

Эффективность иерархических алгоритмов классификации двумерных объектов в терминах соотношения качество - сложность

Ланге М.М. , Ганебных С.Н.

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

**Международная конференция "Интеллектуализация обработки информации"
(ИОИ - 10, Греция, о.Крит, 4 - 11 октября 2014 г.)**

2. Исследуемая модель классификатора

$$\mathbf{A} \xrightarrow{\varphi} \mathbf{A}^* \xrightarrow{\psi} \{1, \dots, c\}, \quad c \geq 2 - \text{число классов}$$

$\mathbf{A} = \{\mathbf{A}_i\}_{i=1}^c$ – множество кластеров объектов (изображений)

$\mathbf{A}^* = \{\mathbf{A}_i^*\}_{i=1}^c$ – множество кластеров представлений объектов

$\mathbf{B} = \{\mathbf{B}_i \subset \mathbf{A}_i\}_{i=1}^c$ – обучающее множество

$\hat{\mathbf{B}} = \{\hat{\mathbf{B}}_i \subseteq \mathbf{B}_i\}_{i=1}^c$ – множество наборов эталонов

$\hat{\mathbf{B}}^* = \{\hat{\mathbf{B}}_i^*\}_{i=1}^c$ – множество представлений наборов эталонов

Характеристики эффективности классификатора (φ, ψ заданы)

$C_\psi(\hat{\mathbf{B}}^*)$ – вычислительная сложность алгоритма ψ

$\varepsilon_\psi(\hat{\mathbf{B}}^*)$ – доля ошибок на множестве $\mathbf{A} \setminus \mathbf{B}$ на алгоритме ψ

Нижняя граница функции качество - сложность

$$\varepsilon^*(C) = \min_{\psi, \hat{\mathbf{B}}^* : C_\psi(\hat{\mathbf{B}}^*) \leq C} \varepsilon_\psi(\hat{\mathbf{B}}^*)$$

