пополнении D;
- Иерархические профили;
- Учёт априорной информации через начальное приближение профилей:
  - тематический каталог объектов;
  - соц-дем (анкеты) клиентов;
- Унифицированный профиль объектов и клиентов;
- Долгосрочный и краткосрочный профили;
- Оценивание сходства по частям профиля.

## Данные поисковой машины Яндекс

# Исходные данные:

```
7 дней работы поисковой машины Яндекс; объём лога 3.6 Гб; 14 606 пользователей; 207 312 запросов; 1972 636 документов было выдано; 129 600 документов были выбраны пользователями.
```

#### Фрагмент лога:

```
1098353321109615996 (номер пользователя)
французская кухня (запрос) 1110473322 (время запроса) 113906 0
http://www.naturel.ru/ (сайт или документ)
http://www.kuking.net/c7.htm 1110473328 (время клика)
http://www.cooking-book.ru/national/french/
...
жаренное мясо в вине 1110473174 1349 0
...
```

# Данные поисковой машины Яндекс

## Схема эксперимента:

- ullet Отбор наиболее посещаемых сайтов, |R|=1024.
- Отбор наиболее активных пользователей, |U| = 7300.
- Введение критериев качества профилей:
  - 400 сайтов заранее классифицированы на |T| = 12 тематических классов;
  - $Q_1 =$  доля неправильно восстановленных профилей;
  - $Q_2 =$ число ошибок классификации методом k NN;
- Оптимизация параметров по критерию качества.
- Построение профилей и оценок сходства сайтов.
- Визуализация: глобальные и локальные карты сходства.

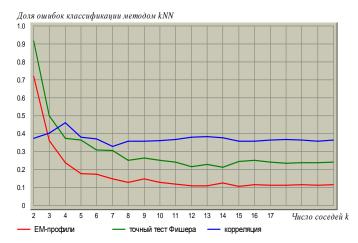
# Результаты: оптимизация числа итераций и |T|

# Двух итераций на внутреннем цикле уже достаточно!



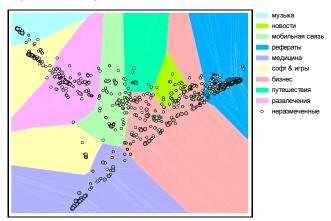
# Результаты: подбор меры сходства

оценки сходства по точному тесту Фишера (FET) лучше корреляций, а по профилям — ещё лучше!



## Результаты: карта сходства Интернета

Многомерное шкалирование по FET-оценкам сходства



Результат: сайты сами сгруппировались по тематикам!

# Что такое «многомерное шкалирование» и «карта сходства»?

**Дано:** попарные расстояния  $R_{ij}$  между n объектами. **Найти:** координаты этих объектов на плоскости  $(x_i, y_i)_{i=1}^n$ :

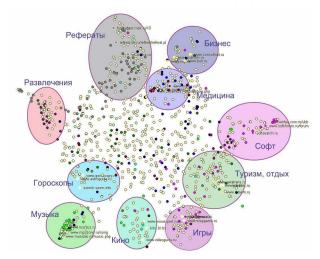
$$S = \sum_{i < j} \left( \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} - R_{ij} \right)^2 \to \min_{(x_i, y_i)_{i=1}^n}$$

**Карта сходства (Similarity Map)** — это средство разведочного анализа многомерных данных:

- точечный график  $(x_i, y_i)_{i=1}^n$ ;
- близким объектам соответствуют близкие точки;
- оси графика не имеют интерпретации;
- возможны искажения.

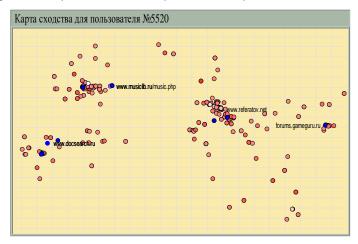
## Результаты: карта сходства Интернета

Многомерное шкалирование по профилям, |T| = 12



## Результаты: локальная карта пользователя

Визуальное представление персональных рекомендаций:



#### Резюме

Коллаборативная фильтрация — это набор методов для решения задач персонализации и **анализа клиентских сред**.

Простые методы основаны на хранении исходных данных.

*Патентные модели*, основанные на оценивании профилей клиентов и объектов, обладают рядом преимуществ:

- оценки сходства клиентов и объектов более адекватны;
- с профилями можно делать многое:
  - содержательно интерпретировать;
  - частично оценивать по априорным данным;
  - обновлять динамически по мере поступления данных;
  - сравнивать целиком или по фрагментам;
- снимается проблема «холодного старта»;
- резко сокращается объём хранимых данных;

#### Конец

- Спасибо за внимание!
- Вопросы?
- 3 Ссылки: вики www.MachineLearning.ru
  - «Участник:Vokov»
  - «Анализ клиентских сред»
  - «Коллаборативная фильтрация»
- Ещё ссылки (хорошие подборки статей по CF):
  - jamesthornton.com/cf
  - www.adastral.ucl.ac.uk/~junwang/CollaborativeFiltering.html