

*На правах рукописи*

Дышкант Наталья Федоровна

**ЭФФЕКТИВНЫЕ АЛГОРИТМЫ СРАВНЕНИЯ  
ПОВЕРХНОСТЕЙ, ЗАДАНЫХ ОБЛАКАМИ ТОЧЕК**

Специальность:

01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Москва – 2011

Работа выполнена на кафедре математических методов прогнозирования  
факультета вычислительной математики и кибернетики  
Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор  
**Местецкий Леонид Моисеевич.**

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук  
**Кузюрин Николай Николаевич,**  
доктор физико-математических наук  
**Крылов Андрей Серджевич.**

Ведущая организация: Институт прикладной математики  
им. М. В. Келдыша РАН.

Защита диссертации состоится «17» июня 2011 г. в 11 часов на заседании диссертационного совета Д 501.001.44 в Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова, расположенном по адресу: 119991, ГСП-1, Москва, Ленинские горы, 2-й учебный корпус, факультет ВМК, аудитория 685. Желающие присутствовать на заседании диссертационного совета должны сообщить об этом за 2 дня по тел. 939-30-10 (для оформления заявки на пропуск).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке факультета ВМК МГУ. С текстом автореферата можно ознакомиться на официальном сайте факультета ВМК МГУ <http://cs.msu.su> в разделе «Наука» — «Работа диссертационных советов» — «Д 501.001.44».

Автореферат разослан «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2011 г.

Учёный секретарь  
диссертационного совета

профессор



Н. П. Трифонов

# Общая характеристика работы

Диссертационная работа посвящена исследованию и разработке математических методов сравнения поверхностей объектов, заданных облаками точек в трёхмерном пространстве. Вводятся меры для сравнения поверхностей, предлагаются методы, позволяющие эффективно вычислять такие меры.

**Актуальность темы.** Трёхмерные цифровые модели поверхностей объектов в настоящее время находят широкое применение в самых разных областях: в медицине, компьютерной графике, архитектуре, дизайне. На стыке компьютерного зрения и других областей (например, геоинформатики, медицины) возникают задачи, ориентированные на анализ и обработку моделей поверхностей, полученных трёхмерным сканированием объектов реального мира. При решении прикладных задач анализа, обработки и классификации моделей поверхностей, восстановления общей поверхности по съёмке её отдельных фрагментов необходимо сравнивать поверхности между собой. Вследствие быстрого развития технологий трёхмерного сканирования объектов возникают всё новые задачи и возможности использования этих технологий в различных приложениях и областях. В связи с этим требуется разработка эффективных методов для решения задач анализа и классификации полученных поверхностей, включающих построение мер сходства поверхностей и создание эффективных алгоритмов, способных работать в реальном масштабе времени.

Обычно для цифрового представления сложных негладких поверхностей применяется метод поточечного описания, когда поверхность задаётся дискретным облаком точек. Такое описание поверхностей можно получить, используя трёхмерный сканер, дигитайзер, топографическую съёмку местности, а также при помощи различного программного обеспечения и медицинского оборудования. Каждый снимок поверхности объекта, полученный при

помощи сканирования, является дискретной моделью однозначной поверхности (так называемой 2.5d поверхностью), так как он содержит информацию только о тех точках объекта, которые видны с позиции съёмки. Такие поверхности можно рассматривать как функции высот, определённые в картинной плоскости (ортогональной к направлению линий визирования) — в узлах некоторой сетки.

Задача сравнения поверхностей в общем виде состоит в том, чтобы для двух или более поверхностей оценить сходство этих поверхностей, либо их фрагментов. Сами поверхности представлены облаками точек, полученными в результате разных актов сканирования, с помощью разнотипных сканеров и т. п. При этом интерес представляет оценка сходства поверхностей при таком их взаимном расположении, когда они в максимальной степени близки друг к другу. Решение задачи предполагает, во-первых, оценку меры близости двух поверхностей в фиксированном заданном положении, а во-вторых, поиск такого их положения, при котором эта мера близости будет наибольшей. Процесс поиска наилучшего совпадения поверхностей в диссертации называется подгонкой.

Известно много работ, посвящённых решению этой задачи. Рассматриваемые в них подходы можно отнести к двум типам. Первый тип подходов состоит в вычислении меры близости поверхностей, представленных пространственными облаками точек, на основе попарных расстояний между точками. Для двух облаков из  $n_1$  и  $n_2$  точек при  $m$  итерациях подгонки вычислительная сложность такого подхода составляет  $O(m n_1 \log n_2)$ . При реальных размерностях задачи, когда число точек составляет  $10^3 - 10^5$ , такие алгоритмы не могут использоваться в реальном времени работы систем машинного зрения.

Второй тип подходов использует тот факт, что сравниваются однозначные поверхности. Это позволяет свести задачу к сравнению функций двух

переменных, заданных на дискретных множествах точек в картинной плоскости. Основная сложность этого подхода состоит в том, что функции заданы на разных, причём нерегулярных дискретных множествах, а для сравнения желательно было бы сравнивать значения функций в одних и тех же точках. Обычно эта сложность преодолевается путём вычисления значений функций в узлах регулярной квадратной решётки. Такой пересчёт осуществляется на основе интерполяции функций по их значениям в точках заданных дискретных нерегулярных сеток. Для сохранения точности описания функций размер ячейки регулярной квадратной решётки нужно выбирать достаточно малым, соизмеримым с минимальным расстоянием между точками в исходных нерегулярных сетках. Это приводит к тому, что количество узлов в регулярной сетке становится существенно большим, чем в исходных сетках. Особенно это заметно в тех случаях, когда сравниваются поверхности, заданные на сетках разной плотности, что часто имеет место на практике при использовании сканеров разного типа. К тому же пересчёт необходимо производить на каждой итерации подгонки. Всё это приводит также к неприемлемо большому затратам времени для решения задачи.