$C > 0$ - допустимая вычислительная сложность алгоритма ψ

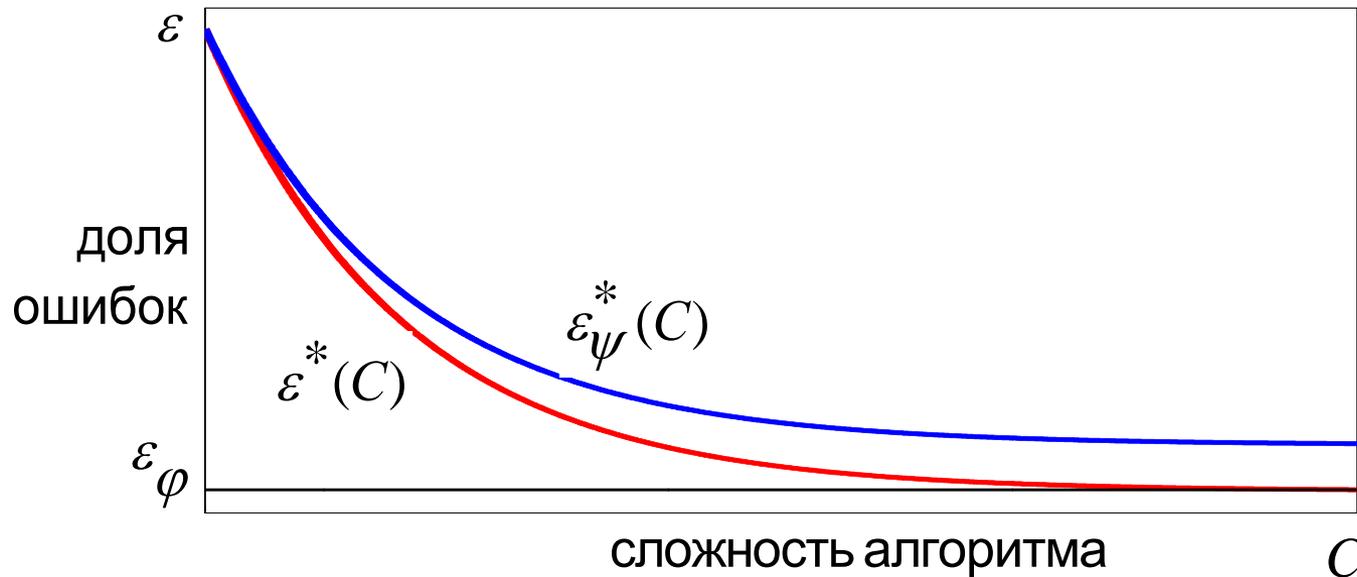
3. Задача исследования

Функция качество - сложность

(φ, ψ) – заданы, $C \geq 0$ – допустимая сложность алгоритма ψ :

$$\varepsilon_{\psi}^*(C) = \min_{\hat{B}^*: C_{\psi}(\hat{B}^*) \leq C} \varepsilon_{\psi}(\hat{B}^*)$$

Вид функций качество - сложность



Задача: для древовидно структурированного представления φ получить оценки функций качество-сложность $\tilde{\varepsilon}_{\psi_{ES}}(C)$ и $\tilde{\varepsilon}_{\psi_{GS}}(C)$ на алгоритмах ψ_{ES} (*Exhaustive Search*) и ψ_{GS} (*Guided Search*)

4. Пространство представлений

Множество многоуровневых представлений $\mathbf{A}^* = \mathbf{A}^L$:

$$\varphi: \mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A}^L, A \in \mathbf{A}, A^L \in \mathbf{A}^L$$

$\varphi(A) = A^L = (a^0, \dots, a^l, \dots, a^L)$ – дерево примитивов глубины L

$A^l = (a^0, \dots, a^l)$ – поддереву глубины $l = 0, \dots, L$

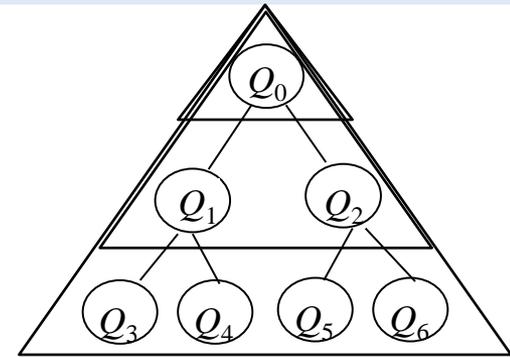
Набор примитивов: $(Q_n, n = 0, \dots, 2^{L+1} - 2), n \rightarrow (2n + 1, 2n + 2)$

Пример дерева примитивов глубины $L = 2$:

$$l = 0: a^0 = (Q_0), \quad A^0 = (a^0)$$

$$l = 1: a^1 = (Q_1, Q_2), \quad A^1 = (a^0, a^1)$$

$$l = 2: a^2 = (Q_3, Q_4, Q_5, Q_6), \quad A^2 = (a^0, a^1, a^2)$$



Мера различия l -го порядка для объектов $A \in \mathbf{A}$ и $\hat{A} \in \mathbf{A}$:

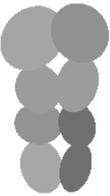
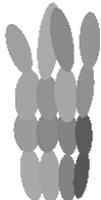
$$d^l(A, \hat{A}) = d(A^l, \hat{A}^l) = \sum_{n=1}^{2^{l+1}-2} w_n \rho(Q_n, \hat{Q}_n), \quad l = 1, \dots, L$$

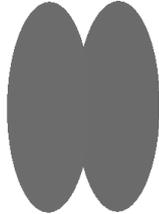
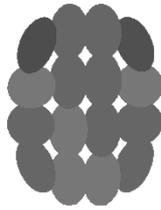
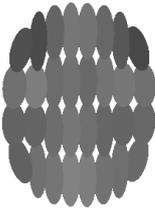
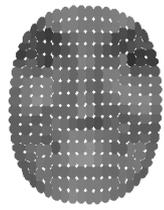
$\rho(Q_n, \hat{Q}_n) \geq 0$ – функция различия примитивов $Q_n \in A^l$ и $\hat{Q}_n \in \hat{A}^l$