Таким образом, существующие подходы к решению рассматриваемой задачи имеют очень высокую алгоритмическую сложность, что препятствует их использованию во многих приложениях. Это обстоятельство определяет актуальность темы диссертации.

**Цель диссертационной работы** — исследование и разработка новых алгоритмов сравнения и анализа дискретных моделей однозначных поверхностей, обладающих высокой вычислительной эффективностью и не требующих пересчёта нерегулярных сеток в общую регулярную.

**Предлагаемый подход** к решению задачи основывается на следующих принципах:

- сравниваемые поверхности рассматриваются как кусочно-линейные функ-

ции на триангуляциях Делоне, построенных на проекциях облаков точек на картинную плоскость;

- для сравнения функций вычисляются их значения в узлах сеток друг друга на основе линейной интерполяции;
- мера близости поверхностей определяется на основе сравнения значений функций по объединённой сетке, составленной из исходных сеток сравниваемых функций.

Для интерполяции функций и последующего их сравнения в случае нерегулярных сеток необходимо решить задачу локализации узлов сеток друг в друге. Эта задача относится к классу задач геометрического поиска. Существующие методы решения этой задачи имеют достаточно высокую вычислительную сложность.

**Научная задача** состоит в разработке эффективных вычислительных алгоритмов, позволяющих реализовать предложенный подход в реальном времени работы систем машинного зрения. Задача состоит в том, чтобы обеспечить однократное вычисление меры близости двух поверхностей за время  $O(n_1 + n_2)$ , а при подгонке с  $m$  итерациями — за время  $O(m(n_1 + n_2))$ .

Для обоснования **реализуемости** предлагаемого решения и **достоверности полученных результатов** в диссертации рассматривается приложение разработанных алгоритмов к решению задач анализа трёхмерных моделей человеческих лиц:

- оценка асимметрии 3d модели человеческого лица;
- построение совместной пространственной модели лица и челюстей для задач ортодонтии;
- сегментация 3d модели лица на статические и динамические области по трёхмерному видеоряду.

**Методы исследования.** В работе использованы методы теории графов,

минимизации функций, вычислительной геометрии, теории сложности алгоритмов и вычислений. Работа носит теоретико-экспериментальный характер. Проведены эксперименты на модельных данных и дискретных моделях поверхностей реальных объектов, полученных методами трёхмерного сканирования. Также исследованы приложения предлагаемого подхода к задачам анализа моделей лиц.

**На защиту выносятся следующие новые научные результаты:**

1. Меры сравнения однозначных поверхностей, заданных на разных нерегулярных множествах узлов, основанные на интерполяции и подгонке кусочно-линейных функций на триангуляциях Делоне, и методы вычисления этих мер. В основе решения лежат разработанные в диссертации оригинальные методы локализации триангуляций Делоне друг в друге.
2. Эффективный в среднем  $O(n_1 + n_2)$  алгоритм локализации узлов двух триангуляций Делоне друг в друге, основанный на построении и обходе минимальных остовных деревьев триангуляций.
3. Эффективный в худшем случае  $O(n_1 + n_2)$  алгоритм прослеживания цепочек интерфейсных граней и локализации в них узлов сеток при объединении перекрывающихся триангуляций Делоне.
4. Метод оценки асимметрии 3d модели человеческого лица на основе сравнения исходной и отражённой моделей поверхности лица и поиска оптимальной плоскости симметрии.
5. Метод сегментации модели поверхности лица на статические и динамические области по трёхмерной видеопоследовательности.

**Научная значимость** работы состоит в разработке методов вычисления мер для сравнения поверхностей объектов, а также эффективных алгоритмов решения задачи геометрического поиска при локализации одной три-

ангуляции Делоне в другой. Предложен подход, позволяющий производить операции над функциями, заданными на разных нерегулярных сетках. Изложенная в работе методика даёт эффективный математический аппарат для конструирования общих и прикладных мер для сравнения поверхностей объектов.

**Практическая значимость** состоит в разработке эффективных алгоритмов сравнения поверхностей, позволяющих существенно расширить круг решаемых задач, в частности, в системах машинного зрения, требующих работы в режиме реального времени. Результаты работы могут найти применение в медицине, геоинформатике, биометрической идентификации.

**Апробация работы.** Результаты работы докладывались и обсуждались на следующих научных конференциях и семинарах:

- всероссийская конференция «Математические методы распознавания образов» ММРО–13 (Зеленогорск, 2007 год) [1];
- XV международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов–2008» (Москва, 2008 год) [2];
- 7-я международная конференция «Интеллектуализация обработки информации» ИОИ'08 (Алушта, Украина, 2008 год) [3];
- 18я международная конференция по компьютерной графике и машинному зрению «ГрафиКон'08», (Москва, 2008 год) [6];
- 4я международная конференция «Машинное зрение: теория и приложения» VISAPP–2009 (Лиссабон, Португалия, 2009 год) [7];
- 2-ой международный семинар «Извлечение знаний из изображений. Теория и приложения» ИМТА–2009 (Лиссабон, Португалия, 2009 год) [8];
- XVI международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов–2009» (Москва, 2009 год) [9];

- 19я международная конференция по компьютерной графике и машинному зрению «ГрафиКон'09» (Москва, 2009 год) [10];
- всероссийская конференция «Математические методы распознавания образов» ММРО–14 (Суздаль, 2009 год) [11];
- научные семинары по совместному российско-индийскому проекту «Пространственное моделирование человеческих лиц для анализа и классификации в реальном времени» (МГУ, Москва, сентябрь 2009 года; Мангалорский университет, Мангалор, Индия, декабрь 2009 года; МГУ, Москва, октябрь 2010 года; Мангалорский университет, Мангалор, Индия, январь 2011 года);
- 8-я международная конференция «Интеллектуализация обработки информации» ИОИ'10 (Пафос, Республика Кипр, 2010 год) [12];
- научный спецсеминар «Дискретно-непрерывные преобразования изображений в задачах распознавания» под руководством д. т. н., профессора Л. М. Местецкого, (факультет ВМК МГУ, Москва, 2010 год);
- 2-я научно-техническая конференция «Техническое зрение в системах управления» TVCS 2011 (ИКИ РАН, Москва, 2011 год) [14].
- 16-я международная конференция Международной ассоциации по распознаванию образов (IAPR) «Дискретная геометрия для компьютерной обработки изображений» DGCI–2011 (Нанси, Франция, 2011 год) [15].

Описания отдельных результатов работы включены в отчёты по проектам РФФИ №№08–01–00670–а, 08–07–00305–а, 09–07–92652–ИНД\_а, 10–07–00609–а.

**Личный вклад.** Все результаты, выносимые на защиту, получены автором самостоятельно. Постановка задачи была выполнена совместно с научным руководителем. В совместных публикациях в трудах конференций [10, 11] ав-

тору принадлежат разработанные методы сегментации 3d модели лица на статические и динамические области. В совместно опубликованных работах [1, 3, 4, 6, 7] автору принадлежат модели и методы решения задач.

**Публикации.** Материалы диссертации опубликованы в 15 работах [1–15], из них 2 работы [13, 15], включённые в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, 1 статья в журнале [4], 5 статей в сборниках трудов международных научных конференций и семинаров [6–8, 10, 12], 2 статьи в сборниках трудов всероссийских научных конференций [1, 11] и 5 тезисов докладов [2, 3, 5, 9, 14].

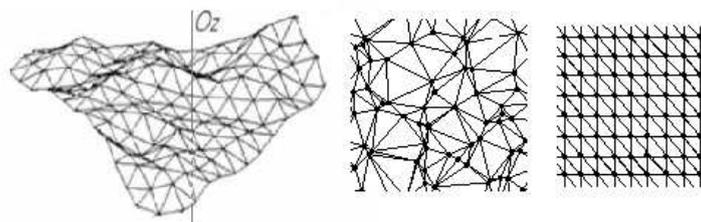
**Структура и объём диссертации.** Работа состоит из оглавления, введения, трёх глав, заключения и списка литературы. Содержание работы изложено на 139 страницах. Список литературы включает 97 наименований. Текст работы иллюстрируется 58 рисунками и 9 таблицами.

## Содержание работы

**Во введении** обоснована актуальность диссертационной работы, сформулированы цели и задачи, аргументирована научная значимость исследований, представлены выносимые на защиту научные положения, приведена краткая структура диссертации.

**В первой главе** содержится общая постановка задачи сравнения поверхностей, представлен обзор и анализ литературных источников по теме сравнения поверхностей объектов, заданных облаками точек, сформулированы основные задачи исследования.

**В разделе 1.1** описывается представление поверхности объекта облаком точек, рассматривается дискретная модель и непрерывная триангуляционная модель поверхности, вводятся необходимые для определения триангуляции понятия, формулируется общая постановка задачи, заключающаяся



**Рис. 1.** Примеры однозначной поверхности (слева), нерегулярной сетки (в центре), регулярной сетки (справа).

в следующем: даны две однозначные поверхности, заданные облаками точек, требуется сравнить эти поверхности (вычислить некоторую меру сходства/различия).

**В разделе 1.2** рассматриваются основные способы моделирования однозначных поверхностей: задание в узлах регулярной и нерегулярной сеток (рис. 1); анализируются их преимущества и недостатки. Способ, использующий нерегулярные сетки допускает возможность адаптации к требуемой точности описания поверхности, не вносит в исходные данные избыточность, приводящую к большому перерасходу вычислительных ресурсов.

**В разделе 1.3** представлен обзор существующих методов сравнения поверхностей объектов. Качество метода сравнения обычно зависит от соотношения между точностью полученной оценки сходства и его вычислительной сложностью. Известные методы для сопоставления поверхностей можно разделить на два класса: 1) подгонка на основании вычисления расстояний между точками в трёхмерном пространстве, которая имеет большую вычислительную сложность; 2) пересчёт исходных данных в двумерные регулярные сетки, при котором возникает избыточность, приводящая также к существенному повышению вычислительной сложности.

Обычно при сравнении двух поверхностей предполагается, что для каждой точки одной поверхности есть соответствующая ей точка второй поверхности. Такое предположение подразумевает задание поверхностей на одном

и том же дискретном множестве точек. Исходные поверхности объектов, полученных трёхмерным сканированием, имеют нерегулярную структуру.