$w_n > 0$ – вес пары примитивов (Q_n, \hat{Q}_n)

5. Представления с многоуровневым разрешением

									
signature	$l=0$	$l=1$	$l=2$	$l=3$	$l=4$	$l=5$	$l=6$	$l=7$	$l=8$

									
gesture	$l=0$	$l=1$	$l=2$	$l=3$	$l=4$	$l=5$	$l=6$	$l=7$	$l=8$

									
face	$l=0$	$l=1$	$l=2$	$l=3$	$l=4$	$l=5$	$l=6$	$l=7$	$l=8$

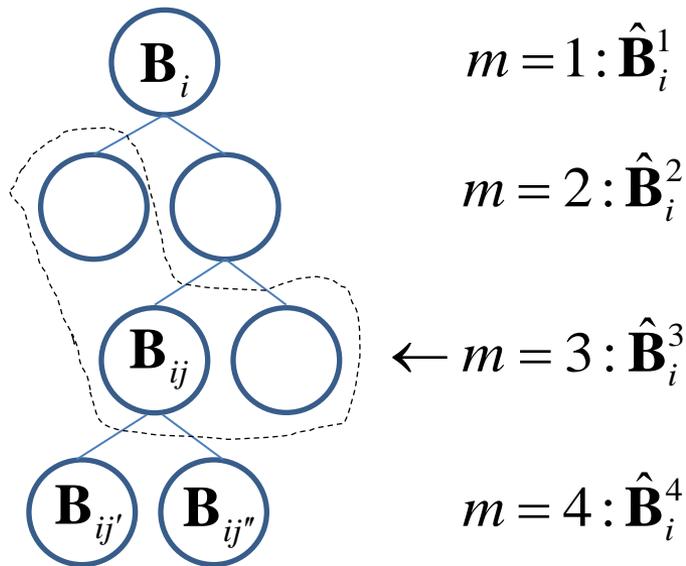
6. Наборы эталонов и решающее правило

Обучающее множество $\mathbf{V} = \{ \mathbf{V}_i \subset \mathbf{A}_i \}_{i=1}^c$, $\|\mathbf{V}_i\| = M$, $i = 1, \dots, c$

Наборы эталонов $(\hat{\mathbf{V}}_i^1, \dots, \hat{\mathbf{V}}_i^m, \dots, \hat{\mathbf{V}}_i^M)$, $\|\hat{\mathbf{V}}_i^m \subseteq \mathbf{V}_i\| = m$, $i = 1, \dots, c$

Структура наборов эталонов

$(\hat{\mathbf{V}}_i^1, \dots, \hat{\mathbf{V}}_i^m, \dots, \hat{\mathbf{V}}_i^M)$, $i = 1, \dots, c$



Разделяющие функции

$$g^l(A | \hat{\mathbf{V}}_i^m) = 1 - \min_{\hat{B} \in \hat{\mathbf{V}}_i^m} d^l(A, \hat{B})$$

порядка $l = 1, \dots, L$
 $i = 1, \dots, c$

Решающее правило

$$\psi(A) = \arg \max_{i=1}^c g^L(A | \hat{\mathbf{V}}_i^m)$$

$$\psi \in \{1, \dots, c\}$$

по наборам представлений $\hat{\mathbf{V}}_i^{mL}$
для наборов эталонов $\hat{\mathbf{V}}_i^m$