Задача разработки новых алгоритмов сравнения поверхностей, представленных функциями высот на разных нерегулярных сетках, сохраняющих исходную нерегулярность сеток и обладающих высокой вычислительной эффективностью, является актуальной.

**Во второй главе** вводятся основные определения и обозначения, формулируется математическая постановка задачи сравнения поверхностей, заданных в узлах разных нерегулярных сеток, вводятся меры для сравнения таких поверхностей, предлагаются эффективные алгоритмы для вычисления введённых мер, доказываются оценки вычислительной сложности работы предложенных алгоритмов.

**В разделе 2.1** формулируется следующая постановка задачи. Пусть однозначные поверхности  $S_1$  и  $S_2$  заданы облаками точек  $\{(x_1^i, y_1^i, z_1^i)\}_{i=1}^{N_1}$  и  $\{(x_2^i, y_2^i, z_2^i)\}_{i=1}^{N_2}$  соответственно в системе координат  $Oxyz$  в  $\mathbb{E}^3$ , так, что  $S_1, S_2$  однозначно проецируются на плоскость  $Oxy$ . Пусть  $g_1$  и  $g_2$  — нерегулярные двумерные сетки, узлы которых есть проекции исходных облаков точек  $S_1$  и  $S_2$  на плоскость  $Oxy$ :

$$g_1 = \{(x_1^i, y_1^i)\}_{i=1}^{N_1}, \quad g_2 = \{(x_2^i, y_2^i)\}_{i=1}^{N_2}. \quad (1)$$

Рассмотрим функции  $f_1$  и  $f_2$ , заданные в узлах сеток  $g_1$  и  $g_2$  соответственно так, что:

$$f_1^i = f_1(x_1^i, y_1^i) = z_1^i, \quad f_2^i = f_2(x_2^i, y_2^i) = z_2^i. \quad (2)$$

Требуется ввести меры для сравнения поверхностей  $S_1$  и  $S_2$  и разработать эффективные алгоритмы их вычисления.

Пусть  $G$  — множество нерегулярных двумерных сеток, содержащихся внутри некоторого *объемлющего* прямоугольника  $R$ , а  $F$  — множество однознач-

ных функций, заданных на сетках из множества  $G$ . Функция  $\hat{f}$  аппроксимирует  $f$  на множестве узлов сетки  $g \in G$ , если  $\hat{f} \equiv f$  в узлах  $g$ .

Пусть  $f_1, f_2 \in F$ ; функции  $\hat{f}_1$  и  $\hat{f}_2$  непрерывны в  $\mathbb{E}^2$  и аппроксимируют  $f_1$  и  $f_2$  на множествах узлов сеток  $g_1$  и  $g_2$  соответственно. Будем называть сетку  $g = g_1 \cup g_2$  *общей*, или *объединённой*, сеткой. Будем считать, что исходные сетки состоят из непересекающихся множеств узлов:  $g_1 \cap g_2 = \emptyset$ . Тогда количество узлов в сетке  $g$  равно  $N = N_1 + N_2$ .

Вводится мера различия между поверхностями, представляющая собой среднее расстояние между двумя функциями по всем точкам объединённой сетки — *среднее осевое расстояние*:

$$\rho_M(f_1, f_2) = \sum_{(x,y) \in g} |\hat{f}_1(x, y) - \hat{f}_2(x, y)| / N. \quad (3)$$

В реальных данных образуются шумовые эффекты — выбросы. Для подавления таких шумов вводится мера *отсечённого осевого расстояния*  $\rho_M^\alpha$ :

$$\rho_M^\alpha = \arg \min \{ \rho | K(\rho) \geq \alpha N \}, \quad (4)$$

$K(\rho) = |\{i : |f_1^i - f_2^i| \leq \rho\}|$  — количество точек, в которых значения функций отличаются не более чем на величину  $\rho$ ,  $\alpha \in [0, 1]$  — заданный пороговый уровень допустимых шумовых выбросов.

Пусть  $T_1 = T(g_1)$ ,  $T_2 = T(g_2)$  и  $T = T(g)$  — *триангуляции Делоне*, построенные на сетках  $g_1$ ,  $g_2$  и объединённой сетке  $g$  соответственно. Триангуляцию  $T$  будем называть *объединённой* триангуляцией Делоне (ОТД).

Вводится понятие взвешенного объёма разности между поверхностями на треугольной области, ограниченной узлами  $A, B, C$ :

$$V_\mu(A, B, C, f_1, f_2) = \iint_{\Delta ABC} |\hat{f}_1(x, y) - \hat{f}_2(x, y)| \mu(x, y) dx dy, \quad (5)$$

где  $\mu(x, y) \geq 0$  — функция, определяющая вес (значимость) различия сравниваемых поверхностей в точке  $(x, y)$ . Будем считать, что  $\mu(x, y)$  определена

и конечна во всех точках выпуклой оболочки  $Conv(g)$  множества  $g$ , равна нулю вне  $Conv(g)$  и интегрируема.

$V_\mu$  при  $\mu \equiv 1$  является метрикой  $L_1$  для функций  $\hat{f}_1$  и  $\hat{f}_2$  на  $\triangle ABC$ .

Пусть  $S_{Conv(g)}$  площадь выпуклой оболочки множества  $g$ , равная сумме площадей всех треугольников триангуляции множества  $g$ :

$$S_{Conv(g)} = \sum_{\triangle ABC \in T} S_{\triangle ABC}.$$

Вводится мера различия поверхностей на ОТД:

$$\rho_{V_\mu}(f_1, f_2) = \sum_{\triangle ABC \in T} V_\mu(A, B, C, f_1, f_2) / S_{Conv(g)}. \quad (6)$$

Суммирование в (6) ведётся по всем треугольникам объединённой триангуляции  $T$ . Мера  $\rho_{V_\mu}$  является полуметрикой.

**Теорема 1.** Для введённой функции  $\rho_{V_\mu}(f_1, f_2)$  выполнены все аксиомы метрики, за исключением, быть может, неравенства треугольника.

Если в качестве функции  $\mu(x, y)$  взять тождественную единицу, сходство всех фрагментов поверхностей будет учитываться с одинаковым весом. Обозначим через  $V$  значение (5) при  $\mu(x, y) \equiv 1$  на  $Conv(g)$ , а через  $\rho_V$  — соответствующую (6) меру сравнения:

$$\rho_V(f_1, f_2) = \sum_{\triangle ABC \in T} V(A, B, C, f_1, f_2) / S_{Conv(g)}. \quad (7)$$

Плотностью сетки  $g$  мощности  $N$  будем называть величину  $S_{Conv(g)}/N$ .

Один и тот же вес для всех фрагментов оправдан, когда обе сетки равномерные и имеют одинаковую плотность. Однако для случая, когда одна из исходных сеток сильно разрежена по сравнению со второй, мера (5) будет содержать большие ошибки линейной интерполяции поверхностей, связанные с тем, что внутри одной плоской грани первой сетки расположены несколько плотно лежащих узлов второй сетки.

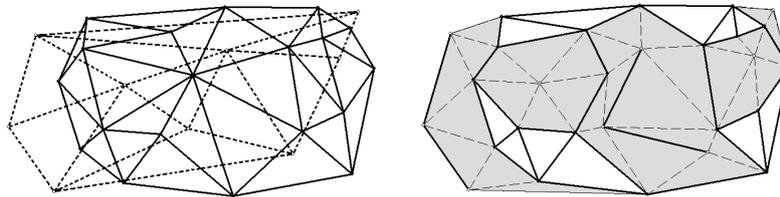
Предлагается модифицировать меру  $\rho_V$  так, чтобы она учитывала только репрезентативные данные — те области, где сосредоточены точки обеих сеток, т. е. те треугольники ОТД  $T$ , которые не входят ни в одну из триангуляций  $T_1$  и  $T_2$  исходных сеток. Пусть  $S_{Int(g)}$  — суммарная площадь таких треугольников.

Вводится следующая модификация меры  $\rho_V$ :

$$\rho_{\partial V}(f_1, f_2) = \sum_{\substack{\Delta ABC \in T: \\ \Delta ABC \notin T_1, \\ \Delta ABC \notin T_2}} V(A, B, C, f_1, f_2) / S_{Int(g)}. \quad (8)$$

**Определение 1.** Грани ОТД  $T$ , построенной на множестве узлов сетки  $g = g_1 \cup g_2$ , соединяющие узлы из разных исходных сеток  $g_1$  и  $g_2$ , будем называть *интерфейсными гранями*.

Меру  $\rho_{\partial V}$  (8) будем называть *мерой различия на интерфейсных гранях ОТД* (рис.2).



**Рис. 2.** Две триангулированные сетки (слева) и ОТД с закрашенными интерфейсными гранями (справа).

**Утверждение 2.** Мера (8) является частным случаем меры (6):

$\rho_{\partial V}(f_1, f_2) \equiv \rho_{V_\mu}(f_1, f_2)$  при  $\mu = \mu^*$ :

$$\mu^*(x, y) = \begin{cases} 1, & (x, y) \in \Delta ABC : \Delta ABC \in T, \\ & \Delta ABC \notin T_1 \text{ и } \Delta ABC \notin T_2; \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (9)$$

Для вычисления мер  $\rho_M, \rho_M^\alpha, \rho_{V_\mu}$  необходимы значения обеих функций  $f_1, f_2$  в каждой точке объединённой сетки  $g$ .

В разделе 2.2 предлагается алгоритм сравнения поверхностей объектов, позволяющий эффективно (с точки зрения сложности вычислений) вычислять введённые меры  $\rho_M, \rho_M^\alpha, \rho_{V_\mu}$ .

Разработанный алгоритм  $\mathbf{A}^\rho$ , вычисляющий значение меры  $\rho$  между поверхностями, представленными значениями функций  $f_1, f_2$  в узлах сеток  $g_1, g_2$ , состоит из следующих этапов:

1. Построение триангуляций Делоне  $T_1, T_2$  на множествах узлов сеток  $g_1, g_2$  соответственно;
2. Локализация узлов каждой из триангуляций  $T_1, T_2$  в треугольниках другой триангуляции;
3. Интерполяция значений функции  $f_1, f_2$  в узлах сеток  $g_2, g_1$  соответственно на основе результатов локализации;
4. Построение ОТД  $T$  на сетке  $g$ ;
5. Сравнение функций  $f_1, f_2$  на отдельных гранях ОТД. Вычисление меры  $\rho$ .