7. Многоуровневая сеть эталонов и алгоритмы

Наборы эталонов мощности m

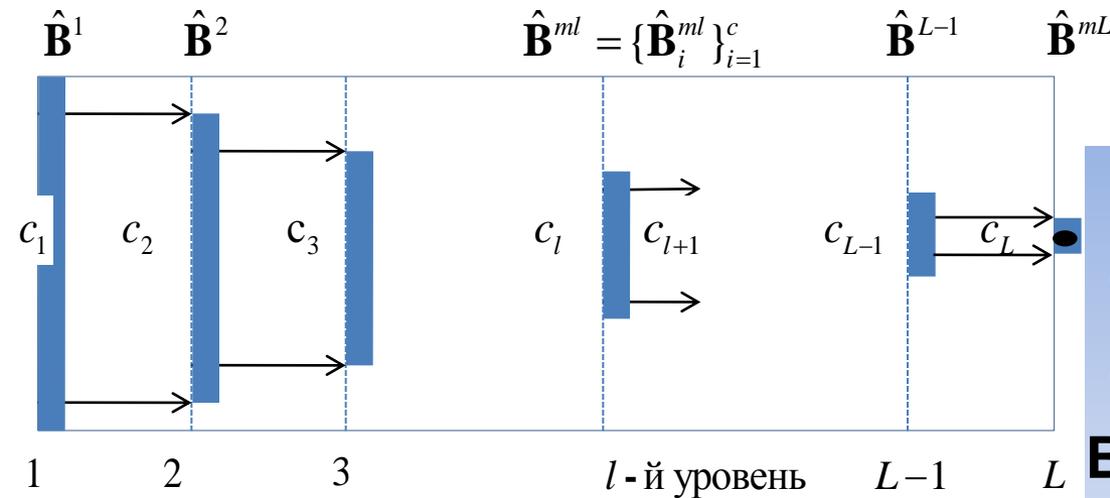
$$\hat{\mathbf{B}}^m = \{\hat{\mathbf{B}}_i^m, i = 1, \dots, c\}, m = 1, \dots, M$$

Наборы представлений l -го уровня

$$\hat{\mathbf{B}}^{ml} = \{\hat{\mathbf{B}}_i^{ml}, i = 1, \dots, c\}$$

$$\varphi: \hat{\mathbf{B}}^m \rightarrow \hat{\mathbf{B}}^{ml}, l = 1, \dots, L$$