Рассматривается задача геометрического поиска — локализации узла в триангуляции. Приводится обзор существующих методов её решения. Показывается, что наиболее быстрые методы решения задачи локализации узла в триангуляции из  $N$  узлов имеют сложность  $O(\log N)$  и требуют  $O(N)$  памяти. В задаче локализации сетки из  $N_1$  узлов в триангуляции из  $N_2$  узлов возникает массовый запрос на решение задачи локализации узла. Неструктурированный массовый запрос из  $N_1$  узлов может быть обработан за время  $O(N_1 \log N_2)$ . Показывается, как можно использовать дополнительную информацию о том, что сетка представлена триангуляцией Делоне для получе-

ния более эффективного решения. Предлагается новый алгоритм локализации сетки в триангуляции на основе *евклидовых минимальных остовных деревьев* (МОД) триангуляции Делоне. Оценивается сложность предложенного алгоритма. Показывается, что в случае равномерности каждой из исходных сеток, вычислительная сложность алгоритма в среднем является линейной.

**Лемма 3.** Пусть узлы сеток  $g_1, g_2$  с мощностями  $N_1, N_2$  соответственно распределены равномерно в прямоугольнике и  $N_1/N_2 \leq c = \text{const}$ . Тогда среднее количество пересечений МОД множества узлов  $g_1$  с рёбрами триангуляции Делоне, построенной на узлах  $g_2$ , линейно по  $N_2$ .

**Теорема 4.** В условиях леммы 3 алгоритм локализации множества узлов сетки  $g_1$  в триангуляции Делоне, построенной на множестве узлов  $g_2$ , на основе МОД  $g_1$  имеет линейную по  $\max(N_1, N_2)$  вычислительную сложность в среднем.

Предположение о равномерном распределении узлов сеток является адекватным для большинства практических приложений.

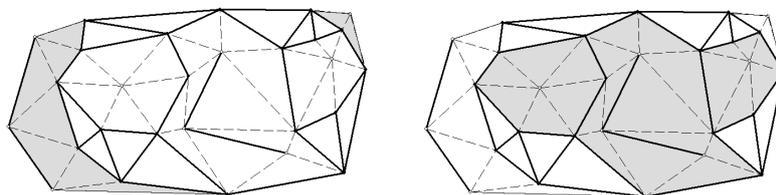
В работе рассматривается способ построения искусственного примера, показывающего, что в худшем случае теоретическая сложность предложенного метода является квадратичной.

Приводятся результаты вычислительных экспериментов на реальных данных и модельных задачах большой размерности, подтвердившие корректность и вычислительную эффективность разработанного подхода к сравнению поверхностей, а также оценки его вычислительной сложности.

В разделе 2.3 предлагаются алгоритмы перечисления интерфейсных граней для вычисления меры  $\rho_{\partial V}$  (8) и локализации узлов сетки в триангуляции Делоне на основе списка интерфейсных граней. Также предлагается модификация алгоритма  $\mathbf{A}^\rho$  сравнения поверхностей для случая использова-

ния меры  $\rho_{\partial V}$  (8). Получены теоретические оценки сложности предложенных алгоритмов.

Множество интерфейсных граней разбивается на несколько непересекающихся подмножеств, каждое из которых является *цепочкой* из смежных по рёбрам треугольников: либо *замкнутой* (циклической), в которой все интерфейсные ребра являются внутренними рёбрами ОТД  $T$ , либо *разомкнутой*, в которой крайние треугольники имеют хотя бы одну граничную сторону, т.е. сторону выпуклой оболочки  $Conv(g)$  (см. рис. 3). Алгоритм выделения всех интерфейсных граней сводится к прослеживанию цепочек из таких граней.



**Рис. 3.** Две разомкнутые (слева) и три замкнутые цепочки интерфейсных граней (справа).

**Определение 2.** Множество узлов и рёбер в триангуляции называется *связным*, если для любой пары входящих в него узлов существует цепь из попарно инцидентных узлов и рёбер. Множество рёбер и граней называется *связным*, если для каждой пары входящих в него рёбер существует цепь из попарно инцидентных рёбер и граней.

**Определение 3.** Максимальные связные подмножества узлов и рёбер исходной триангуляции  $T_1$  (или  $T_2$ ), содержащиеся в  $T$ , называются *лоскутами* триангуляции  $T_1$  (или  $T_2$ ).

Упорядоченное замкнутое множество попарно инцидентных узлов и рёбер лоскута, инцидентных интерфейсным треугольникам, назовём *контуром* лоскута. Каждому ребру лоскута, принадлежащему его контуру, соответствует одна или две цепочки интерфейсных граней.

*Локализовать* лоскут в ОТД означает построить список всех интерфейсных треугольников, инцидентных каждому контуру этого лоскута. В задаче локализации лоскутов в триангуляции  $T$  по исходным триангуляциям  $T_1, T_2$  требуется локализовать все лоскуты обеих триангуляций. Показывается, что

**Утверждение 5.** *Задача прослеживания цепочек интерфейсных граней линейно сводится к задаче локализации лоскутов в триангуляции.*

Для каждой цепочки интерфейсных граней существует начальное звено — *стартер*, которое инициализирует процесс её прослеживания.

Предложенный алгоритм выделения интерфейсных граней состоит из следующих этапов:

1. Поиск начального стартера;
2. Прослеживание цепочки граней, соответствующей найденному стартеру;
3. Поиск очередного стартера. Если стартер найден, перейти к предыдущему пункту, иначе закончить.

**Теорема 6.** *Алгоритм выделения всех интерфейсных граней имеет сложность  $O(N)$ , где  $N$  — общее число узлов в объединённой сетке.*

**Теорема 7.** *Локализация сетки в триангуляции на основе списка интерфейсных граней может быть осуществлена за время  $O(N)$  в худшем случае.*

Для вычисления меры  $\rho_{\partial V}$  (8) предлагается алгоритм  $\mathbf{A}^{\rho_{\partial V}}$  — модификация алгоритма  $\mathbf{A}^{\rho}$ , состоящая в том, что вместо этапа локализации сеток в триангуляции на основе обхода МОД производятся два этапа: поиска интерфейсных граней и локализации сеток на основе списка найденных интерфейсных граней.

**Теорема 8.** Алгоритм  $\mathbf{A}^{\rho_{\partial V}}$  имеет вычислительную сложность  $O(N \log N)$ .

**Следствие 8.1.** При построенных на этапе предобработки триангуляциях Делоне  $T_1, T_2$  вычислительная сложность алгоритма  $\mathbf{A}^{\rho_{\partial V}}$  равна  $O(N)$ .

Приводятся результаты экспериментов, подтвердившие большую эффективность меры  $\rho_{\partial V}$  по сравнению с  $\rho_V$  в случае разницы в уровнях детализации исходных поверхностей.

В разделе 2.4 рассматривается оптимизационная постановка задачи для минимизации значения меры различия при подгонке поверхностей. Задача подгонки, или пространственного совмещения, поверхностей состоит в приведении нескольких изображений объекта в единую глобальную систему координат.

Обозначим через  $M$  движение в пространстве  $\mathbb{E}^3$ , состоящее в последовательных поворотах на углы  $\alpha_M, \beta_M, \gamma_M$  вокруг осей  $Ox, Oy, Oz$  соответственно и параллельного переноса на вектор  $\Delta_M = (\Delta x_M, \Delta y_M, \Delta z_M)$ .

Пусть однозначная поверхность  $S$  задана облаком точек с координатами  $\{(x_i, y_i, f(x_i, y_i))\}_{i=1}^N$  в пространстве  $\mathbb{E}^3$ . Будем рассматривать движения  $M$ , не выводящие  $S$  из класса поверхностей, однозначно проецируемых на плоскость, на которой расположено множество точек  $\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^N$ . Обозначим через  $f^M$  образ  $f$  при движении  $M$ .

Рассматривается оптимизационная задача:

$$\rho(f_1, f_2^M) \rightarrow \min_M. \quad (10)$$

Минимизация в задаче (10) производится по 6 параметрам преобразования  $\alpha_M, \beta_M, \gamma_M, \Delta x_M, \Delta y_M, \Delta z_M$ , определяющим движение  $M$ .

При малых значениях параметров преобразования, при которых триангуляции Делоне исходных сеток остаются триангуляциями, предлагаемый подход позволяет вычислить значение меры между совмещёнными поверхностями за оптимальное время  $O(mN)$ , где  $m$  — количество итераций при

подгонке, затратив  $O(N \log N)$  на предобработку при построении триангуляций Делоне.

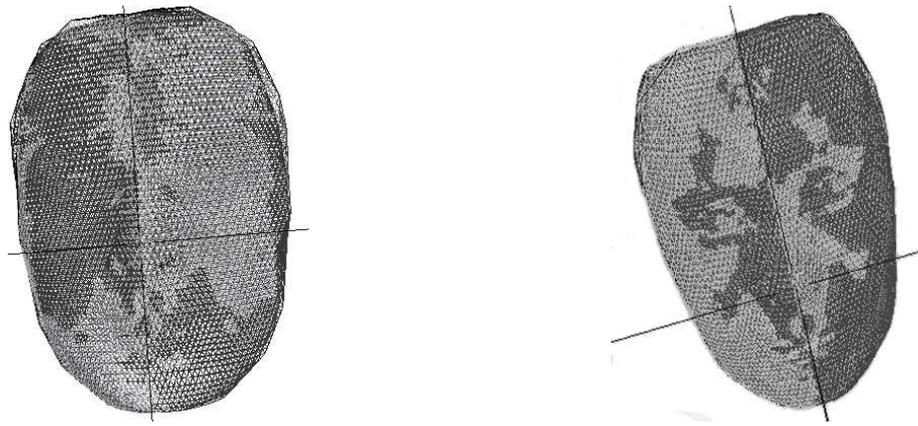
**В третьей главе** рассматриваются приложения разработанных алгоритмов к ряду задач анализа трёхмерных портретов человеческих лиц: задаче оценки асимметрии лица по 3d модели, задаче построения совместной пространственной модели лица и зубов для приложений в ортодонтии, задаче сегментации 3d модели лица на статические и динамические области по трёхмерному видеоряду. Приводятся постановки прикладных задач, предлагаемые методы их решения и результаты вычислительных экспериментов.

**В разделе 3.1** сформулирована постановка задачи оценки асимметрии лица по 3d модели: вводятся формальные понятия симметрии и асимметрии для модели, предлагается количественная оценка асимметрии. Описывается разработанный метод для вычисления такой оценки, основанный на сравнении исходной и отражённой масок лица и поиске оптимальной плоскости симметрии исходной маски (рис. 4). Приводится описание базы трёхмерных моделей человеческих лиц, на которой проводились эксперименты. Получено экспериментальное подтверждение устойчивости предложенной оценки. Исследована зависимость между оценкой асимметрии модели и количеством точек в ней.

**В разделе 3.2** рассматривается задача построения совместной пространственной модели лица и зубов для приложений в ортодонтии, заключающаяся в позиционировании моделей челюстей в модели лица.