Сеть представлений эталонов

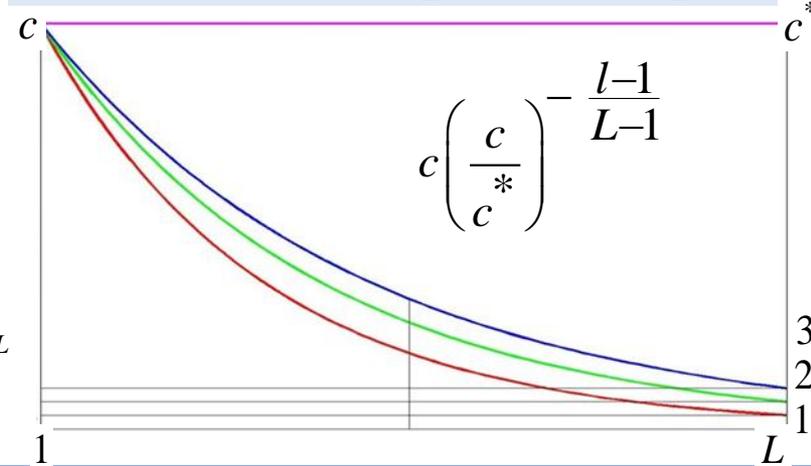


c_l - число обрабатываемых классов на l -м уровне

Стратегия поиска решения

$$c_l = \lfloor c 2^{-\alpha(l-1)} \rfloor, l = 1, \dots, L$$

$$\alpha = (L-1)^{-1} \log_2(c/c^*), c_L = c^*$$



Решающие алгоритмы

$$c^* = c : \psi_{ES} \text{ (Exhaustive Search)}$$

$$c^* < c : \psi_{GS} \text{ (Guided Search)}$$

Вычислительная сложность

$$C_{\psi_{ES}}(\hat{\mathbf{B}}^{mL}) = 2cm(2^L - 1)$$

$$C_{\psi_{GS}}(\hat{\mathbf{B}}^{mL}) = 2cmL, \alpha \geq 1$$

8. Схема эксперимента

Составной источник изображений: 8 бит/пиксель, $c=90$ классов

Подписи: 40 классов по 40 изображений 512 x 512

Жесты руки: 25 классов по 40 изображений 256 x 256

Лица: 25 классов по 40 изображений 800 x 600

Параметры классификатора :

Глубина представляющих деревьев: $L = 11$

Число эталонов в классе: $m = 1, 5, 10, 15, 16, 17, 18, 19, 20$

Параметр алгоритмов: $\psi_{GS}, c^* = 5, 10, 15, 20$; $\psi_{ES}, c^* = 90$

Процедура кросс - тестирования (200 times 2 fold) :

Обучение : построение деревьев наборов эталонов мощности m

Тестирование : вычисление долей ошибок $\varepsilon(L, m, c^*)$ и сложностей $C(L, m, c^*)$

получение средних долей ошибок и оценок сложности алгоритмов ψ_{GS} и ψ_{ES}

$$\varepsilon_{\psi_{GS}}(L, m) = M \varepsilon(L, m, c^* < 90) \quad C_{\psi_{GS}}(L, m) = C(L, m, c^* < 90)$$

$$\varepsilon_{\psi_{ES}}(L, m) = M \varepsilon(L, m, c^* = 90) \quad C_{\psi_{ES}}(L, m) = C(L, m, c^* = 90)$$

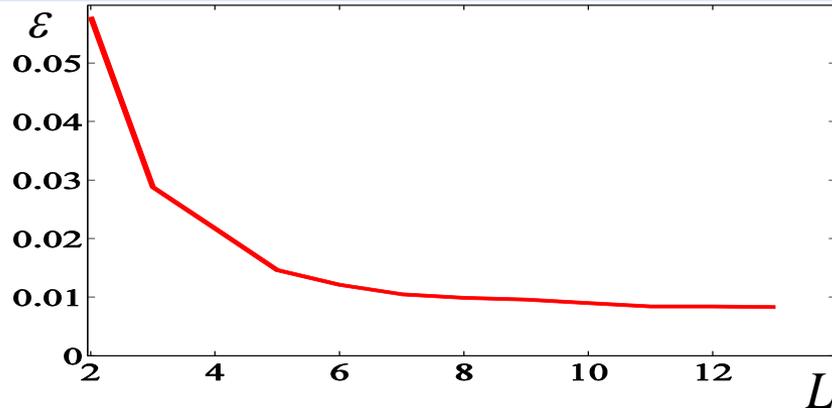
построение семейства оценок функции качество-сложность