**В разделе 3.3** формулируется задача сегментации модели лица на статические и динамические части по трёхмерной видеопоследовательности процесса жевания.

Входными данными в задаче являются 3d модель лица  $S$ , полученная при нейтральном выражении лица снимающегося, и трёхмерный видеоряд — последовательность трёхмерных моделей лица  $D_1, \dots, D_n$ .



**Рис. 4.** Примеры исходных масок и их отражений относительно плоскостей симметрии. Более тёмным цветом выделены участки лица, на которых исходная маска выше отражённой.

Для сравнения двух снимков из видеоряда предлагается подход, заключающийся в определении статической (верхней) части лица методом подгонки и описании движения динамической (нижней) части лица относительно верхней. В модели  $S$  и в каждой модели  $D_i$  выделяются статическая и подвижная части. Предложенный подход заключается в построении преобразований (движений) модели  $S$ , при которых наилучшим образом совпадают по отдельности статическая и динамическая части лица. Подгонка состоит в нахождении такого движения, при котором мера различия между поверхностями, описывающими лица, минимальна. Для верхней и нижней частей лица строятся собственные местные системы декартовых координат. Для модели  $S$  верхняя и нижняя системы координат совпадают, а для моделей  $D_i$ , сопоставленных по верхней части с моделью  $S$ , они различаются. Задача состоит в регистрации этих различий. Формальное описание движения представляется в виде матриц преобразования нижних координат в верхние. Проведены вычислительные эксперименты на реальных данных, показывающие реализуемость и корректность предложенной модели.

**В заключении** сформулированы основные результаты диссертационной работы.

## Список публикаций по теме диссертации

1. *Дышкант Н. Ф., Местецкий Л. М.* Сравнение 3D портретов при распознавании лиц // Докл. всеросс. конф. Математические методы распознавания образов-13. — М: МАКС Пресс, 2007. — С. 314–316.
2. *Дышкант Н. Ф.* Операции над функциями, заданными на разных нерегулярных двумерных сетках // Сборник тезисов XV Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2008». — М: МАКС Пресс, 2008. — С. 32.
3. *Дышкант Н. Ф., Местецкий Л. М.* Оценка асимметрии лица по трёхмерному портрету // Интеллектуализация обработки информации (ИОИ-2008): Тез. докл. Междунар. науч. конф. — Симферополь: Крымский НЦ НАН Украины, 2008. — С. 94–96.
4. *Дышкант Н. Ф., Местецкий Л. М.* Оценка асимметрии лица по трёхмерному портрету // Таврический вестник информатики и математики. — 2008. — №1. — С. 189–198.
5. *Дышкант Н. Ф.* Метод сравнения формы пространственных объектов // Сборник тезисов лучших дипломных работ 2008 года. — Москва: Изд. отдел ф-та ВМК МГУ, 2008. — С. 69–70.
6. *Дышкант Н. Ф., Местецкий Л. М.* Сравнение однолистных поверхностей, полученных при 3D сканировании // Труды 18й международной конференции по компьютерной графике и машинному зрению ГрафиКон'2008. — Москва, МГУ, 2008. — С. 270–277.
7. *Dyshkant N., Mestetskiy L.* Estimation of Asymmetry in 3D Face Models // Proceedings of International conference on computer vision theory and applications (VISAPP 2009). — Lisbon, Portugal: INSTICC Press, 2009. — Pp. 402–405.
8. *Dyshkant N.* Disparity Measure Construction for Comparison of 3D Objects' Surfaces // Proceedings of the Workshop IMTA. — Lisbon, Portugal: INSTICC

Press, 2009. — Pp. 43–52.

9. *Дышкант Н. Ф.* Оценка мимической динамики движения челюсти в процессе жевания по трёхмерному видеоряду // Сборник тезисов XVI Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2009». — М: МАКС Пресс, 2009. — С. 28.

10. *Гордеев Д. В., Дышкант Н. Ф.* Построение модели динамики движения челюсти человека в процессе жевания по серии трёхмерных изображений // Труды 19й международной конференции по компьютерной графике и машинному зрению ГрафиКон'2009. — Москва, МГУ, 2009. — С. 348–352.

11. *Гордеев Д. В., Дышкант Н. Ф.* Сегментация модели лица на статические и динамические области по трёхмерной видеопоследовательности // Докл. все-росс. конф. Математические методы распознавания образов-14. — М: МАКС Пресс, 2009. — С. 329–332.

12. *Дышкант Н. Ф.* Сравнение поверхностей, заданных на неструктурированных сетках и сетках разной плотности // Доклады 8-й Международной конференции «Интеллектуализация обработки информации» (ИОИ-2010). — М.: МАКС Пресс, 2010. — С. 339–342.

13. *Dyshkant N.* An algorithm for calculating the similarity measures of surfaces represented as point clouds // **Pattern Recognition and Image Analysis: Advances in Mathematical Theory and Applications.** — 2010. — Vol.20, no. 4. — Pp. 495–504.

14. *Дышкант Н. Ф.* Сравнение и подгонка поверхностей при решении прикладных задач анализа 3d портретов человеческих лиц // Тез. докл. конф. Техническое зрение в системах управления-2011. — Москва, ИКИ РАН, 2011. — С. 76–77.

15. *Dyshkant N.* Measures for surface comparison on unstructured grids with different density // **Lecture Notes in Computer Science: Discrete Geometry for Computer Imagery.** — 2011. — Vol. 6607. — Pp. 501–512.