$$\tilde{\varepsilon}_{\psi_{GS}}(C), c^* = 5, 10, 15, 20$$

$$\tilde{\varepsilon}_{\psi_{ES}}(C), c^* = 90$$

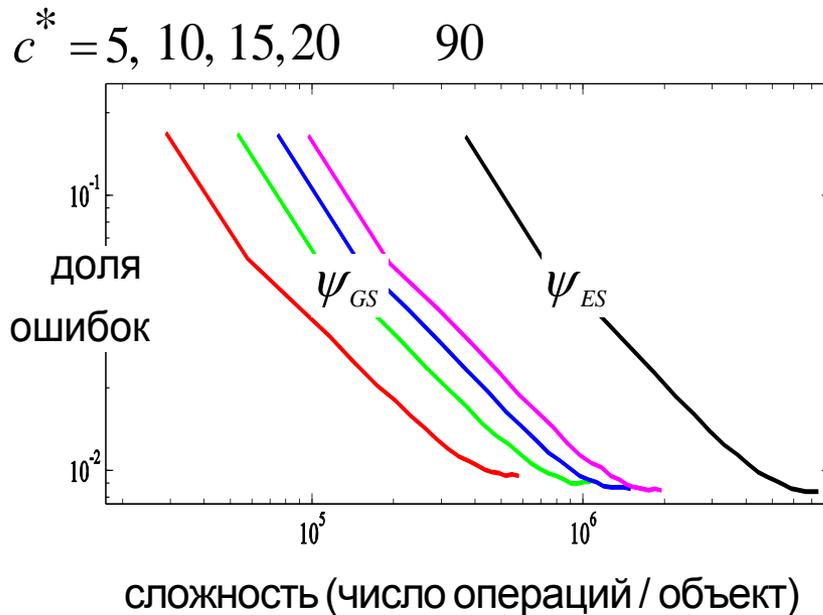
9. Результаты эксперимента

Зависимость доли ошибок $\varepsilon_{\psi_{ES}}(L, m = 20)$ от глубины представления L



$$\arg \min_L \varepsilon_{\psi_{ES}}(L, m = 20) = 11$$

Семейство оценок функции качество - сложность $\tilde{\varepsilon}_{\psi}(C)$ для ψ_{GS} и ψ_{ES}



$$m = 1, \dots, 20; \quad \min_m \varepsilon_{\psi}(L, m); \quad C_{\psi_{ES}} / C_{\psi_{GS}}$$

$$\psi_{GS}: c^* = 5; \quad m = 18; \quad 0,0096; \quad 12,8$$

$$\psi_{GS}: c^* = 10; \quad m = 17; \quad 0,0090; \quad 7,3$$

$$\psi_{GS}: c^* = 15; \quad m = 18; \quad 0,0087; \quad 4,9$$

$$\psi_{GS}: c^* = 20; \quad m = 18; \quad 0,0085; \quad 3,8$$

$$\psi_{ES}: c^* = 90; \quad m = 18; \quad 0,0084;$$

10. Модификация оценки качество - сложность

Дано : представление φ с глубиной деревьев L ; алгоритм ψ с параметром c^*

Оптимизировать : мощности m_1, \dots, m_c наборов эталонов по классам при заданной допустимой сложности C^* алгоритма ψ

Обучение : скользящий контроль (Leave - One - Out)

$$(m_1^*, \dots, m_c^*) = \arg \min \varepsilon^{LOO}(L, c^*, m_1, \dots, m_c)$$

$$(m_1, \dots, m_c) : C(L, c^*, m_1, \dots, m_c) \leq C^*$$

Тестирование : вычисление долей ошибок

$$\tilde{\varepsilon}_\psi(C^*) = \varepsilon(L, c^*, m_1^*, \dots, m_c^*),$$

где (m_1^*, \dots, m_c^*) - оптимальные мощности наборов эталонов для различных значений C^*

11. Результаты и выводы

- В пространстве древовидных представлений объектов, заданных изображениями, исследована эффективность многоклассового классификатора по критерию ближайшего эталона в терминах соотношения вероятности ошибки и вычислительной сложности решающего алгоритма.
- Разработаны дихотомическая процедура отбора эталонов и параметрическое семейство решающих алгоритмов на основе иерархического поиска и полного перебора эталонов.
- В случае одинаковых мощностей наборов эталонов по классам, для указанного семейства алгоритмов получены аналитические оценки сложности и экспериментальные доли ошибок распознавания лиц, подписей и жестов руки. При доле ошибок порядка 0.01 продемонстрирован вычислительный выигрыш иерархического алгоритма по сравнению с переборным в 12.8 раза.
- Разработанный подход применим для эффективного распознавания биометрических изображений при большом числе классов.
- Предложена процедура оптимизации мощностей наборов эталонов по классам при заданной вычислительной сложности решающего алгоритма.
- Планируется исследовать рассмотренное семейство алгоритмов с критериями более общего вида, допускающими отказ от распознавания.